



Contraintes expérimentales sur des modèles à champ scalaire léger en cosmologie et physique des particules (expériences SNLS et CMS)

Jeremy Neveu

► To cite this version:

Jeremy Neveu. Contraintes expérimentales sur des modèles à champ scalaire léger en cosmologie et physique des particules (expériences SNLS et CMS). Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066233 . tel-01085295

HAL Id: tel-01085295

<https://theses.hal.science/tel-01085295>

Submitted on 21 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université Pierre et Marie Curie - Paris 6

ED517 : Particules, Noyaux, Cosmologie

THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le titre de

Docteur    Sciences

de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris 6

Disciplines : Cosmologie, Physique des Particules

présentée par

Jérémy NEVEU

**Contraintes expérimentales sur des modèles à
champ scalaire léger en cosmologie et physique
des particules (expériences SNLS et CMS)**

dirigée par Vanina RUHLMANN-KLEIDER et Marc BESANÇON

Soutenance prévue le 7 juillet 2014 devant le jury composé de :

M. Pierre BINETRUY	Rapporteur
M ^{me} Fabienne LEDROIT-GUILLON	Rapporteur
M ^{me} Vanina RUHLMANN-KLEIDER	Directeur de thèse
M. Marc BESANÇON	Directeur de thèse
M. Pierre ASTIER	Examineur
M. Philippe BRAX	Examineur
M. Jacques CHAUVEAU	Examineur

Service de Physique des Particules
Institut de Recherche sur les lois Fondamentales de l'Univers
CEA-Saclay
91141, Gif-sur-Yvette

Table des matières

Introduction générale	1
Bibliographie	2
1 Des modèles standard	5
1.1 Le modèle standard de la cosmologie	5
1.1.1 De Newton à la Relativité Générale	5
1.1.2 La Relativité Générale en action	10
1.1.3 L’Univers aujourd’hui	20
1.2 Le modèle standard de la physique des particules	29
1.2.1 Zoologie du modèle standard	30
1.2.2 Les théories de jauge	31
1.2.3 Le modèle standard en action	37
1.2.4 Limites du modèle standard	38
Bibliographie	41
I Cosmologie	47
2 Le modèle du Galiléon	49
2.1 Modéliser l’énergie noire	50
2.1.1 Succès et problèmes de la constante cosmologique	50
2.1.2 Les modèles alternatifs autre que le Galiléon	52
2.2 Le modèle du Galiléon	62
2.2.1 Principe de construction	62
2.2.2 L’effet Vainshtein	64
2.2.3 Galiléon covariant	68
2.3 Un Univers Galiléon en équations	72
2.3.1 Équations cosmologiques	72
2.3.2 Croissance des structures	76
2.3.3 Contraintes théoriques	77
Bibliographie	80
3 Les observables cosmologiques	87
3.1 Supernovæ de type Ia	88
3.1.1 Principe	88
3.1.2 Le Supernova Legacy Survey	93
3.1.3 Mesures	94
3.2 Fond diffus cosmologique	99
3.2.1 Le spectre de puissance angulaire du CMB	99

3.2.2	Contraindre les paramètres cosmologiques	104
3.2.3	Mesures	106
3.3	Oscillations acoustiques de baryons	108
3.3.1	Spectre de puissance de la matière	108
3.3.2	Fonction de corrélation	109
3.3.3	Mesures	109
3.4	Croissance des structures	111
3.4.1	Distorsions dans l'espace des redshifts (RSD)	111
3.4.2	Test d'Alcock-Paczynski	114
3.4.3	Mesures	116
3.5	Résumé	116
	Bibliographie	116
4	Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon	121
4.1	Méthodologie	122
4.1.1	Outils statistiques et numériques	122
4.1.2	Calcul des observables et des χ^2	125
4.2	Résultats Λ CDM et FWCDM	129
4.2.1	Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM	129
4.2.2	Contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM	132
4.3	Résultats Galiléon non couplé	134
4.3.1	Supernovæ	134
4.3.2	Contraintes combinées CMB+BAO	137
4.3.3	Contraintes de croissance des structures	140
4.3.4	Contraintes combinées	140
4.4	Résultats Galiléon avec couplage disformel	145
4.4.1	Contraintes combinées	145
4.5	Discussion	149
4.5.1	Non-linéarités et croissance des structures	149
4.5.2	Questions fantomatiques autour du couplage disformel	150
4.5.3	Comparaison aux autres études expérimentale sur le modèle du Galiléon	150
4.5.4	Comparaison aux modèles Λ CDM et FWCDM	153
4.6	Conclusion et perspectives	157
	Bibliographie	158
II	Physique des Particules	163
5	Le modèle du Branon	165
5.1	Les théories à dimensions supplémentaires	166
5.1.1	La théorie de Kaluza-Klein	166
5.1.2	Le modèle ADD	169
5.1.3	Universal Extra Dimensions (théorie UED)	172
5.1.4	Théories de Randall-Sundrum	173
5.2	Le modèle du Branon	176
5.2.1	Principe de construction	176
5.2.2	Propriétés	179
5.2.3	État de la recherche de Branon en 2013	182
5.3	Résumé	184

Bibliographie	186
6 Contexte expérimental	191
6.1 Le Grand Collisionneur de Hadrons (LHC)	191
6.1.1 Caractéristiques principales	191
6.1.2 Énergie dans le centre de masse	193
6.1.3 Luminosité	193
6.1.4 Le problème de l'empilement	195
6.2 Le détecteur CMS	196
6.2.1 Géométrie de CMS	197
6.2.2 Les sous-systèmes	198
6.2.3 Chaîne d'acquisition	204
6.3 Reconstruction des objets physiques	205
6.3.1 Reconstruction des photons et des électrons	205
6.3.2 Reconstruction des muons	206
6.3.3 Reconstruction par l'algorithme de flux de particules	207
Bibliographie	215
7 Recherche d'événements mono-photon	219
7.1 Sélection des événements	220
7.1.1 Données 2012	220
7.1.2 Bruits de fond et simulations Monte-Carlo	221
7.1.3 Sélection des événements $\gamma + \cancel{E}_T$	222
7.2 Étude des bruits de fond	232
7.2.1 Bruits de fond estimés sur les simulations Monte-Carlo	232
7.2.2 Bruits de fond estimés à partir des données	245
7.2.3 Bruits de fond hors collision	255
7.3 Facteur d'échelle et incertitudes systématiques	260
7.3.1 Efficacité des coupures et facteur d'échelle ρ	260
7.3.2 Incertitudes systématiques sur l'efficacité	265
7.3.3 Résumé de l'ensemble des incertitudes systématiques	265
7.4 Exploration des données	266
7.4.1 Contrôle des bruits de fond	266
7.4.2 Estimations du signal et des bruits de fond dans la région de signal	268
7.4.3 Limites sur le modèle du Branon	275
7.4.4 Contraintes sur d'autres modèles	280
7.4.5 Perspectives	284
Bibliographie	285
III Ouvertures phénoménologiques	289
8 Un lien entre les modèles Branon et Galilée ?	291
8.1 Galilée et dimensions supplémentaires	291
8.1.1 Construction branaire et symétrie galiléenne	291
8.1.2 Développement perturbatif "à la Branon"	294
8.1.3 Première interprétation	297
8.2 Ouvertures phénoménologiques	299
8.2.1 Ressemblances et différences entre les théories Galilée et Branon	299
8.2.2 Pistes	299

Bibliographie	300
Conclusion générale	303
Bibliographie	305
 IV Appendices	 307
A Une autre méthode pour déterminer les conditions initiales du Galiléon	309
B Tenseurs énergie-impulsion du Galiléon $T_{\mu\nu}^{(c_i)}$	311
C Approximation pour le calcul de l'échelle acoustique l_a	313
D Utilisation des données Planck	315
Bibliographie	317

Introduction générale

Aujourd'hui, les modèles standard de la cosmologie et de la physique des particules sont particulièrement performants pour décrire notre Univers et son histoire. Cependant, le modèle standard de la cosmologie doit pour cela s'accommoder de deux ingrédients de nature totalement inconnue mais représentant à eux deux environ 95% du contenu en énergie de l'Univers : l'énergie noire (68%) et la matière noire (27%). Ces deux composantes sont essentielles pour décrire la dynamique de notre Univers et des galaxies, en particulier l'accélération de l'expansion de l'Univers et l'abondance apparente de matière non-baryonique dans l'Univers. En ce qui concerne l'énergie noire, l'interprétation la plus simple est donnée par le modèle de la constante cosmologique. Si ce modèle s'accorde parfaitement aux données de cosmologie actuelles, il soulève néanmoins de nombreuses autres questions. Pour la matière noire, le modèle standard de la physique des particules ne fournit aucune particule pouvant prétendre à ce statut. Dans les deux cas, il faut chercher des réponses au-delà des modèles standard.

En cosmologie, le problème de l'énergie noire et de sa nature ne se pose que depuis une quinzaine d'années. De nombreuses théories alternatives au modèle de la constante cosmologique ont été proposées et testées. La plupart de ces théories introduisent un champ scalaire pour expliquer l'expansion accélérée de l'Univers, et certaines vont même jusqu'à modifier la théorie de la Relativité Générale à l'aide de ce champ scalaire. Ces dernières doivent alors non seulement décrire correctement l'expansion de l'Univers aux échelles cosmologiques, mais aussi préserver aux échelles plus locales les lois de la gravitation introduites par la Relativité Générale, qui sont aujourd'hui très précisément confirmées par des expériences.

Parmi ces théories de gravité modifiée, peu sont parvenus à passer des tests de viabilité théoriques. La théorie du Galiléon [1], élaborée en 2009, est construite sur le mécanisme de Vainshtein [2]. Ce mécanisme exploite les couplages non-linéaires du champ Galiléon avec lui-même afin que son effet sur les corps massifs soit négligeable devant la force gravitationnelle, et ne pose pas de problèmes sur la viabilité de la théorie. Le Galiléon est donc capable de préserver la Relativité Générale près des corps massifs où la gravité est bien testée, tout en proposant une modification de la gravitation aux échelles cosmologiques. Le Galiléon est-il capable de donner une explication à l'accélération de l'expansion de l'Univers ? La théorie contient quelques paramètres libres. Dans cette thèse un des objectifs est de contraindre ces paramètres à l'aide des données de cosmologie, pour déterminer si la théorie du Galiléon est capable de fournir une telle explication et de tenir lieu de bon candidat au statut d'énergie noire.

Depuis les années 1930, on constate un écart important entre la masse mesurée en comptant les objets lumineux des galaxies et la masse estimée en regardant leur dynamique. Longtemps, le doute a subsisté sur le fait qu'il puisse s'agir soit d'un mauvais

comptage des objets lumineux (en particulier des objets émettant en dehors du domaine visible), soit d'une incomplétude de la théorie de la Relativité Générale. Mais depuis une vingtaine d'années, les indices s'accumulent laissant penser qu'une grande partie de la masse manquante serait due à la présence massive de matière non-baryonique autour des galaxies. De nombreuses théories proposent des particules de matière candidates au statut de matière noire, dont des théories à champ scalaire, et de nombreuses expériences les recherchent.

Les théories à dimensions supplémentaires, dont la théorie du Branon [3, 4], fournissent quelques uns de ces candidats. Ces particules, massives, stables, et n'interagissant pas avec la lumière, peuvent être produites et détectées dans des expériences de physique des particules telles que le détecteur Compact Muon Solenoid (CMS) auprès du Grand Collisionneur de Hadron (LHC). Le deuxième objectif de cette thèse est de rechercher la signature de la production de Branons dans les collisions proton-proton enregistrées par le détecteur CMS lors de la prise de données de 2012 avec une énergie dans le centre de masse de 8 TeV, et ainsi de contraindre expérimentalement les paramètres de cette théorie.

Si le point commun aux deux objectifs de cette thèse est de sonder le secteur sombre de l'Univers, d'autres ponts peuvent être construits. En effet, ces deux théories sont à champ scalaire, et peuvent trouver toutes deux des origines dans les théories à dimensions supplémentaires. A la fin de cette thèse sont proposées des idées pour réunir ces deux théories et ainsi aboutir à une description unifiée de la matière noire et de l'énergie noire.

Après un premier chapitre d'introduction aux modèles standard de la cosmologie et de la physique des particules et des enjeux liés aux problématiques de l'énergie noire et de la matière noire, ce manuscrit se divise en deux parties largement indépendantes. La première partie traite de l'étude du modèle Galiléon (chapitre 2), des différentes sondes cosmologiques disponibles (chapitre 3) et enfin des contraintes observationnelles sur les paramètres de la théorie Galiléon que j'ai dérivées à partir des données cosmologiques (chapitre 4). Dans une seconde partie, le contexte des théories à dimensions supplémentaires et de la théorie du Branon est exposé (chapitre 5), puis s'ensuit une description du détecteur CMS (chapitre 6) avec lequel sont dérivées des contraintes expérimentales sur les paramètres de la théorie du Branon (chapitre 7). Enfin, dans une troisième partie, une réflexion est menée sur le lien pouvant unir les deux théories à travers le contexte des théories à dimensions supplémentaires (chapitre 8).

Bibliographie

- [1] A. Nicolis, R. Rattazzi, et E. Trincherini, *Galileon as a local modification of gravity*, Physical Review D **79**, 064036 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.064036](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.064036), [arXiv:0811.2197](https://arxiv.org/abs/0811.2197).
- [2] A. Vainshtein, *To the problem of nonvanishing gravitation mass*, Physics Letters B **39**, 3 (1972).
- [3] A. Dobado et A. A. L. Maroto, *The dynamics of the Goldstone bosons on the brane*, Nuclear Physics B **592**, 203 (2000), [doi:10.1016/S0550-3213\(00\)00574-5](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(00)00574-5), [arXiv:0007100 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0007100).
- [4] J. A. R. Cembranos, a. Dobado, et A. L. Maroto, *Brane-skyrmions and wrap-*

ped states, Physical Review D **65**, 35 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.65.026005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.026005),
[arXiv:0106322](https://arxiv.org/abs/0106322) [hep-ph].

Chapitre 1

Des modèles standard

Sommaire

1.1 Le modèle standard de la cosmologie	5
1.1.1 De Newton à la Relativité Générale	5
1.1.2 La Relativité Générale en action	10
1.1.3 L'Univers aujourd'hui	20
1.2 Le modèle standard de la physique des particules	29
1.2.1 Zoologie du modèle standard	30
1.2.2 Les théories de jauge	31
1.2.3 Le modèle standard en action	37
1.2.4 Limites du modèle standard	38
Bibliographie	41

EN physique, qu'est-ce qu'un "modèle standard" ? Est-ce un modèle ultime derrière lequel plus rien n'est à découvrir ? Ou est-ce au contraire une simplification grossière de la réalité ? Aujourd'hui, la meilleure description que nous avons de l'Univers tient dans deux modèles chacun appelé *Modèle Standard*. Celui de la cosmologie régit le comportement de l'Univers dans son ensemble, celui de la physique des particules décrit le contenu en matière de l'Univers et ses interactions fondamentales. Et ces modèles fonctionnent très bien... trop bien selon certains. Aucune expérience n'est venu démentir leur prédictibilité. A ceci près qu'en cosmologie le modèle standard a dû s'accommoder de l'existence de deux entités jusqu'alors inconnues, représentant pas moins de 95% du contenu énergétique de l'Univers : la matière noire et l'énergie noire. Et si une matière inconnue est à invoquer, le modèle standard de la physique des particules serait-il donc lui aussi incomplet ?

Dans ce premier chapitre, nous allons commencer par décrire les deux modèles standard. Ce sera l'occasion d'introduire les notions essentielles pour suivre ce document qui traite à la fois de cosmologie et de physique des particules. L'accent sera mis sur les relations entre théorie et expérience, le formalisme du Lagrangien et les symétries.

1.1 Le modèle standard de la cosmologie

1.1.1 De Newton à la Relativité Générale

La Relativité Générale est la théorie de la gravitation à la base de la cosmologie moderne. Elle donne une explication géométrique à la force gravitationnelle introduite par Newton trois siècles auparavant. Dans cette théorie, une chute n'est plus due à un

vecteur force malheureusement orienté vers le sol, mais à la déformation de l'espace-temps engendrée par la Terre. Formulée ainsi, la Relativité Générale semble bien compliquée pour peu de choses. Mais les principes généraux à la base de cette théorie et la richesse de ses implications (dont la théorie newtonienne) en font la théorie phare pour décrire la gravitation. Le long de cette section, nous allons introduire pas à pas plusieurs concepts de la Relativité Générale tels que la dérivée covariante et le tenseur de Riemann, pour aboutir à l'équation d'Einstein de la Relativité Générale, base de la cosmologie moderne. Cette introduction est largement inspirée de [1] et [2]. La convention usuelle $\hbar = c = 1$ sera suivie sauf si nécessaire.

1.1.1.1 Le Principe d'Équivalence

Dans le principe fondamental de la dynamique énoncé par Newton, pourquoi la masse intervenant dans le terme d'inertie est-elle rigoureusement la même que celle intervenant dans la gravitation newtonienne ? Cette coïncidence troublante singularise la gravitation par rapport aux autres interactions, et suggère qu'elle n'est pas une propriété des corps eux-mêmes mais de l'espace dans lequel ils se meuvent. Considérons une masse ponctuelle de masse m soumise à un champ gravitationnel externe uniforme et constant \vec{g} et à aucune autre force. Alors le principe fondamental de la dynamique appliqué dans un référentiel galiléen à cet objet nous permet de prédire sa position \vec{x} à un instant t :

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = m \vec{g} \quad (1.1)$$

Plaçons nous dans le référentiel (non galiléen) de l'objet par la transformation de coordonnées suivante :

$$\vec{x}' = \vec{x} - \frac{1}{2} \vec{g} t^2, \quad t' = t \quad (1.2)$$

Alors dans ce référentiel la force gravitationnelle est comme "absorbée" par le terme inertiel :

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = m \vec{g} \Leftrightarrow m \frac{d^2 \vec{x}'}{dt'^2} = 0. \quad (1.3)$$

Les lois de la physique apparaissent donc identiques pour un observateur lié à un référentiel galiléen considérant que l'objet subit une force de gravité et pour un observateur lié à un référentiel uniformément accéléré et considérant que l'objet ne subit pas de force gravitationnelle. La force de gravité ressentie par une masse ponctuelle est donc (localement) équivalente au choix d'un référentiel uniformément accéléré par rapport à un référentiel galiléen. Pourtant les deux référentiels ne sont pas équivalents par une transformation de référentiel galiléen. Le Principe d'Équivalence formulé par Einstein prend acte de ce constat, et l'étend à des champs gravitationnels qui varient faiblement dans le temps et l'espace. Il stipule que *à chaque point de l'espace-temps dans un champ gravitationnel arbitraire il est possible de choisir un système local de coordonnées inertielles tel que, dans une région suffisamment petite autour du point en question, toutes les lois de la nature prennent la même forme que dans un système de coordonnées cartésien non accéléré et sans gravitation* [1]. Ce principe est vérifié expérimentalement avec une très bonne précision, notamment par le *Lunar Laser Ranging* [3].

1.1.1.2 Équations du mouvement

Appliquons le Principe d'Équivalence à un objet en chute libre. Pour cet objet, il existe donc localement un système de coordonnées *particulier* x^μ tel que l'équation de son

mouvement s'écrive de la même manière que si le référentiel était non accéléré et sans gravitation :

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0, \quad (1.4)$$

avec $d\tau$ le temps propre¹ :

$$d\tau^2 \equiv -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (1.5)$$

$\eta_{\mu\nu}$ est la métrique de Minkowski utilisée en Relativité Restreinte. D'après le Principe d'Équivalence, cette équation est aussi valable dans un certain voisinage de l'objet en question. Il existe donc un autre système de coordonnées plus général x'^μ dans lequel réécrire cette équation. Cherchons la forme qu'elle prendrait pour ces coordonnées x'^μ :

$$0 = \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} \frac{dx'^\nu}{d\tau} \right) = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} \frac{d^2 x'^\nu}{d\tau^2} + \frac{\partial^2 x^\mu}{\partial x'^\mu \partial x'^\rho} \frac{dx'^\nu}{d\tau} \frac{dx'^\rho}{d\tau}. \quad (1.6)$$

Après multiplication par $\partial x'^\nu / \partial x^\mu$, on obtient la nouvelle équation du mouvement dans le système de coordonnées x'^μ :

$$\frac{d^2 x'^\nu}{d\tau^2} + \Gamma^\nu_{\mu\rho} \frac{dx'^\mu}{d\tau} \frac{dx'^\rho}{d\tau} = 0, \quad (1.7)$$

où $\Gamma^\lambda_{\nu\rho}$ est la connexion affine définie par :

$$\Gamma^\lambda_{\nu\rho} \equiv \frac{\partial x'^\lambda}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 x^\mu}{\partial x'^\nu \partial x'^\rho}. \quad (1.8)$$

Le temps propre se réécrit :

$$d\tau^2 = -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -g_{\mu\nu} dx'^\mu dx'^\nu \quad (1.9)$$

ce qui définit ainsi le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \quad (1.10)$$

$g_{\mu\nu}$ décrit la géométrie de l'espace-temps dans le nouveau système de coordonnées x'^μ et remplace la métrique cartésienne $\eta_{\mu\nu}$. On pourrait par la suite montrer que $\Gamma^\lambda_{\nu\rho}$ peut ne s'écrire qu'à l'aide d'un seul système de coordonnées et du tenseur métrique :

$$\Gamma^\lambda_{\nu\rho} = \frac{1}{2} g^{\mu\lambda} \left(\frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x'^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\mu}}{\partial x'^\rho} - \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x'^\mu} \right) \quad (1.11)$$

La connexion affine $\Gamma^\lambda_{\nu\rho}$ intervient par ailleurs dans la définition de la dérivée covariante $V^\nu_{;\mu}$ d'un vecteur V^ν par rapport à la coordonnée x'^μ :

$$V^\nu_{;\mu} \equiv \partial_\mu V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\lambda} V^\lambda \quad (1.12)$$

Cette définition de la dérivée en Relativité Générale exprime correctement la variation d'un vecteur le long d'une coordonnée dans un espace non plat. Elle se transforme de la même manière qu'un vecteur par un changement de coordonnées, contrairement à la dérivée usuelle : le vecteur variation est donc correctement défini. Pour illustrer toute sa profondeur, voici la définition de la dérivée covariante $DV^\mu/D\tau$ non pas par rapport à

1. A travers cette définition, on a choisi une métrique de signature $(-, +, +, +)$ que nous garderons par la suite.

une coordonnée, mais le long d'une courbe quelconque paramétrée par le temps propre τ (invariant par changement de coordonnées) :

$$\frac{DV^\mu}{D\tau} \equiv \frac{dV^\mu}{d\tau} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \frac{dx^\lambda}{d\tau} V^\nu. \quad (1.13)$$

L'équation du mouvement 1.7 s'écrit alors très simplement

$$\frac{DU^\mu}{D\tau} = 0, \quad (1.14)$$

avec U^μ le vecteur vitesse $dx^\mu/d\tau$. Cette équation ainsi écrite rappelle fortement l'équation du mouvement initiale 1.4. La notion de dérivée covariante est donc bien appropriée aux calculs de Relativité Générale et remplace bien la dérivée usuelle dans ce cadre.

1.1.1.3 Vers l'équation d'Einstein

Armés de ces outils, allons maintenant vers une dérivation simple de l'équation d'Einstein qui résume la gravitation à une déformation de l'espace-temps par la matière. Commençons par nous intéresser à une particule massive se déplaçant lentement dans un champ gravitationnel faible, constant mais quelconque cette fois. L'hypothèse de vitesse faible nous permet de négliger $d\vec{x}/d\tau$ devant $dt/d\tau$. D'après le Principe d'Équivalence, on a vu qu'il existe un système de coordonnées inertielles (ct, \vec{x}') ² tel que l'équation du mouvement 1.7 soit aussi valable dans cette nouvelle situation avec champ gravitationnel. On a alors au premier ordre :

$$\frac{d^2 x'^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{00} \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 = 0, \quad \Gamma^\mu_{00} \approx -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial g_{00}}{\partial x'^\nu}. \quad (1.15)$$

Dans l'hypothèse d'un champ gravitationnel faible, on peut adopter une métrique presque cartésienne :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1, \quad (1.16)$$

et on obtient au premier ordre :

$$\begin{cases} \mu = 1, 2, 3 : & \frac{d^2 \vec{x}'}{d\tau^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 \vec{\nabla} h_{00} \\ \mu = 0 : & \frac{d^2 t}{d\tau^2} = 0. \end{cases} \quad (1.17)$$

D'après la deuxième équation on en déduit que $dt/d\tau$ est une constante et donc la première équation donne :

$$\frac{d^2 \vec{x}'}{dt^2} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} h_{00}. \quad (1.18)$$

Or on sait que dans la limite newtonienne on a :

$$\frac{d^2 \vec{x}'}{dt^2} = -\vec{\nabla} \phi, \quad \phi = -\frac{G_N M}{r}, \quad (1.19)$$

avec ϕ le potentiel gravitationnel engendré par une masse M à une distance r (G_N étant la constante de Newton). En comparant avec 1.18, on a $h_{00} = -2\phi + \text{constante}$. Or le système

2. Par la suite, l'indice 0 des tenseurs correspondra donc à la coordonnée temporelle, tandis que les indices suivants correspondront aux coordonnées spatiales.

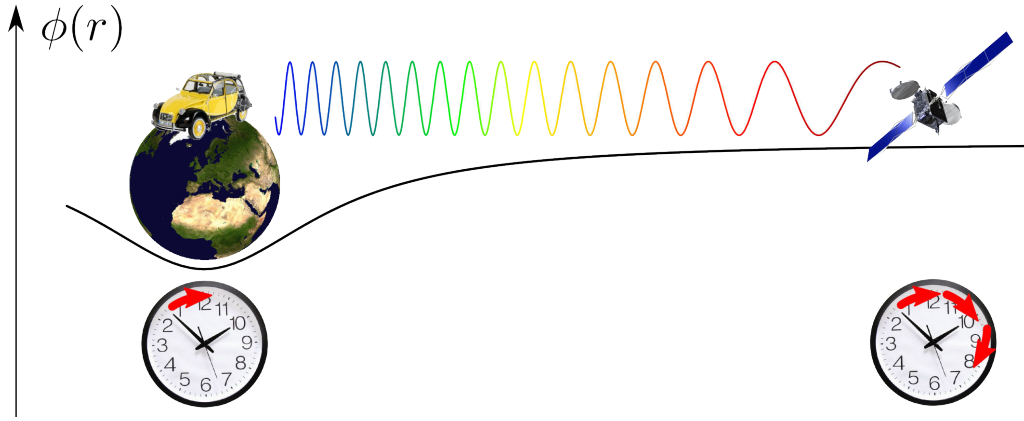


FIGURE 1.1 – Illustration de l'effet Einstein. Un photon tombant dans un puits gravitationnel gagne de l'énergie donc sa fréquence augmente. De façon équivalente, on peut dire que les horloges dans un champ gravitationnel retardent par rapport à des horloges identiques situées en dehors. Les récepteurs GPS doivent prendre en compte cet effet pour en déduire leur position par rapport aux satellites.

de coordonnées choisi doit être cartésien à l'infini (hypothèse de faible perturbation), donc $h_{00} = -2\phi$:

$$g_{00} = -(1 + 2\phi), \quad (1.20)$$

g_{00} correspondant à la composante temporelle de la métrique, le battement des horloges dépend par conséquent de l'intensité du champ gravitationnel. Ceci correspond à l'effet Einstein, la seule conséquence de la Relativité Générale aujourd'hui utilisée technologiquement (dans le GPS, voir figure 1.1).

Cet exercice sur une particule ponctuelle nous apprend que le champ gravitationnel est finalement contenu dans la métrique, et que cette métrique dépend donc de la présence de matière. Il est donc possible d'imaginer une généralisation de ce constat. Le potentiel newtonien est déterminé par l'équation de Poisson $\nabla^2\phi = 4\pi G_N\rho$, où ρ est la densité massique. Cette dernière correspond à la densité d'énergie du tenseur énergie-impulsion de la matière T_{00} (voir encadré : $T_{00} = -\rho g_{00} \approx \rho$), donc avec l'équation 1.20 on peut obtenir

$$\nabla^2 g_{00} = -8\pi G_N T_{00}. \quad (1.21)$$

On peut alors imaginer qu'il existe un tenseur $G_{\mu\nu}$ combinant des dérivées premières et secondes de la métrique $g_{\mu\nu}$ généralisant cette dernière équation à toutes les coordonnées tel que

$$G_{\mu\nu} = -8\pi G_N T_{\mu\nu}. \quad (1.22)$$

Cette dernière équation correspond à une première version de l'équation d'Einstein. Ce raisonnement ne nous a permis que d'intuiter sa forme, mais une autre démonstration plus rigoureuse permet d'obtenir l'expression du tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (1.23)$$

avec $R_{\mu\nu}$ le tenseur de Ricci et R la courbure scalaire (trace du tenseur de Ricci R^μ_μ), eux-mêmes obtenus par le tenseur de Riemann $R^\mu_{\nu\alpha\beta}$:

$$R^\mu_{\nu\alpha\beta} = -\partial_\alpha \Gamma^\mu_{\nu\beta} + \partial_\beta \Gamma^\mu_{\nu\alpha} - \Gamma^\mu_{\alpha\sigma} \Gamma^\sigma_{\nu\beta} + \Gamma^\mu_{\beta\sigma} \Gamma^\sigma_{\nu\alpha} \quad (1.24)$$

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\mu\alpha\nu}. \quad (1.25)$$

$G_{\mu\nu}$ apparaît être de divergence nulle car $G^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$ (identité de Bianchi). Une conséquence de cette propriété et de l'équation d'Einstein 1.22 est la conservation de l'énergie, par conséquent directement issue de propriétés géométriques :

$$T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0 \quad (1.26)$$

On voit alors que l'équation d'Einstein peut être définie à une constante près³, aujourd'hui appelée constante cosmologique, tout en satisfaisant la conservation de l'énergie. Voici l'équation d'Einstein sous sa forme définitive [4] :

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad (1.27)$$

Tenseur énergie-impulsion

Le tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$ décrit le contenu en énergie de l'espace-temps. En fait, il ne décrit que l'énergie et l'impulsion associée à la matière ou à toute autre forme de champ non gravitationnel, comme le champ électromagnétique. Pour un fluide parfait en l'absence de gravitation, ce tenseur s'écrit sous la forme :

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (p + \rho)U^\mu U^\nu, \quad (1.28)$$

où p et ρ sont respectivement la pression et la densité d'énergie du fluide (mesurables par un observateur localement dans le référentiel du fluide), et U^μ est la valeur locale du quadri-vecteur vitesse $dx^\mu/d\tau$.

Pour un fluide statique, la normalisation de la quadri-vitesse donne :

$$g_{\mu\nu}U^\mu U^\nu = -1 \Rightarrow U^0 = (-g^{00})^{1/2}, \quad U^i = 0 \text{ pour } i = 1, 2, 3. \quad (1.29)$$

Le tenseur énergie-impulsion prend alors la forme simple

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho g^{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & pg^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & pg^{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & pg^{33} \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

1.1.2 La Relativité Générale en action

Le principe de moindre action est un principe de base de la physique. La dynamique d'un système peut généralement être résumée dans une intégrale appelée action \mathcal{S} , qui minimisée donne les équations du mouvement du système. La plupart des équations fondamentales de la physique peuvent être formulées à partir du principe de moindre action.

L'intégrant correspond au Lagrangien \mathcal{L} , ou à la densité Lagrangienne. C'est la quantité scalaire qui code de manière concise les équations du mouvement du système. L'avantage d'une telle formulation en physique est qu'elle permet de manipuler des quantités scalaires venant de différentes théories, et de disposer de théorèmes reliant les symétries d'un système à ses quantités conservées (théorème de Noether [5]).

3. Car on a aussi $g^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$.

L'équation d'Einstein 1.27 sans matière est une équation du mouvement qui peut être formulée sous la forme d'action, l'action d'Einstein-Hilbert :

$$\mathcal{S}_{\text{EH}} = -\frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} (R - \Lambda), \quad (1.31)$$

où R est le scalaire de Ricci. Cette action contient les deux termes scalaires les plus simples invariants selon un changement de coordonnées, construits à partir de la métrique $g_{\mu\nu}$. L'action pour décrire un Univers avec matière et gravitation est alors simplement l'addition des actions de la matière \mathcal{S}_m et d'Einstein-Hilbert :

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\text{EH}} + \mathcal{S}_m, \quad \mathcal{S}_m = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_m, \quad (1.32)$$

où \mathcal{L}_m est le Lagrangien de la matière (regroupant tous les champs physiques, forces incluses, sauf la gravitation). On voit là tout l'intérêt de l'expression des équations sous forme d'action, car pour décrire un Univers avec un champ scalaire supplémentaire particulier ou toute autre théorie physique additionnelle, il suffit de rajouter son écriture sous forme d'action à l'action totale décrivant ce modèle d'Univers. Il est donc commode en physique de partir de l'écriture simple d'une action, puis de la minimiser pour en déduire les équations du mouvement et la dynamique du système, i.e. l'évolution de l'Univers et le comportement de ses différentes composantes (matière, rayonnement, etc...).

Appliquons cette méthode à l'action \mathcal{S} . Cette méthode sera ensuite reprise dans les chapitres suivants dans le cadre d'Univers avec différents champ scalaires. Considérons une variation infinitésimale de la métrique $g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}$, où $\delta g_{\mu\nu}$ est arbitraire mais s'annule à l'infini. On peut alors définir le tenseur énergie-impulsion de la matière introduit plus haut comme le résultat de la minimisation de \mathcal{S}_m :

$$\delta \mathcal{S}_m = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \mathcal{L}_m + \delta \mathcal{L}_m \right) = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (1.33)$$

$$T^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \sqrt{-g} \mathcal{L}_m}{\delta g_{\mu\nu}} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{L}_m}{\delta g_{\mu\nu}} + g^{\mu\nu} \mathcal{L}_m \quad (1.34)$$

A partir des équations 1.31, 1.32 et 1.34, on démontre que la minimisation de l'action totale \mathcal{S} redonne l'équation d'Einstein 1.27, comme étant l'équation du mouvement de la métrique $g_{\mu\nu}$.

1.1.2.1 Principes cosmologiques

Dans la cosmologie contemporaine, l'équation d'Einstein 1.27 est donc l'équation de base pour décrire l'évolution de l'Univers. Pour poursuivre les calculs, il faut cependant rajouter deux hypothèses.

1. l'Univers est homogène : la métrique ne dépend donc pas de la position dans l'espace, donc aucune position n'est particulière dans l'Univers. Cette affirmation, issue du principe Copernicien, n'est que statistiquement vraie car localement on observe bien que la matière a formé des grumeaux (planètes, étoiles, galaxies,...) au milieu de larges vides. Cependant l'observation de l'Univers à grande échelle montre que l'Univers est bien globalement homogène à des échelles plus grandes que la distance moyenne inter-galactique⁴ 100 Mpc (voir figure 1.2 et par exemple [6] pour une mesure de l'homogénéité de l'Univers par comptage de galaxies).

4. 1 parsec (pc) = 3.262 années-lumière = 3.086×10^{16} m. 100 Mpc $\approx 3 \times 10^8$ années-lumière.

2. l'Univers est isotrope : aucune direction n'est privilégiée. Ainsi, des observations effectuées dans deux directions différentes du ciel sont équivalentes. Ceci est bien vérifié par l'observation du fond diffus cosmologique micro-onde (CMB) dont la température est mesurée identique dans toutes les directions de l'espace à des fluctuations de température $\delta\theta$ de l'ordre de $\delta\theta/\theta \approx 10^{-5}$ près (voir figure 1.3 et par exemple [7] pour une vérification du principe d'isotropie utilisant l'effet Sunyaev-Zeldovich).

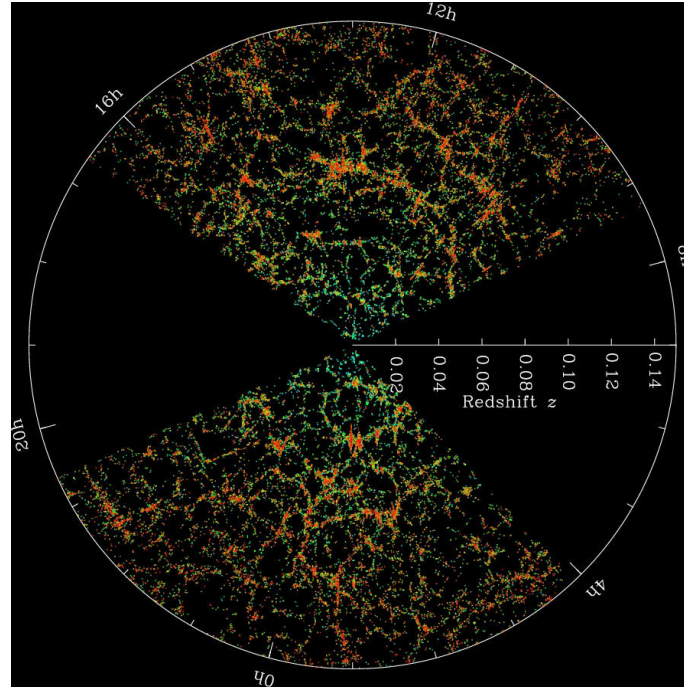


FIGURE 1.2 – Répartition des galaxies détectées par l'expérience Sloan Digital Sky Survey (SDSS), en fonction du redshift z (cette notion sera définie plus loin, mais peut être liée à une notion de distance, $z = 0$ étant notre position).

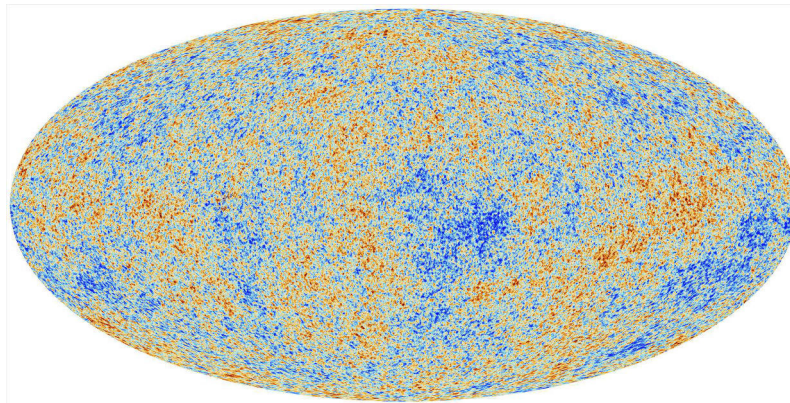


FIGURE 1.3 – Carte de température du fond diffus cosmologique micro-onde (CMB) observée par le satellite Planck. L'écart relatif observé entre la température des points chauds (rouges) ou froids (bleus) par rapport à la moyenne est de l'ordre de $\delta\theta/\theta \approx 10^{-5}$.

1.1.2.2 Les équations de Friedmann

Résoudre l'équation d'Einstein 1.27 consiste à en trouver une métrique solution, compte tenu de la répartition en matière supposée dans $T^{\mu\nu}$. Supposer les principes d'homogénéité et d'isotropie pour ce tenseur, impose que la métrique devra aussi respecter ces propriétés. Une solution de l'équation d'Einstein respectant ces conditions est la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), utilisant le jeu de coordonnées sphériques usuel (ct, r, θ, ϕ) :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

où $a(t)$ est une fonction inconnue du temps appelée paramètre d'échelle, et k une constante qui par un choix particulier d'unités pour r peut prendre les valeurs $+1$, 0 et -1 . Suivant les valeurs de k , on a trois espaces de dimension 3 possibles (voir figure 1.4) :

$$k = \begin{cases} +1 & \text{3-sphère} \\ 0 & \text{espace plat} \\ -1 & \text{3-hyperboloïde} \end{cases} \quad (1.36)$$

Le paramètre d'échelle $a(t)$ peut être obtenu en résolvant l'équation d'Einstein connaissant le contenu du tenseur énergie-impulsion de l'Univers $T^{\mu\nu}$ et la valeur de k . Une remarque : dans la métrique FLRW, c'est la quantité $a(t)r$ qui a la dimension d'une longueur, et non directement la coordonnée radiale r . Cette dernière s'exprime en "mètres par $a(t)$ " : son unité varie donc dans le temps. La coordonnée r (ainsi que les coordonnées angulaires θ et ϕ) sont des coordonnées dites comobiles car elles décrivent des positions indépendantes du facteur d'échelle $a(t)$. Nous y reviendrons plus loin.

Pour un Univers sphérique, le facteur d'échelle $a(t)$ est le rayon de courbure. Un Univers sphérique dynamique correspond donc à un univers possédant un rayon de courbure variable dans le temps. Un espace plat ne possède pas d'échelle caractéristique, la valeur de $a(t)$ n'a donc pas de sens physique. La quantité ayant un sens physique pour un tel univers est le paramètre de Hubble qui quantifie la vitesse de variation du facteur d'échelle :

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (1.37)$$

avec le point $\dot{}$ exprimant une dérivée par rapport au temps t . Dans le but d'alléger les notations, la dépendance temporelle des paramètres ne sera pas toujours explicitée, de sorte que $a(t) = a$. On désignera les paramètres évalués au temps présent t_0 par l'indice ou l'exposant 0 si bien que $a(t_0) = a_0$. Il est toujours possible de changer de système de coordonnées de sorte que $a_0 = 1$. Nous travaillerons systématiquement avec cette convention et omettrons généralement le terme a_0 des équations, sauf pour des raisons dimensionnelles.

En utilisant la métrique FLRW 1.35, calculons pour l'exemple la connexion affine



FIGURE 1.4 – Représentation des équivalents à deux dimensions des trois espaces solution des principes cosmologiques : la 2-sphère, le plan, le 2-hyperboloïde.

suivante à partir de l'équation 1.11 :

$$\Gamma^1_{01} = \frac{1}{2} g^{1\mu} (\partial_0 g_{1\mu} + \partial_1 g_{0\mu} - \partial_\mu g_{01}) \quad (1.38)$$

$$= \frac{1}{2} g^{11} (\partial_t g_{11} + \partial_r g_{01} - 0) \text{ car } \forall \mu \neq 1, g^{1\mu} = 0 \text{ (voir encadré)} \quad (1.39)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1 - kr^2}{a^2} \left(\frac{2\dot{a}a}{1 - kr^2} + 0 \right) \quad (1.40)$$

$$= \frac{\dot{a}}{a} = H. \quad (1.41)$$

Métrique inverse

Le tenseur métrique inverse est défini par :

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\beta}. \quad (1.42)$$

En effet, par définition on a bien :

$$g^{\nu\rho} g_{\mu\nu} = \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\beta} \eta_{\gamma\delta} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\nu} \quad (1.43)$$

$$= \delta_\alpha^\delta \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\beta} \eta_{\gamma\delta} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x'^\mu} \text{ avec } \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\nu} = \delta_\alpha^\delta \quad (1.44)$$

$$= \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\beta} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\mu} = \delta_\mu^\rho, \quad (1.45)$$

où δ_μ^ρ est le symbole de Kronecker ($\delta_\mu^\rho = 1$ si $\rho = \mu$, 0 sinon).

Pour la métrique FLRW, son inverse est simplement :

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-kr^2}{a^2(t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^2(t)r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a^2(t)r^2 \sin^2 \theta} \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

De la même manière, on obtient les autres connexions affines, puis les tenseurs de Riemann et Ricci. Au final, le tenseur d'Einstein est diagonal et vaut :

$$G_{00} = -3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right), \quad (1.47)$$

$$G_{ij} = \frac{2\ddot{a}a + \dot{a}^2 + k}{a^2} g_{ij} \text{ pour } i = j \neq 0. \quad (1.48)$$

A partir de l'équation d'Einstein 1.27 et du tenseur énergie-impulsion 1.30, on obtient pour la coordonnée 00 et pour les coordonnées spatiales ij :

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad (1.49)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 00 : & 3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right) = 8\pi G_N \rho + \Lambda \\ ij : & \frac{2\ddot{a}a + \dot{a}^2 + k}{a^2} = -8\pi G_N p + \Lambda \end{cases} \quad (1.50)$$

Ce sont les deux équations d'Einstein. On les appellera équation d'Einstein (00) et équation d'Einstein (ij) par la suite. Elles sont plus connues sous le nom d'équation de Friedmann lorsqu'elle sont exprimées en fonction du paramètre de Hubble $H = \dot{a}/a$:

$$\begin{cases} 00 : & H^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \\ ij : & 2\dot{H} + 3H^2 = -8\pi G_N p + \Lambda - \frac{k}{a^2} \end{cases} \quad (1.51)$$

La première équation de Friedmann relie explicitement l'évolution du facteur d'échelle $a(t)$ au contenu énergétique de l'Univers. De plus, en soustrayant ces deux équations et en combinant le résultat avec la dérivée temporelle de la première, on peut obtenir l'équation de conservation de l'énergie que l'on obtiendrait aussi directement en calculant $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$ dans la métrique FLRW :

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p) \quad (1.52)$$

Le tenseur énergie-impulsion inclut la matière non-relativiste et relativiste. La matière relativiste est généralement nommée rayonnement car aujourd'hui le rayonnement de photons du CMB est largement dominant dans cette composante. La matière non relativiste n'exerce pas de pression donc $p_m = 0$ et :

$$\dot{\rho}_m = -3H\rho_m \Rightarrow \rho_m = \rho_m^0 a^{-3}. \quad (1.53)$$

Cette dernière relation traduit bien le fait que si une boîte de côté a contenant une certaine quantité de matière voit la longueur de ses côtés doubler, alors la densité de matière est bien divisée par 2^3 . Pour le rayonnement, $\rho_r = 3p_r$ donc :

$$\dot{\rho}_r = -4H\rho_r \Rightarrow \rho_r = \rho_r^0 a^{-4}. \quad (1.54)$$

Le raisonnement avec une boîte cubique de côté a s'applique aussi ici, mais si toutes les longueurs doublent, alors la longueur d'onde du rayonnement aussi donc son énergie est divisée par 2. On retrouve bien une diminution de la densité d'énergie de rayonnement en 2^4 .

Équations d'état

L'équation d'état $w(z)$ associée à une composante de l'Univers est définie par le rapport de sa pression et de sa densité d'énergie $w = p/\rho$.

- La matière non relativiste n'exerce pas de pression sur son milieu extérieur d'où $p_m = 0$ donc $w_m = 0$.
- La matière relativiste exerce quant à elle une pression sur son milieu de valeur $p_r = \rho_r/3$ d'où $w_r = 1/3$.
- Pour la constante cosmologique, on identifie dans l'équation 1.51 une densité d'énergie $\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi G_N$ et une pression $p_\Lambda = -\Lambda/8\pi G_N$ d'où une équation d'état constante et négative $w_\Lambda = -1$.

1.1.2.3 Le modèle Λ CDM

On peut définir une densité critique, qui correspondrait à la densité que l'on doit avoir dans un univers homogène et isotrope en expansion de courbure spatiale nulle (cf équation 1.51) :

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G_N}. \quad (1.55)$$

Il est commode de définir aussi sa valeur actuelle :

$$\rho_c^0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N} = 1.1 \times 10^{-29} \left(\frac{H_0}{75 \text{ km/s/Mpc}} \right)^2 \text{ g/cm}^3 \approx 6 \text{ protons/m}^3. \quad (1.56)$$

où H_0 est la constante de Hubble.

Dans les équations de Friedmann 1.51, il est possible d'interpréter la constante cosmologique Λ et la courbure k en terme de densités d'énergie au même titre que la densité d'énergie ρ du tenseur énergie-impulsion. La densité d'énergie associée à la constante cosmologique est parfois appelée densité d'énergie noire, en raison des étranges propriétés associées à cette dernière :

$$\rho_\Lambda(t) = \frac{\Lambda}{8\pi G_N} = \text{constante}, \quad (1.57)$$

et celle associée à la variable k est appelée densité d'énergie de courbure :

$$\rho_k(t) = -\frac{3k}{8\pi G_N a^2(t)}. \quad (1.58)$$

On voit que la densité d'énergie associée à la constante cosmologique étant constante dans le temps, cette dernière a un comportement bien singulier : quelque soit la taille de l'Univers, il y a toujours autant d'énergie par unité de volume. Elle n'est donc pas diluée comme toute énergie ordinaire lorsque celui-ci est en expansion. De plus, grâce à la seconde équation de Friedmann, on voit que la pression associée à la constante cosmologique serait $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$, soit une pression négative ! En posant $\rho_{\text{tot}} = \rho + \rho_\Lambda$ (et $p_{\text{tot}} = p + p_\Lambda$) puis en combinant les deux équations de Friedmann 1.51 de façon à éliminer le terme de courbure, on obtient :

$$2\dot{H} + 2H^2 = \frac{2\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G_N}{3} (\rho_{\text{tot}} + 3p_{\text{tot}}). \quad (1.59)$$

On constate que l'expansion de l'Univers s'accélère ($\ddot{a} > 0$) si $p_{\text{tot}} < -\rho_{\text{tot}}/3$. L'Univers étant constitué essentiellement de matière non relativiste et de rayonnement, on a $\rho =$

$\rho_m + \rho_r$, et la condition précédente devient équivalente à $\rho_\Lambda > \rho_r + \rho_m/2$. En conclusion, si la constante cosmologique domine le contenu en énergie de l'Univers, alors elle engendre une telle pression négative que ce dernier entre en expansion accélérée.

On définit les paramètres de densité en normalisant les densités d'énergie par la densité critique, soit

$$\Omega_m(t) = \frac{\rho_m(t)}{\rho_c(t)}, \quad \Omega_\Lambda(t) = \frac{\Lambda}{3H^2(t)}, \quad \Omega_k(t) = -\frac{k}{3a^2(t)H^2(t)} \quad (1.60)$$

$$\Omega_m^0 = \frac{\rho_m^0}{\rho_c^0}, \quad \Omega_\Lambda^0 = \frac{\Lambda}{3H_0^2}, \quad \Omega_k^0 = -\frac{k}{3H_0^2}. \quad (1.61)$$

La première équation de Friedmann s'écrit alors simplement avec $\rho = \rho_m + \rho_r$:

$$1 = \Omega_m(t) + \Omega_r(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_k(t) \quad (1.62)$$

$$\bar{H}^2(t) \equiv \frac{H^2(t)}{H_0^2} = \Omega_m^0 a^{-3}(t) + \Omega_r^0 a^{-4}(t) + \Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 a^{-2}(t). \quad (1.63)$$

Ce modèle d'Univers liant la prédiction de son expansion $\bar{H}(z)$ à son contenu composé d'une constante cosmologique, de matière et de radiation, est appelé modèle Λ CDM (Λ pour la constante cosmologique et CDM pour *Cold Dark Matter*).

1.1.2.4 Le décalage spectral, ou redshift

Pour mesurer la valeur des différents paramètres de densité dans notre Univers, il faut avoir accès au paramètre d'échelle $a(t)$. Ceci est possible par la mesure du décalage spectral de la lumière venant de sources distantes. Dans la métrique FLRW, plaçons nous par convention au centre $r = 0$, et considérons un objet situé aux coordonnées comobiles (r_E, θ_E, ϕ_E) , émettant une onde électromagnétique à l'instant t_E (voir figure 1.5). Le front d'onde est paramétré par la coordonnée comobile $r(t)$. Pour cette onde, voyageant à la vitesse de la lumière, dans la métrique FLRW on a, à tout instant :

$$d\tau^2 = 0 = -c^2 dt^2 + \frac{a^2(t)}{1 - kr^2} dr^2. \quad (1.64)$$

Posons t_0 l'instant de la réception de cette onde en $r = 0$, alors grâce à l'équation précédente on a la relation :

$$\chi(t_0) \equiv \int_{t_E}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^{r_E} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \begin{cases} \arcsin r_E & \text{si } k = +1 \\ r_E & \text{si } k = 0 \\ \text{arcsh } r_E & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.65)$$

Cette dernière intégrale est appelée distance comobile car elle fait abstraction des effets de l'expansion de l'Univers dans le calcul de la longueur parcourue par la lumière. En effet, elle a la même dimension que r donc s'exprime en $m/a(t)$.

Pour une onde électromagnétique de période T , l'expression 1.64 étant valable à tout instant, on peut calculer la même intégrale pour l'onde émise à l'instant $t_E + T_E$ et reçue à l'instant $t_0 + T_0$ (on suppose donc que la période T va varier au cours du temps) :

$$\int_{t_E+T_E}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^{r_E} \frac{dr}{1 - kr^2}. \quad (1.66)$$

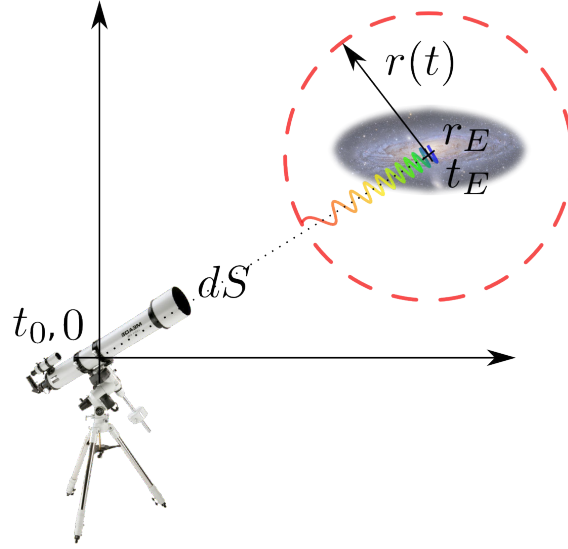


FIGURE 1.5 – Notations pour le calcul du redshift et des distances cosmologiques en coordonnées comobiles.

Par égalité des expression 1.65 et 1.66, comme la période T est petite devant les variations du facteur d'échelle $a(t)$ pour les ondes électromagnétiques usuelles, on obtient :

$$\int_{t_E+T_E}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_E}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} \quad (1.67)$$

$$\int_{t_E+T_E}^{t_E} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_0+T_0}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} \quad (1.68)$$

$$\Leftrightarrow \frac{cT_0}{a(t_0)} = \frac{cT_E}{a(t_E)} \quad (1.69)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_0}{\lambda_E} = \frac{a(t_0)}{a(t_E)} \quad (1.70)$$

Directement, si l'espace est en expansion alors $a(t_E) < a(t_0)$ et la longueur d'onde reçue λ_0 est donc supérieure à la longueur d'onde émise λ_E . On définit alors le décalage spectral, communément appelé *redshift* en raison du fait que la quasi-totalité des spectres des galaxies observées sont décalées vers le rouge, par :

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_E}{\lambda_E} \Leftrightarrow 1 + z = \frac{a_0}{a(t_E)}. \quad (1.71)$$

Le décalage spectral est à la fois directement lié au paramètre d'échelle $a(t)$, mais aussi à une grandeur expérimentale directement mesurable sur le spectre d'émission des objets distants. En effet, en regardant la position des raies d'absorption et d'émission des objets lointains, on peut en déduire leurs décalages spectraux par rapport aux mêmes éléments chimiques situés sur Terre, au repos. Cette donnée expérimentale est donc souvent associée à la définition des distances en cosmologie. Par exemple, par un changement de variable défini par l'équation 1.71, la distance comobile s'écrit simplement :

$$\chi(z) = \frac{1}{a_0} \int_0^z \frac{cdz}{H(z)} \quad (1.72)$$

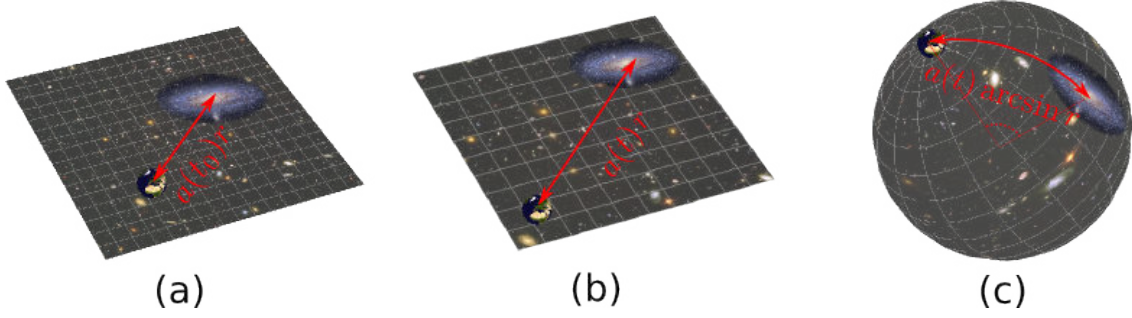


FIGURE 1.6 – Distance propre entre la Terre et la Galaxie d’Andromède. (a) Aujourd’hui, la distance mesurée entre la Terre et la Galaxie d’Andromède est de $a_0 r = 2.5 \times 10^6$ années-lumière dans un espace plat. (b) A une autre date t , cette distance évolue et vaut $a(t)r$. (c) Distance propre dans un espace sphérique.

De plus, la première équation de Friedmann se réécrit ainsi en fonction du décalage spectral :

$$\bar{H}^2(z) = \Omega_m^0 (1+z)^3 + \Omega_r^0 (1+z)^4 + \Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 (1+z)^2 \quad (1.73)$$

avec $a_0 = 1$.

1.1.2.5 Distances dans l’Univers

La distance propre est la distance que l’on pourrait mesurer effectivement à un instant t entre deux objets situés en r_1 et r_2 . Elle est donc homogène à une longueur. Sans perdre en généralité, on peut choisir $r_1 = 0$ et $r_2 = r$. La distance propre est alors définie naturellement par :

$$d(t) \equiv \int_0^r \sqrt{-g_{rr}} dr' = \int_0^r \frac{a(t) dr'}{\sqrt{1 - kr'^2}} = a(t) \chi(t) = a(t) \begin{cases} \arcsin r_E & \text{si } k = +1 \\ r_E & \text{si } k = 0 \\ \text{arcsh } r_E & \text{si } k = -1 \end{cases}, \quad (1.74)$$

et s’exprime bien en unités de longueur. A la date t_0 aujourd’hui, cette distance s’exprime simplement en fonction du décalage spectral :

$$d(z) = a_0 \chi(z) = \int_0^z \frac{cdz}{H(z)}. \quad (1.75)$$

La notion de distance propre est illustrée par la figure 1.6.

Considérons une source située en r_E , émettant à l’instant t_E n_E photons de fréquence moyenne ν_E (se reporter encore à la figure 1.5). Sa luminosité est :

$$L_E = \frac{n_E h \nu_E}{dt_E}. \quad (1.76)$$

Alors le flux surfacique reçu par un observateur est :

$$\Phi_0 = \frac{n_0 h \nu_0}{dt_0 dS}. \quad (1.77)$$

La surface sur laquelle se répartit, à l’instant t_0 , le flux émis est :

$$S = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sqrt{-g} d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi a^2(t_0) r^2(t_0) \sin^2 \theta d\theta d\phi = 4\pi a_0^2 r_E^2. \quad (1.78)$$

avec $r(t_0) = r_E$. Or à partir de l'équation 1.70, on a $\nu_E = \nu_0 a(t_0)/a(t_E) = \nu_0(1+z)$ et $dt_E = dt_0/(1+z)$. Le nombre de photons émis n_E intercepté par la surface collectrice de taille dS est $n_0 = n_E dS / (4\pi a_0^2 r_E^2)$, d'où le flux reçu :

$$\Phi_0 = \frac{n_0 h \nu_0}{dt_0 dS} = \frac{h \nu_0 n_E}{dt_0 4\pi a_0^2 r_E^2} = \frac{L_E}{4\pi a_0^2 r_E^2 (1+z)^2}. \quad (1.79)$$

Dans un espace statique et plat, la luminosité apparente d'une source au repos à distance d_L serait $L_E/4\pi d_L^2$. On peut donc définir la distance de luminosité d'une source $d_L(z)$ par :

$$\Phi_0 = \frac{L_E}{4\pi d_L^2(z)} \Rightarrow d_L(z) = a_0 r_E (1+z) = a_0 (1+z) \begin{cases} \sin \chi(z) & \text{si } k = +1 \\ \chi(z) & \text{si } k = 0 \\ \text{sh } \chi(z) & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.80)$$

Dernière distance importante en cosmologie, la distance angulaire d'un objet $D_A(z)$. Soit un objet de taille transverse D situé en $r = r_E, t = t_E$ et observé en $r = 0, t = t_0$. Dans l'espace comobile, il serait vu sous un angle $\delta \approx D/r_E$ (avec $\delta \ll 1$). On définit la distance angulaire comobile ou distance transverse comobile simplement par :

$$d_A(z) = \frac{D}{\delta} = r_E = \begin{cases} \sin \chi(z) & \text{si } k = +1 \\ \chi(z) & \text{si } k = 0 \\ \text{sh } \chi(z) & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.81)$$

Dans un espace non statique, son diamètre apparent à t_0 est $D' = D a_0/a_E$ et l'objet est à une distance $a_0 r_E$: il est donc vu sous un angle $\delta' = D'/a_0 r_E$. La distance angulaire $D_A(z)$ est la distance sous laquelle son diamètre apparent serait à nouveau D et vu sous le même angle δ' :

$$\delta' = \frac{D}{D_A(z)} = \frac{D'}{a_0 r_E} \quad (1.82)$$

$$\Rightarrow D_A(z) = a(t_E) r_E = \frac{a_0 r_E}{1+z} = \frac{a_0}{1+z} d_A(z) = \frac{d_L(z)}{(1+z)^2} = \frac{a_0}{1+z} \begin{cases} \sin \chi(z) & \text{si } k = +1 \\ \chi(z) & \text{si } k = 0 \\ \text{sh } \chi(z) & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.83)$$

1.1.3 L'Univers aujourd'hui

Jusqu'à présent, nous avons construit un modèle d'Univers, à partir des principes d'équivalence, d'homogénéité et d'isotropie. Nous n'avons jamais eu à supposer la valeur de tel ou tel paramètre, ni introduit de mesures expérimentales. Ce modèle est-il donc en accord avec les observations ? Quelles sont les valeurs des paramètres du modèle qui s'accordent aux mesures actuelles ?

1.1.3.1 D'un Univers statique à un Univers en expansion

A la publication de l'article d'Einstein finalisant la Relativité Générale en 1917 [4], pour les scientifiques de l'époque l'Univers n'était composé que de notre galaxie et probablement d'un vide au-delà. Il était statique, immuable, éternel, autrement dit sans histoire. La Galaxie d'Andromède était encore appelé Nébuleuse d'Andromède et n'était alors qu'un objet diffus situé dans notre propre galaxie. Pour satisfaire cette vision d'un Univers statique, Einstein propose que la constante cosmologique vaille :

$$\Lambda = 4\pi G_N \rho. \quad (1.84)$$

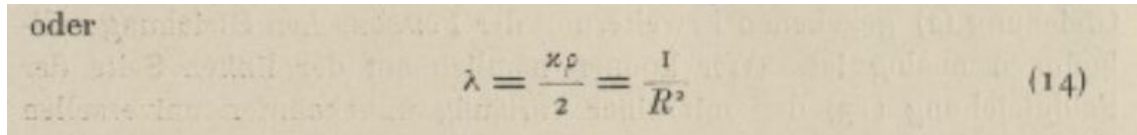


FIGURE 1.7 – Introduction de la constante cosmologique dans l'article historique d'Einstein [4], solution d'un Univers statique.

En effet, reprenons le système d'équations de Friedmann 1.51 avec $\dot{a} = 0$. Alors pour un Univers composé d'étoiles de faible vitesse ($p \approx 0$), grâce à la seconde équation on a directement $\Lambda = k/a^2$. Puis avec la première équation, on obtient alors ;

$$0 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{2k}{3a^2} \Rightarrow k = +1 \text{ et } \forall t, a(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi G_N \rho}}, \quad (1.85)$$

d'où $\Lambda = 4\pi G_N \rho$ (voir figure 1.7 où $\kappa = 8\pi G_N$). On a donc bien une solution pour un Univers statique, donc d'âge infini, sans frontière et fermé puisque de géométrie sphérique, ce qui correspond à la vision de l'Univers de l'époque.

Cependant, dans les années 1920, les frontières de l'Univers commencent à faire débat. Certains scientifiques comme Shapley affirment que les nébuleuses connues alors se situent dans notre galaxie, alors que d'autres comme Curtis commencent à soutenir que certaines se situent en dehors. La question est résolue en 1923 par l'astronome Edwin Hubble par la découverte d'étoiles Céphéides dans la Galaxie d'Andromède. Les Céphéides sont des étoiles variables dont la période de variation est directement liée à leur luminosité intrinsèque. Cette relation découverte par Henrietta Swan Leavitt permet ainsi de connaître la distance de luminosité des nébuleuses contenant de telles étoiles, en mesurant leur variabilité. D'un coup, des objets que l'on croyait situés dans notre galaxie se retrouvent en dehors. Par exemple, la Galaxie d'Andromède se retrouve propulsée à 275 000 parsecs ([8] et figure 1.8), bien au-delà des amas globulaires gravitant autour de notre galaxie à quelques kiloparsecs de distance.

A SPIRAL NEBULA AS A STELLAR SYSTEM, MESSIER 31

By EDWIN HUBBLE

ABSTRACT

Material.—The present discussion of M 31 is based on the study of about 350 photographs taken with the 60- and 100-inch reflectors, distributed over an interval of about eighteen years. Two-thirds of the total number were obtained by the writer during the five years 1923–1928. Since the image of the nebula is much larger than the usable fields of the telescopes, attention was concentrated on four regions centered on (1) the nucleus, (2) 23' north following, (3) 17' south, (4) 48' south preceding the nucleus. The combined area, with allowance for overlapping, represents about 40 per cent of the entire nebula.

Resolution.—The outer regions of the spiral arms are partially resolved into swarms of faint stars, while the nuclear region shows no indications of resolution under any conditions with the 100-inch reflector. Intermediate regions show isolated patches where resolution is pronounced or suggested.

Variables.—Fifty variables have been found, nearly all in the outer regions where resolution is pronounced. The survey is believed to be fairly exhaustive in the four selected regions down to 19.0 photographic magnitude.

Cepheids.—Forty of the variables are known to be Cepheids with periods from 48 days to 10 days and maxima from 18.1 to 19.3 photographic magnitude; one exceptional star varies from 17.9 to 19.2 in a period of 175 days. The period-luminosity relation is conspicuous, and the slope is approximately that found among Cepheids in other extra-galactic systems.

Distance of M 31 derived from Cepheid criteria.—Comparisons of period-luminosity diagrams indicate that M 31 is about 0.1 mag. or 5 per cent more distant than M 33, and about 8.5 times more distant than the Small Magellanic Cloud. Using Shapley's value for the Cloud, we find the distance of M 31 to be 275,000 parsecs.

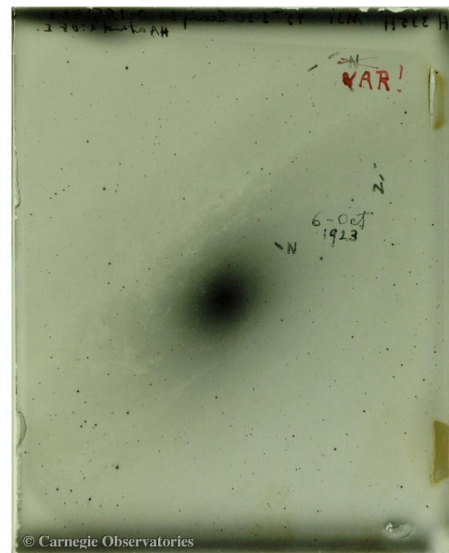


FIGURE 1.8 – A gauche, en-tête de l'article de Hubble sur la mesure de la distance de la Galaxie d'Andromède (M31). A droite, plaque photographie historique où Hubble a identifié une étoile variable dans la Galaxie d'Andromède (indiqué par le "N").

Dans le même temps, de nombreuses mesures spectroscopiques de ces nébuleuses ont été réalisées, entre autres par Vesto Slipher, qui en a déduit les décalages spectraux. De plus, Friedmann montre en 1922 qu'un Univers en expansion peut être une solution de l'équation d'Einstein. En 1929, dans un autre fameux article [9], Hubble assemble les décalages spectraux et les distances de luminosité de 22 galaxies (figure 1.9). Le résultat est sans appel : plus les galaxies sont lointaines, plus elle s'éloignent vite (la vitesse radiale de l'objet pouvant être déduite du décalage spectral par la formule de Doppler). Hubble établit une loi de proportionnalité entre ces deux quantités, appelée loi de Hubble :

$$cz = H_0 d_L(t_0), \quad (1.86)$$

avec H_0 la constante de Hubble, mesurée alors à 530 km/s/Mpc. Un tel comportement ne peut s'expliquer que d'une seule manière : l'espace qui nous sépare des galaxies est en expansion. Cependant, il faut noter que dès 1927, dans un article publié en français dans une revue belge, Georges Lemaître compare la théorie d'un univers en expansion aux mesures de distances et redshifts de 42 galaxies et parvient deux ans plus tôt aux mêmes conclusions que Hubble [10] avec $H_0 = 625$ km/s/Mpc. Mais c'est Hubble qui est passé à la postérité, la version traduite en anglais de l'article de Lemaître [11] omettant curieusement l'ensemble de son travail d'analyse des données et le calcul de H_0 [12, 13].

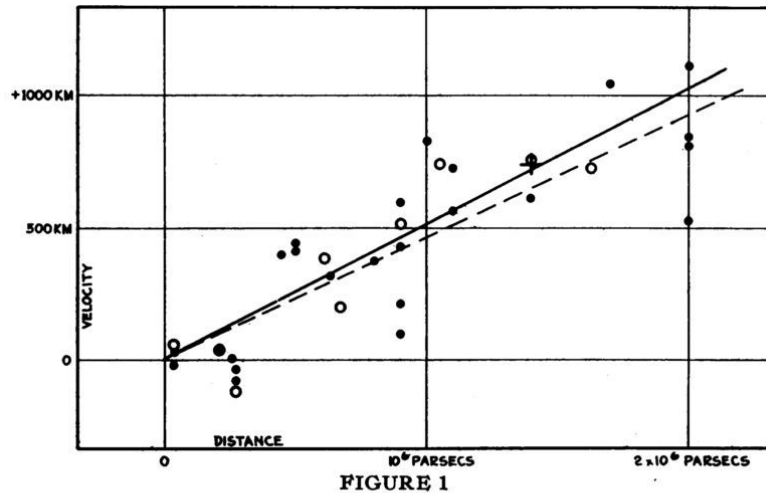


FIGURE 1
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

Radial velocities, corrected for solar motion, are plotted against distances estimated from involved stars and mean luminosities of nebulae in a cluster. The black discs and full line represent the solution for solar motion using the nebulae individually; the circles and broken line represent the solution combining the nebulae into groups; the cross represents the mean velocity corresponding to the mean distance of 22 nebulae whose distances could not be estimated individually.

FIGURE 1.9 – Premier "diagramme de Hubble", établi dans l'article de Hubble [9], montrant une relation de proportionnalité entre distance de luminosité d'une galaxie et sa vitesse radiale.

1.1.3.2 Le scénario du Big Bang

Si l'Univers grandit aujourd'hui, alors hier il était plus petit et plus dense, donc plus chaud. Si on poursuit le raisonnement, alors compte tenu de la constante de Hubble mesu-

rée aujourd'hui et dans le modèle standard de la cosmologie, il y a 13.8 milliards d'années environ l'Univers était infiniment petit, infiniment chaud et infiniment dense. Un tel scénario pour la naissance de l'Univers est appelé Big Bang.

À partir du moment où l'Univers est raisonnablement plus froid (10^{-11} secondes après cet "instant zéro"), les lois de la physique connues peuvent s'appliquer, et des prédictions observationnelles peuvent être faites si l'Univers est bien né d'un Big Bang. En plus du constat que l'Univers est en expansion, deux autres preuves observationnelles liées à cette phase chaude de l'Univers sont venues soutenir cette hypothèse.

380 000 ans après le Big Bang, l'Univers est constitué d'un plasma chaud et dense d'électrons libres, de noyaux atomiques, et de photons issus du rayonnement de corps noir du plasma. Les photons interagissent alors fortement avec les électrons libres par diffusion Thomson, et leur libre parcours moyen est très court, de l'ordre de la distance moyenne entre quelques particules. L'Univers en expansion se refroidissant, il existe une température en dessous de laquelle les électrons se combinent aux noyaux pour former les atomes. L'interaction entre les photons et les électrons cesse alors, et le rayonnement de corps noir du plasma primordial est libre de se propager : c'est le rayonnement de fond diffus cosmologique, émis 380 000 ans après le Big Bang. Il a été prédit en 1948 par Ralph Alpher, Robert Herman [14] et George Gamow [15], et découvert fortuitement par Arno Penzias et Robert Wilson en 1964 [16, 17]. Ce rayonnement dit fossile a été refroidi par l'expansion et est aujourd'hui très bien observé, à une température $T_{\text{CMB}} = 2.725 \text{ K}$ [18]. C'est le meilleur rayonnement de corps noir jamais détecté (voir figure 1.10).

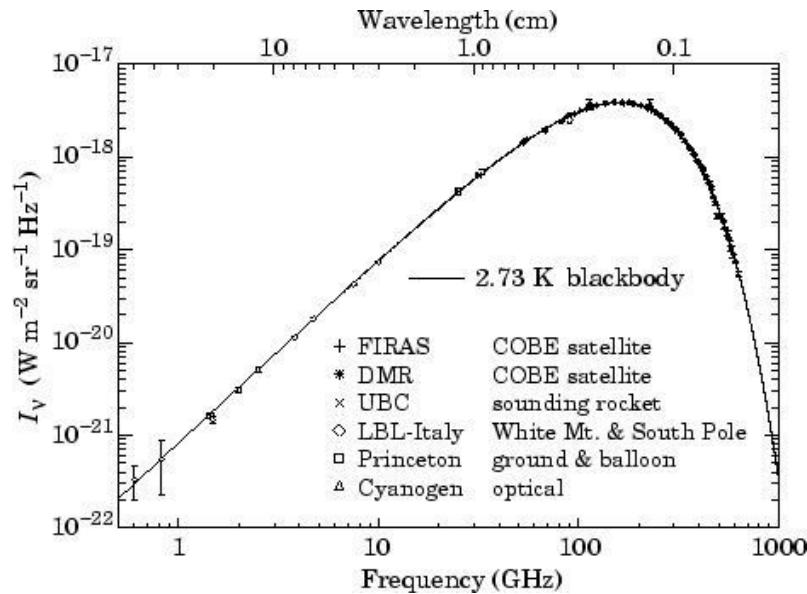


FIGURE 1.10 – Intensité du rayonnement du fond diffus cosmologique en fonction de la fréquence. Un excellent accord est trouvé entre un modèle de corps noir à 2.725 K et les différentes mesures expérimentales, en particulier celles venant du satellite COBE [18].

La seconde preuve expérimentale vient de la mesure de l'abondance des éléments chimiques dans l'Univers. Dans le scénario du Big Bang, l'Univers n'a été assez chaud que pendant 200 secondes pour forger des noyaux chimiques à partir de la soupe primordiale de protons et de neutrons. Après, l'Univers est devenu trop froid pour permettre la fusion des nucléons. Dans ce scénario, on peut donc prédire la quantité de noyaux formés à la fin de ce court intervalle de temps : 75% environ sont des noyaux d'hydrogène (donc des protons n'ayant pas eu le temps de réagir), 25% des noyaux d'hélium 4 (le second élément

stable le plus léger), puis des traces de noyaux de lithium. Le reste des éléments sera forgé plus tard dans la nucléosynthèse stellaire.

Le scénario du Big Bang est donc appuyé par de solides preuves expérimentales, qu'un modèle d'Univers stationnaire aurait du mal à expliquer. Le modèle Λ CDM avec $\dot{a} \neq 0$ peut donc maintenant être confronté aux données expérimentales actuelles, afin d'en déterminer la valeur des paramètres.

1.1.3.3 La partie sombre du modèle standard

Après la découverte de l'expansion de l'Univers par Hubble, la constante cosmologique d'Einstein pour modéliser un Univers statique a été simplement mise de côté. Le défi des astrophysiciens étaient alors de mesurer précisément cette expansion, à travers la constante de Hubble H_0 et le paramètre de décélération q_0 . Ce dernier a été introduit pour décrire la relation entre distance de luminosité et redshift avec l'idée que la vitesse d'expansion de l'Univers devait forcément décroître au cours du temps du fait des interactions gravitationnelles attractives entre les galaxies :

$$d_L(t_0) = \frac{c}{H_0} \left(z + \frac{1}{2}(1 - q_0)^2 z^2 + \dots \right), \quad q_0 = \left[\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \right]_{t=0}. \quad (1.87)$$

Pour mesurer cette décélération, l'enjeu est de mesurer la quantité de matière dans l'Univers à travers le paramètre de densité de matière Ω_m^0 . Différentes sondes sont utilisées à cette fin. En particulier, en 1990 l'exploitation des données du relevé de galaxies APM suggère que ce paramètre vaut au plus 0.3 [19]. Puis en 1993, la mesure de la fraction de baryons dans les amas de galaxies associée à la mesure de la densité de baryons venant de la nucléosynthèse primordiale amène à la même conclusion [20]. Cependant, des considérations théoriques liées au problème de l'inflation (voir encadré en fin de chapitre) suggèrent que l'Univers doit être plat, donc que la densité de matière doit être égale à la densité critique ($\Omega_m^0 = 1$). Certaines mesures vont dans ce sens et argumente que l'Univers a bien la densité critique [21, 22]. En 1997, les cosmologistes considéraient donc deux types de modèles pour expliquer l'Univers actuel : un univers sous-critique avec une densité de matière faible ou un univers dominé par la matière à la densité critique⁵. Pour concilier univers critique et $\Omega_m^0 \approx 0.3$, il commence alors à être suggéré de réintroduire la constante cosmologique [24].

En 1998, deux équipes (Supernova Cosmology Project (SCP) menée par Saul Perlmutter et High-z Supernova Search Team menée par Brian Schmidt) se lancent dans l'observation des supernovæ de type Ia afin de mesurer précisément le paramètre q_0 . À l'aide de cette nouvelle sonde, la relation distance-luminosité obtenue est très précise et permet d'accéder à l'évolution de l'Univers à des redshifts lointains et jamais explorés ($z \approx 0.7$). Le résultat déduit de ces données est majeur : l'expansion de l'Univers ne décélère pas comme attendu mais accélère. Non seulement la densité de matière de l'Univers n'est pas égale à la densité critique, mais il faut rajouter un ingrédient aux modèles cosmologiques d'alors afin d'expliquer cette accélération de l'expansion. C'est le grand retour de la constante cosmologique. Aucun des modèles considérés à l'époque ne permet d'expliquer ces observations, mais les deux équipes constatent qu'un modèle d'univers contenant de la matière et une constante cosmologique le permet (références [25, 26] et voir la figure 1.11 tirée de la référence [27]). Les données venant des supernovæ de type Ia combinées à des mesures ultérieures venant du fond diffus cosmologique apportent en plus de cela une autre information : l'Univers est plat et $\Omega_\Lambda^0 \approx 0.7$. Non seulement la constante cosmologique n'est pas

5. Ces considérations historiques sont développées dans la référence [23].

nulle, mais elle occupe pas moins de 70% du contenu en énergie de l'Univers pour contrer la gravitation aux échelles cosmologiques et étirer l'espace-temps de plus en plus vite.

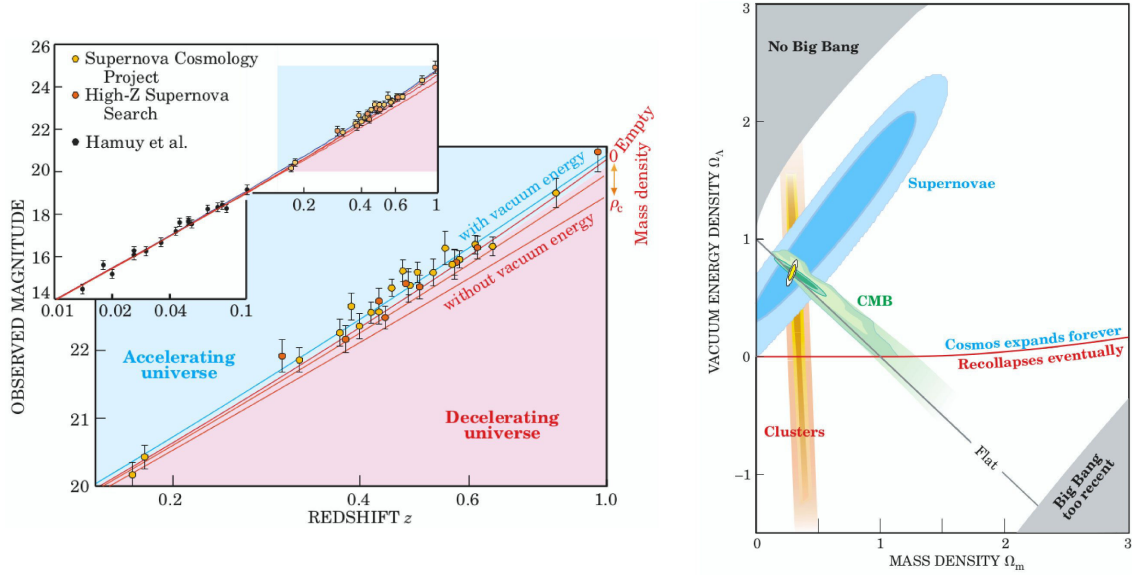


FIGURE 1.11 – Gauche : les mesures des distances de luminosité de 42 supernovae lointaines de type Ia montrent un bon accord avec un modèle Λ CDM avec $\Omega_{\Lambda}^0 \approx 0.7$ et $\Omega_m^0 \approx 0.3$ (ligne bleue). Droite : contours de probabilités des paramètres du modèle Λ CDM pour différentes sondes ; on voit que sur la ligne $\Omega_{\Lambda}^0 = 0$, fond diffus cosmologique et amas étaient en désaccord ; l'apport des supernovæ a permis de redécouvrir la constante cosmologique. (Figures tirées de la référence [27])

Sauf qu'autour de la constante cosmologique se nichent de nombreux problèmes, en particulier si on l'interprète au niveau microscopique comme une manifestation de l'énergie du vide. Les estimations de cette énergie sont 10^{120} fois supérieures à la valeur observée pour ρ_{Λ} [28]. On doit donc supposer qu'il existe un mécanisme dans la nature qui annule l'énergie du vide, ou plutôt qui en laisse 10^{-120} fois moins *exactement*⁶. Cet ajustement fin des paramètres cosmologiques pour ne laisser précisément que ce qu'il faut d'énergie du vide pour que l'Univers ait pu vivre 13.8 milliards d'années est troublant. C'est le problème du "fine tuning". Le modèle standard de la cosmologie est donc obligé de s'accommoder d'une forme d'énergie inconnue et possiblement contenue dans une constante Λ , dorénavant appelée énergie noire.

Les déboires du modèle standard de la cosmologie ne s'arrêtent pas là. En 1933, en étudiant l'amas de Coma, l'astrophysicien Fred Zwicky montre que la masse déduite du mouvement des sept galaxies qui le composent est 400 fois plus grande que la masse déduite du comptage des objets lumineux. Cette mesure est répétée en 1936 sur l'amas de la Vierge et donne cette fois un facteur 200. Ces mesures toutefois un peu imprécises tombent dans l'oubli jusque dans les années 1970, lorsque l'astronome Vera Rubin constate que la vitesse de rotation des étoiles de la Galaxie d'Andromède est bien plus élevée que ne le suggère sa masse lumineuse observée [30]. Le constat est vite répété sur de nombreuses galaxies : une partie de la matière constituant la galaxie est donc une matière sombre, échappant alors à toute détection.

6. Des calculs plus précis tenant compte des problèmes de renormalisation montrent que le désaccord peut être ramener de 120 à une cinquantaine d'ordres de grandeur, ce qui reste énorme [29].

Le modèle FWCDM

Pour la constante cosmologique, on a $w_\Lambda = -1$. Au cas où l'énergie noire ne serait pas suffisamment bien décrite par la simple constante cosmologique Λ , on utilise le modèle FWCDM qui décrit un Univers plat (F pour "flat") d'équation d'état w_Λ pour l'énergie noire constante mais a priori différente de -1 (pour le W) et de matière non relativiste (CDM pour "cold dark matter").

Pour l'énergie noire ainsi paramétrée, l'équation de conservation de l'énergie 1.52 donne :

$$\dot{\rho}_\Lambda = -3\frac{\dot{a}}{a}(1+w_\Lambda)\rho_\Lambda \Leftrightarrow \frac{\rho_\Lambda(z)}{\rho_\Lambda^0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3(1+w_\Lambda)} = (1+z)^{-3(1+w_\Lambda)}. \quad (1.88)$$

L'équation de Friedmann pour cette modélisation est alors :

$$\bar{H}^2(z) = \Omega_m^0(1+z)^3 + \Omega_r^0(1+z)^4 + \Omega_\Lambda^0(1+z)^{-3(1+w_\Lambda)}. \quad (1.89)$$

La recherche de cette matière noire s'est alors concentrée sur la recherche de matière ordinaire émettant ailleurs que dans le domaine visible, ou même simplement obscure. Avec le satellite ROSAT dans les années 1990, des cartographies aux rayons X du gaz chaud dans les amas de galaxies (n'émettant pas dans le visible) mettent en évidence que celui-ci constitue bien une part importante de la matière jusqu'alors invisible des amas. Mais cette part n'est pas assez importante pour expliquer la dynamique de l'amas. Au contraire, la valeur mesurée de la température du gaz implique que l'amas est bien plus massif que l'on ne le croit pour pouvoir accélérer les particules du gaz aux températures constatées [31]. Les recherches s'orientent alors vers la recherche de petits objets compacts sombres tels que les naines brunes. Les programmes MACHO et EROS n'en détectent que trop peu : à peine 10% de ce qu'il faudrait pour expliquer la totalité de la masse invisible de notre galaxie [32].

Le coup de grâce intervient par la mesure des abondances relatives des éléments légers dans l'Univers et l'étude du fond diffus cosmologique, où il apparaît que les baryons issus de la nucléosynthèse (hydrogène et hélium) ne représentent en fait que 5% de la densité d'énergie totale, alors que 32% de matière sont requis. En effet, les fluctuations de température du fond diffus cosmologique sont seulement de l'ordre de $\Delta T/T \approx 10^{-5}$, ce qui est insuffisant pour expliquer qu'elles aient pu être les germes des grandes structures à elles seules. Dans ces conditions, ces dernières n'auraient pas pu se former aussi vite sans un coup de pouce gravitationnel de la matière noire. Dans le modèle standard de la cosmologie, on suppose donc que la matière noire existe depuis les origines de l'Univers et a eu le temps pendant 380 000 ans avant le découplage de former des puits gravitationnels et de s'y agglomérer. En effet, n'étant pas couplées (ou trop peu) à la radiation par nature, les fluctuations de densité de la matière noire primordiale n'oscillent pas mais s'effondrent gravitationnellement sans frein de la part du rayonnement. Ces puits gravitationnels préformés au découplage ont pu constituer les véritables germes des grandes structures de l'Univers, dans lesquels la matière enfin libérée du rayonnement a pu s'accumuler rapidement et former les grandes structures de l'Univers. Une part importante de la matière serait donc non-baryonique, et noire.

Un autre indice de l'existence de la matière noire provient de l'étude de l'amas du Boulet dans la constellation de la Carène [33]. Cet amas est le fruit de la collision entre deux amas de galaxies. On a déjà mentionné que l'essentiel de la masse des amas est

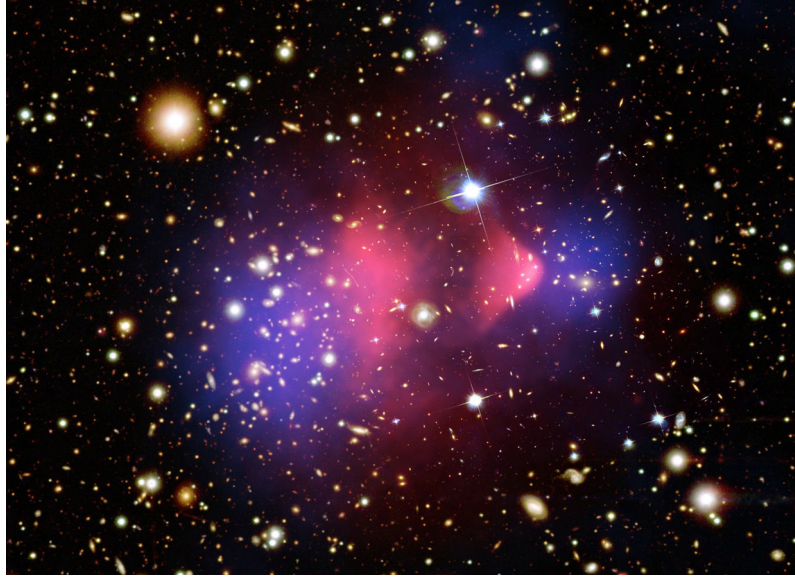


FIGURE 1.12 – Observation de l’amas du Boulet dans le visible, aux rayons X (rouge) et évaluation de la répartition de la masse dans l’amas par lentille gravitationnelle (bleu). On observe que l’essentiel de la masse ne se trouve pas là où se concentre le gaz chaud émettant dans les rayons X et qui constitue l’essentiel de la matière baryonique de l’amas : dans la collision des deux amas, les composantes baryonique et non baryonique se sont dissociées.

constitué de gaz chaud ionisé. Celui-ci est bien détecté aux rayons X, où deux lobes de gaz issus des deux amas sont détectés (en rouge sur l’image 1.12). Ces deux masses de gaz ont bien entendu interagi durant leur collision, et se sont freinées mutuellement. En revanche, lorsque l’on s’intéresse à la répartition de la masse mesurée par effet de lentille gravitationnelle, on s’aperçoit que l’essentiel de la masse est concentré dans deux lobes bien distincts (en bleu) qui ne se superposent pas au gaz chaud émettant dans les rayons X et qui constitue l’essentiel de la masse visible. Dans la collision, les gaz chauds des deux amas se sont freinés mutuellement, tandis qu’une matière sombre a elle continué sur son élan et s’est dissociée de l’essentiel de la matière baryonique. Ceci constitue un indice observationnel que le mystère de la matière noire réside bien dans l’existence d’une matière non baryonique et non dans une modification des lois de la gravité (comme dans la théorie MOND).

S’il existe des indices expérimentaux qui accréditent l’existence d’une matière noire non baryonique, celle-ci n’a été perçue que par ses effets gravitationnels. Aucune détection d’une particule de matière noire n’a été rapportée à ce jour, ni de ses éventuels produits de désintégration (rayons gamma notamment).

Aujourd’hui, la meilleure mesure des proportions relatives de matière ordinaire, de matière noire et d’énergie noire a été réalisée par le satellite Planck en étudiant le fond diffus cosmologique (référence [34] et figure 1.13). Au cours de l’histoire de l’Univers, trois périodes se succèdent (figure 4.5) : dans l’Univers primordial la radiation domine pour laisser la place à la matière peu après la recombinaison à $z \approx 1090$, et enfin à l’énergie noire aujourd’hui. 95% de l’Univers est donc en fait constitué de formes d’énergie et de matière encore inconnues. Le modèle standard de la cosmologie est certes en très bon accord avec les observations actuelles, mais au prix de l’introduction de ces deux composantes obscures.

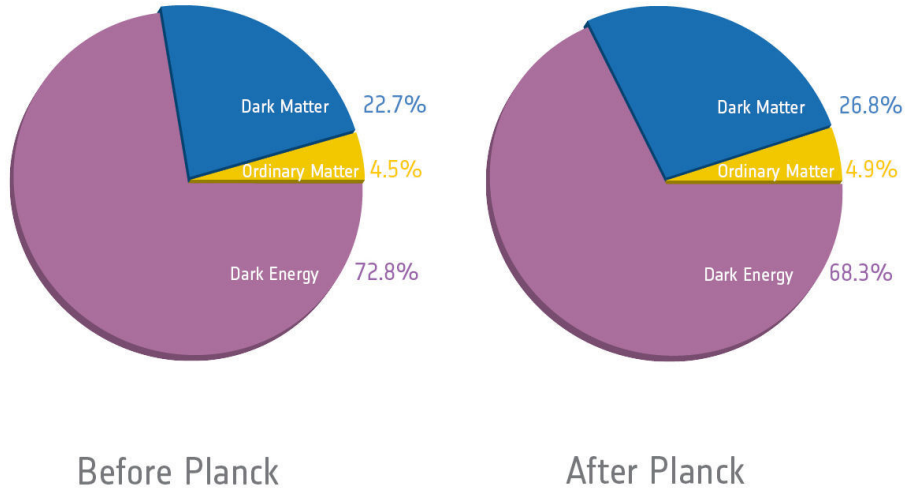


FIGURE 1.13 – Mesures des paramètres de densité de la matière ordinaire, de la matière noire et de l'énergie noire. Les mesures du satellite Planck ayant été publiées en milieu de ma thèse, il est aussi intéressant d'avoir en tête les valeurs précédentes mesurées par le satellite WMAP.

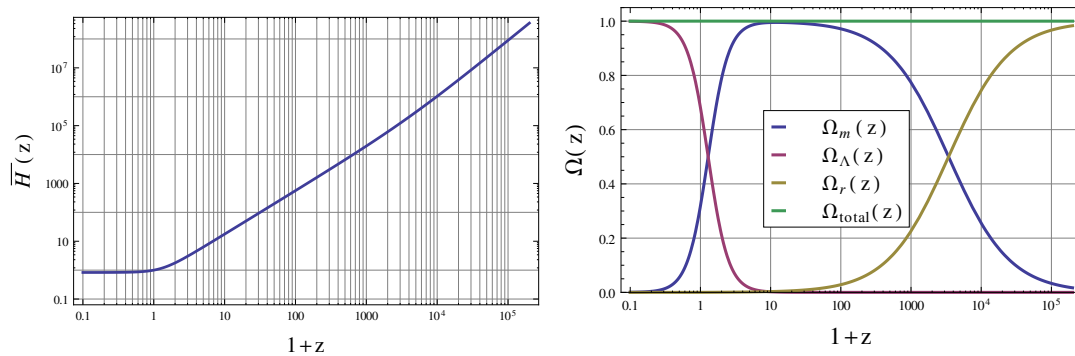


FIGURE 1.14 – Évolution d'un Univers Λ CDM en utilisant les valeurs des paramètres mesurés par le satellite Planck. Gauche : évolution du paramètre de Hubble $\bar{H}(z)$ en fonction du décalage spectral z . Droite : évolution des paramètres de densité $\Omega_i(z)$ en fonction du décalage spectral z .

Ceci met aussi à mal le modèle standard de la physique des particules, qui ne contient aucune forme de matière non baryonique qui pourrait expliquer la nature de la matière noire. Sur cette question, l'infiniment grand rejoint l'infiniment petit.

Les autres problèmes du modèle Λ CDM

Problème de la platitude : Aujourd'hui, on mesure que notre espace-temps est plat. Regardons l'impact de ce constat sur l'évolution de la densité d'énergie totale au cours de l'histoire de l'Univers avec la première équation de Friedmann :

$$H^2(a) = \frac{8\pi G_N \rho_{\text{tot}}(t)}{3} - \frac{k}{a^2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\Omega_{\text{tot}}(t)} - 1 \right) \rho_{\text{tot}}(t) a^2 = \frac{-3k}{8\pi G_N} = \rho_k^0 \approx 0 \quad (1.90)$$

Le membre de droite de l'équation est *constant dans le temps* et mesuré quasi nul aujourd'hui. Or dans le passé le terme $\rho_{\text{tot}}(t)a^2$ était 10^{60} fois plus grand. Par conséquent, pour compenser on doit avoir $\Omega_{\text{tot}}(t) = 1$ dans le passé avec une précision d'environ de 10^{-60} , ce qui implique des conditions initiales très finement ajustées, donc non naturelles.

Problème de l'horizon : Le diamètre de l'Univers observable est de :

$$d(\infty) = \int_0^\infty \frac{cdz}{H(z)} = \frac{2c}{H_0} = 2 \times 13.8 \text{ milliards d'années-lumière} \quad (1.91)$$

dans un espace plat. Cela correspond à peu près au diamètre de la sphère d'émission du rayonnement fossile. Or sur cette sphère, chaque point de l'espace n'a vécu que 380 000 ans, donc n'a pu interagir qu'avec d'autres points situés au maximum à 380 000 années-lumière. Par conséquent, deux points d'émission du rayonnement de fond diffus cosmologique diamétralement opposés n'ont pu interagir, or ils ont la même température à 10^{-5} degrés près. A sa naissance, l'Univers est-il né avec une température strictement égale en tout point de l'espace (peu naturel), ou y a-t-il eu un mécanisme dans les tous premiers instants qui a permis d'homogénéiser cette température ?

La solution de l'inflation : La période d'inflation, toute première étape après la naissance de l'Univers, aurait vu la taille de l'Univers grandir de façon exponentielle pendant un court intervalle de temps. Ainsi les deux régions diamétralement opposées du ciel aurait en fait été en contact thermique avant que l'inflation ne les sépare. De plus, celle-ci aurait dilué toute courbure initiale pour former un espace plat, et magnifié les fluctuations quantiques primordiales pour générer les fluctuations thermiques $\delta\theta/\theta \approx 10^{-5}$ du fond diffus cosmologique.

1.2 Le modèle standard de la physique des particules

Le modèle standard de la physique des particules s'est construit durant un siècle, à partir d'avancées théoriques et expérimentales qui se sont anticipées et surprises l'une l'autre. Cette longue construction récompensée par 87 prix Nobel peut être considérée comme aboutie depuis le 4 juillet 2012, date d'annonce de la découverte de la dernière particule manquante du modèle : le boson de Higgs. Le modèle standard est aujourd'hui une description excellente de la matière et des interactions connues dans une gamme d'énergie allant jusqu'à 1 TeV, mais ne répond toujours pas à certaines interrogations comme la matière noire ou la description de la gravité au niveau quantique. Nous étudierons le modèle standard de la physique des particules dans un espace-temps plat de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$.

1.2.1 Zoologie du modèle standard

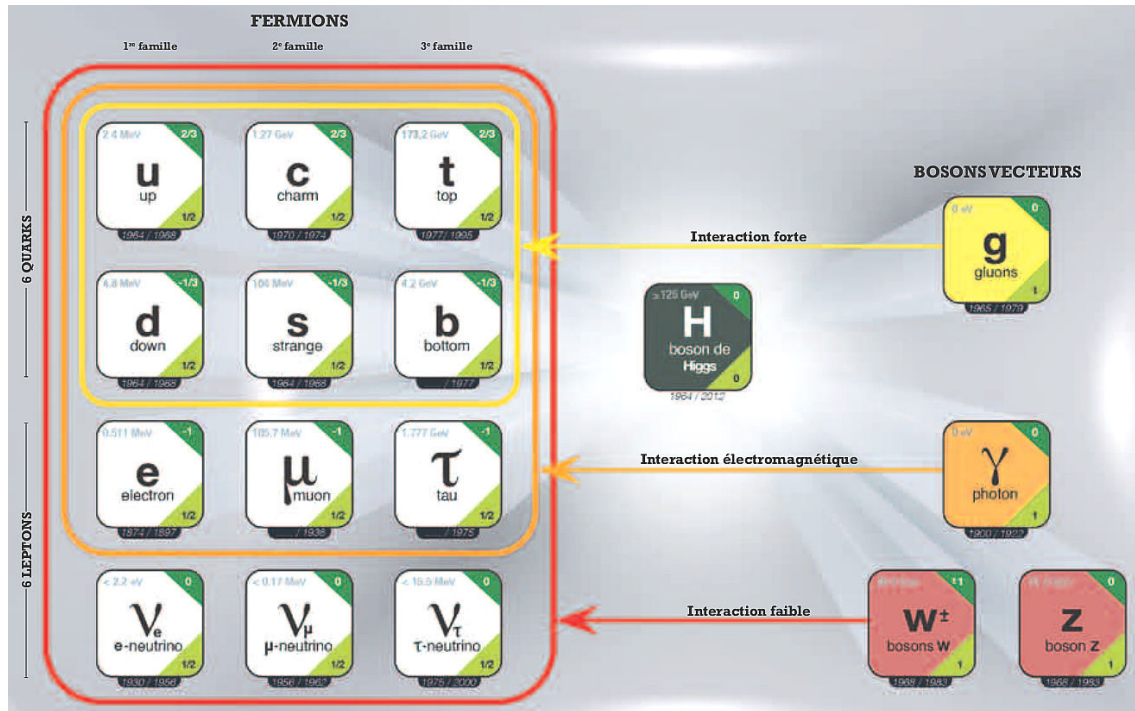


FIGURE 1.15 – Contenu en particules du modèle standard. Pour chaque particule est donnée sa masse (en haut à gauche), sa charge électrique (en haut à droite), son spin (en bas à droite), sa date de prédiction théorique suivie de sa découverte expérimentale (en bas). *Source : Les Défis du CEA - Hors Série Décembre 2013.*

Le modèle standard est composé de 3 familles de 4 fermions (spin 1/2), dont 2 quarks et deux leptons (un électron, muon ou tau accompagné de son neutrino). Il y a donc 6 quarks et 6 leptons, auxquels il faut rajouter autant d'antiparticules, exactes symétriques des particules mais de charges opposées. Les interactions entre les fermions sont véhiculées par les bosons (spin entier).

L'interaction qui lie les quarks entre eux pour former les hadrons est l'interaction forte, véhiculée par 8 gluons. Parmi les hadrons, on retrouve les baryons (état lié de 3 quarks ou 3 antiquarks) tels que les protons et les neutrons, et les mésons tels que les pions (état lié d'un quark et d'un antiquark). Chaque quark est porteur d'une charge de couleur C qui peut prendre trois valeurs : "rouge", "verte" et "bleue". Les antiquarks portent des anticouleurs et les gluons sont porteurs d'une couleur et d'une anticouleur. Bien entendu, ce n'est qu'une convention pour rendre compte du fait qu'un assemblage de quarks et d'antiquarks doit avoir une charge de couleur neutre (ou "blanche") en assemblant les trois couleurs de base. On peut noter que les gluons portant des couleurs, ils peuvent donc interagir entre eux. Ces particularités font qu'un quark ou un gluon ne peuvent être libres : lorsqu'ils sont produits lors d'une collision au LHC par exemple, ils s'habillent d'autres quarks et gluons. Ceci forme une gerbe hadronique appelée "jet".

Les particules chargées électriquement sont soumises à l'interaction électromagnétique via le photon γ . C'est l'interaction qui par exemple lie les électrons aux noyaux atomiques, et les molécules entre elles. Cette interaction a été la première à être formulée sous la forme d'une théorie de jauge. La portée de cette interaction étant infinie, le photon est de masse nulle.

Enfin, l'interaction faible est générée par l'échange de bosons W^+ , W^- et Z . Cette interaction intervient dans la radioactivité β , ainsi que dans la nucléosynthèse stellaire. Cette interaction est unifiée à haute énergie avec l'interaction électromagnétique pour former l'interaction électrofaible. Un dernier boson est à rajouter pour permettre de générer une masse à la plupart des particules du modèle standard : le boson de Higgs. Le boson de Higgs a été introduit à l'origine pour expliquer pourquoi après la brisure de symétrie électrofaible (séparation des deux interactions), les bosons faibles ont acquis une masse contrairement au photon.

Les fermions peuvent être massifs, et possèdent une charge électrique Q , un isospin faible T_3 , une hypercharge Y définie par $Y = 2(Q - T_3)$, et une chiralité gauche L ou droite R . Les quarks portent aussi une charge de couleur. Ces charges ont dû être introduites pour expliquer les lois de conservation observées dans les processus de physique des particules. Ces nombres quantiques sont regroupés dans le tableau 1.1. Ces propriétés sont les mêmes pour les 3 familles de fermions.

	u_L	d_L	u_R	d_R	ν_L	e_L	e_R
Q	2/3	-1/3	2/3	-1/3	0	-1	-1
T_3	1/2	-1/2	0	0	1/2	-1/2	0
Y	1/6	1/6	4/3	-2/3	-1/2	-1/2	-2

TABLE 1.1 – Charge électromagnétique Q , isospin faible T_3 et hypercharge Y des champs fermioniques d'une génération de fermions. Un éventuel neutrino droit ν_R (non observé aujourd'hui) n'est pas inclus dans ce tableau ($Q = T_3 = Y = 0$).

On peut constater en particulier que les quarks u_L et d_L peuvent être regroupés en un doublet d'isospin faible ($T_3 = \pm 1/2$), ainsi que les leptons ν_L et e_L . En revanche, les fermions droits forment des singulets ($T_3 = 0$).

Certaines particules ont été découvertes avant toute prédiction théorique, certaines après, comme le montre la figure 1.15. Comment l'existence de particules a-t-elle pu être prédite ? Pour expliquer la zoologie de toutes les particules découvertes et leurs interactions, les théoriciens du modèle standard ont recherché les principes constructeurs sous-jacents à cette diversité. Ils ont tiré parti des symétries et des lois de conservation observées pour construire le modèle standard sur le groupe de symétrie de jauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Ainsi, pour que les observations soient bien en accord avec la théorie il a parfois fallu supposer l'existence d'un nouveau fermion. L'existence du quark charmé c ($T_3 = +1/2$) a par exemple été prédite par Sheldon Glashow, Jean Iliopoulos et Luciano Maiani en 1970 [35], comme partenaire d'isospin faible du quark étrange s ($T_3 = -1/2$), puis découvert en 1974 par les accélérateurs SLAC (Stanford Linear Accelerator Center, [36]) et BNL (Brookhaven National Laboratory, [37]).

1.2.2 Les théories de jauge

Le modèle standard peut s'exprimer sous la forme d'un Lagrangien, respectant des symétries de jauge. Ceci signifie que le Lagrangien du modèle standard est construit pour être invariant localement selon ces symétries, tout comme le Lagrangien de la Relativité Générale est construit invariant selon une transformation générale des coordonnées (symétrie d'espace-temps). La théorie de jauge du modèle standard de la physique des particules est une théorie de Yang Mills car basée sur les symétries de $SU(N)$, ce qui lui vaut d'être renormalisable [38]. La procédure de renormalisation est importante en théorie quantique

des champs car elle permet de s'assurer que les quantités physiques qui en sont issues ne divergent pas lors de développements perturbatifs. La Relativité Générale ne possède pas cette propriété et c'est pourquoi elle n'est pas (encore) décrite au niveau quantique.

1.2.2.1 Électrodynamique quantique

L'électrodynamique quantique est née de la fusion des équations de Maxwell et de la mécanique quantique relativiste de l'électron.

Dans les années 1920, Dirac s'est intéressé à rendre invariante l'équation de Schrödinger par les transformations de la relativité restreinte, afin de décrire la dynamique d'un électron relativiste. Les transformations de la relativité restreinte forment un groupe de symétrie appelé groupe de Lorentz⁷ $SO(1,3)$. Les fermions étant de spin $1/2$, il faut alors s'intéresser aux représentations $(\frac{1}{2}, \mathbf{0})$ (fermions droits) et $(\mathbf{0}, \frac{1}{2})$ (fermions gauches) de ce groupe. Ils peuvent donc être décrits a priori par des spineurs de Weyl ψ_R et ψ_L (des objets à deux composantes complexes). Le Lagrangien le plus simple invariant sous les transformations du groupe de Lorentz pour des objets de spin $1/2$ est alors :

$$\mathcal{L}_{\text{Weyl}} = i\psi_R^\dagger \sigma_R^\mu \partial_\mu \psi_R + i\psi_L^\dagger \sigma_L^\mu \partial_\mu \psi_L, \quad (1.92)$$

où ψ^\dagger est le conjugué hermitien de ψ , et σ^μ les matrices de Pauli :

$$\sigma_R^\mu = (1, \vec{\sigma}) = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right], \quad \sigma_L^\mu = (1, -\vec{\sigma}). \quad (1.93)$$

Ce Lagrangien ne contient pas de terme de masse, or les électrons sont massifs. Le plus simple serait de rajouter un terme de masse dit de Majorana $m\psi\psi/2$, mais l'électron devrait alors être de charge nulle, ce qui n'est pas le cas. C'est en utilisant la représentation $(\frac{1}{2}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \frac{1}{2})$ que Dirac bâtit la bonne équation :

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\Psi}(i\not{\partial} - m)\Psi, \quad (1.94)$$

avec Ψ un bi-spineur de Dirac

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}, \quad (1.95)$$

avec $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$ et $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$. Les matrices γ sont données par

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\sigma^\mu & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.96)$$

Pour la suite, il est aussi utile de définir ici la matrice γ^5 :

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.97)$$

Une propriété remarquable de la matrice γ^5 est qu'elle permet de projeter un spineur Ψ sur ses composantes de chiralité gauche et droite : $\psi_L = \frac{1-\gamma^5}{2}\Psi$, $\psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\Psi$.

Encore une fois, la création d'un Lagrangien invariant sous une symétrie a permis de prédire l'existence d'une particule. Ici, l'apparition du champ $\bar{\Psi}$ et l'étude de ces propriétés a permis de prédire l'existence de l'antiélectron [39], ou positron, et par extension de toute

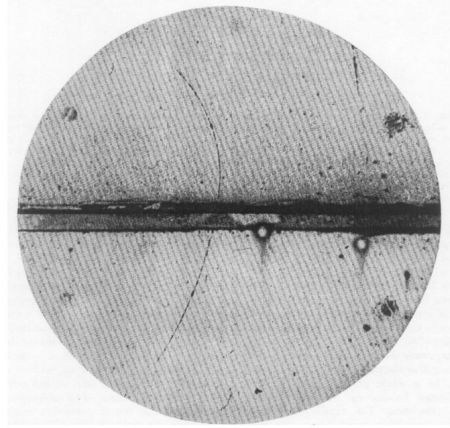


FIGURE 1.16 – Trace d'un positron découvert par Anderson dans une chambre à brouillard. Si cette particule avait été un électron, sa trajectoire aurait été courbée dans l'autre sens par le champ magnétique du détecteur (voir [40]).

l'antimatière. Le positron sera découvert en 1932 par Anderson en étudiant les rayons cosmiques [40] (voir figure 1.16).

Le Lagrangien de Dirac 1.94 est invariant sous une transformation globale de symétrie $U(1)$ $\Psi \mapsto \Psi' = e^{iQ\alpha}\Psi$ (avec Q la charge électrique, car on verra à la fin de ce paragraphe que c'est bien la bonne constante à prendre). Or les symétries globales sont peu naturelles en physique : comment est-ce que changer ici la phase d'un électron peut affecter instantanément la phase de l'électron situé dans la Galaxie d'Andromède ? Une bonne symétrie est donc a priori locale. L'invariance de phase $U(1)$ du champ Ψ doit donc dépendre de la position : $\Psi \mapsto \Psi' = e^{iQ\alpha(x)}\Psi$. Cependant, cette dernière transformation ne laisse pas invariant le Lagrangien de Dirac :

$$\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = \mathcal{L}_{\text{Dirac}} - Q\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\alpha(x)\Psi. \quad (1.98)$$

Passons pour le moment. Nous nous sommes intéressés jusque-là à des fermions libres, or les fermions chargés peuvent interagir avec le champ électromagnétique. Dans le vide, le potentiel électromagnétique $A_\mu(x) = (V(x), \vec{A}(x))$ associé au champ électromagnétique obéit aux équations de Maxwell :

$$\mathcal{L}_{\text{Maxwell}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \text{ avec } F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.99)$$

Le Lagrangien de Maxwell 1.99 donne la dynamique du photon dans le vide. Il est lui invariant sous une transformation de jauge infinitésimale et locale de $U(1)$ ⁸

$$A_\mu \mapsto A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{Q}\partial_\mu\alpha. \quad (1.100)$$

La solution pour rendre l'équation de Dirac invariante sous une transformation de jauge locale de $U(1)$ est de s'aider de l'invariance de jauge du Lagrangien de Maxwell. On peut remplacer la dérivée ∂_μ par la dérivée covariante $D_\mu = \partial_\mu - iQA_\mu$. Un Lagrangien décrivant

7. Le groupe de Lorentz contient les rotations de l'espace-temps et les transformations de Lorentz de la relativité restreinte.

8. En électromagnétisme classique, le potentiel vecteur \vec{A} est défini à un gradient scalaire près : $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\phi$. Pour faire des calculs, il faut alors "fixer la jauge", mais la théorie électromagnétique est bien invariante de jauge.

le comportement des fermions et photons, localement invariant sous les transformations du groupe de Lorentz et U(1) s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = \bar{\Psi}(i\not{\partial} - m)\Psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - Q\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi A^{\mu}. \quad (1.101)$$

Le Lagrangien de Dirac défini avec une dérivée covariante⁹ est alors bien un invariant local de U(1). En prime, l'interaction entre les fermions chargés ($Q \neq 0$) et le rayonnement électromagnétique découle donc directement de la nature locale de la symétrie de jauge de l'électromagnétisme, avec le bon couplage Q . Notons au passage que la symétrie de jauge U(1) induit l'existence d'une quantité conservée (d'après le théorème de Noether [5]). Les calculs démontrent que c'est la charge électrique Q . L'électrodynamique quantique fondée sur la symétrie locale de jauge U(1) est aujourd'hui la théorie la mieux testée en physique, autant théoriquement qu'expérimentalement.

1.2.2.2 Interactions faible et électrofaible

On peut généraliser l'approche que nous avons eu pour l'interaction électromagnétique aux interactions faible et forte.

Dans les années 1960, la radioactivité β est déjà bien connue :

$$\begin{cases} n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e & \text{radioactivité } \beta^{-} \\ p \rightarrow n + e^{+} + \nu_e & \text{radioactivité } \beta^{+} \end{cases} \quad (1.102)$$

On parle encore de proton p et de neutron n mais dans une vision plus moderne on peut les remplacer par les quarks u et d . On remarque que le système 1.102 présente une symétrie forte. C'est pourquoi il est naturel de regrouper les particules dans des doublets d'isospin. Fermi a modélisé cette interaction dite faible par une interaction de contact, mais pour des problèmes de renormalisabilité, l'idée est venue de faire intervenir des bosons intermédiaires (massifs car l'interaction faible est de courte portée).

En s'inspirant de l'électrodynamique quantique, comment construire une théorie de jauge pour l'interaction faible ? Les particules y étant sensibles semblant s'organiser en doublet, et comme deux bosons chargés doivent intervenir pour expliquer les radioactivités β^{+} et β^{-} , les groupes de symétrie U(1) et U(1)⊗U(1) ne suffisent pas (un seul générateur dans le groupe, donc un seul boson envisageable). Le groupe le plus simple possible est donc SU(2) : il permet d'introduire deux bosons chargés et de construire une théorie de jauge pour l'interaction faible de la même manière que précédemment (redéfinition d'une dérivée covariante pour les fermions, laquelle introduit les termes d'interactions). Cependant le groupe SU(2) ne possède pas deux générateurs, mais trois : l'existence d'un troisième boson vectoriel, neutre, peut donc être prédite si on croit à la symétrie SU(2).

La théorie de l'interaction faible est finalisée après son unification avec la théorie électromagnétique par Glashow, Salam et Weinberg [41, 42, 43]. Fondée sur la symétrie SU(2)_L×U(1)_Y, la théorie électrofaible introduit 4 générateurs de groupe :

- 3 générateurs $\frac{\sigma_a}{2}$ ($a = 1...3$) (matrices de Pauli) pour le groupe SU(2)_L, de champs de jauge vectoriels associés W_{μ}^a ($a = 1...3$), de couplage g ,
- 1 générateur B_{μ} pour le groupe U(1)_Y, de couplage g' .

Le Lagrangien invariant sous la symétrie de jauge SU(2)_L×U(1)_Y s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{\text{électrofaible}} = \bar{Q}_L i\not{D} Q_L + \bar{L}_L i\not{D} L_L + \bar{e}_R i\not{D} e_R + \bar{q}_R i\not{D} q_R - \frac{1}{4}W^{\mu\nu,a}W_{\mu\nu,a} - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}, \quad (1.103)$$

9. En Relativité Générale, la dérivée covariante permet aussi de rendre la dérivée d'un vecteur invariante de jauge, le choix de jauge étant celui de la métrique.

avec la définition des doublets et singulets et SU(2) :

$$Q_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad L_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}, \quad e_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} e, \quad q_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} q \quad (1.104)$$

et :

$$D_{\mu,L} = \partial_\mu - i \frac{g}{2} W_\mu^a \sigma_a - i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \quad (1.105)$$

$$D_{\mu,R} = \partial_\mu - i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \quad (1.106)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c. \quad (1.107)$$

On distingue ici les spineurs gauches et droits car il a été découvert en 1957 que l'interaction faible ne concerne que les fermions de chiralité gauche [44]. Elle viole donc maximale-ment la symétrie de parité (voir encadré).

Symétries discrètes

En théorie quantique des champs, on introduit trois symétries discrètes :

- \mathcal{C} : la conjugaison de charge consiste à inverser toutes les charges des particules mises en jeu
- \mathcal{P} : la symétrie de parité inverse les positions dans l'espace
- \mathcal{T} : la symétrie par renversement du temps

Une théorie quantique des champs est invariante par la symétrie \mathcal{CPT} . En revanche, l'interaction faible viole de façon maximale la symétrie de parité car elle ne concerne que les particules de chiralité gauche ($T_3 \neq 0$), et viole faiblement la symétrie \mathcal{CP} . Cette dernière particularité explique en partie l'asymétrie matière-antimatière, mais apparaît bien trop faible pour expliquer que l'antimatière a disparu de notre Univers.

On a ici omis les termes de masse des fermions car ceux-ci ne sont pas invariants sous $U(1)_Y$ ¹⁰. De même, des termes de masse pour les champs de jauge W_μ^a sont interdits par la symétrie SU(2). Or l'interaction faible est de courte portée donc les bosons intermédiaires sont massifs. Pour concilier la symétrie introduite avec les observations, il est possible d'introduire les termes de masse manquants dynamiquement par le mécanisme de Brout-Englert-Higgs[45, 46] (voir encadré). Ce mécanisme fait intervenir un doublet de champs scalaires dits de Higgs, qui, après la brisure de symétrie électrofaible permet de transformer les champs de jauge W_μ^a et B_μ non massifs en deux bosons chargés W^+ et W^- , un boson neutre Z (tous les trois massifs), et un photon γ (non massif). Les interactions faisant intervenir un boson chargé étaient déjà constatées dans la radioactivité β , celle mettant en jeu un boson neutre ne sera découverte qu'en 1973 [47]. Les bosons W et Z seront mis en évidence au CERN en 1984 [48, 49], et précisément étudiés dans la décennie suivante au CERN, SLAC et Fermilab. Le boson de Higgs sera finalement découvert en 2012 au Grand Collisionneur de Hadrons (LHC) par les expériences ATLAS [50] et CMS [51].

10. $-m_u \bar{u}_L u_R$ n'est pas invariant sous $U(1)_Y$ car les quarks u_L et u_R ont des hypercharges Y différentes.

Le mécanisme de Brout-Englert-Higgs

On introduit un doublet complexe de $SU(2)$ de champs scalaires d'hypercharge 1, appelé doublet de Higgs Φ . Ce champ est soumis à un potentiel $V(\Phi)$ de la forme :

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.108)$$

Dans ce potentiel, si le paramètre μ^2 est négatif, alors le minimum du champ dans ce potentiel n'est pas nul et prend la forme :

$$\Phi = \frac{e^{i\theta_a(x)\sigma^a/2}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi \rangle_0 = \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{où } v = \left(-\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (1.109)$$

La dynamique du champ de Higgs est donnée par le Lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi), \quad D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu - ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a - i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \Phi \quad (1.110)$$

En utilisant l'équation 1.109, le développement du terme cinétique nous permet d'introduire les bosons W, Z et le photon A_μ , ainsi que leurs masses non nulles si $v \neq 0$:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad M_W = \frac{1}{2}vg, \quad (1.111)$$

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g'^2 + g^2}, \quad (1.112)$$

$$A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad M_A = 0. \quad (1.113)$$

Les masses des fermions peuvent ensuite être introduites par des couplages de Yukawa avec le doublet de Higgs (couplages les plus généraux compatibles avec l'invariance de jauge). La valeur moyenne du champ dans le vide v du champ de Higgs est estimée à $v \approx 246$ GeV et la masse du boson de Higgs H est mesurée à $M_H = \sqrt{-2\mu^2} \approx 125$ GeV.

1.2.2.3 Chromodynamique quantique

L'interaction forte repose sur la symétrie de jauge $SU(3)_C$. Ce groupe de jauge fait intervenir huit générateurs donc huit bosons appelés gluons. Les quarks sont porteurs d'une charge de couleur C . Les gluons portent une charge de couleur et une d'anticouleur, sont non massifs mais peuvent se coupler à eux-mêmes.

La spécificité la plus marquante de l'interaction forte est sa propriété de liberté asymptotique, qui conduit au confinement de la couleur. D'un point de vue théorique, cela provient de la dépendance de la constante de couplage en fonction de l'échelle d'énergie décrite par les équations du groupe de renormalisation. Celles-ci donnent la relation entre la constante de couplage fort α_s et l'échelle d'énergie Q^2 du processus. Contrairement aux autres interactions, l'interaction forte entre les particules colorées augmente avec la dis-

tance, ce qui impose aux particules colorées in fine de se grouper en particules de couleur neutre, les hadrons.

Soient $\lambda_a/2$ ($a = 1\dots 8$) les huit générateurs du groupe $SU(3)_C$ (matrices de Gell-Mann), de constante de structure f^{abc} ¹¹. On définit leur représentation vectorielle par les huit champs de jauge G_μ^a ($a = 1\dots 8$) que l'on identifie aux gluons. Alors le Lagrangien invariant sous $SU(3)_C$ de la chromodynamique quantique est :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{Q}(i\not{D} - m)Q - \frac{1}{4}G^{\mu\nu,a}G_{\mu\nu,a}, \quad (1.114)$$

avec :

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}, \quad (1.115)$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (1.116)$$

et Q les spineurs associés aux quarks.

1.2.3 Le modèle standard en action

Le modèle standard complet est l'assemblage des différents Lagrangiens introduits jusqu'ici :

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{électrofaible}} + \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} \quad (1.117)$$

C'est une théorie extrêmement efficace et précise pour modéliser tous les phénomènes impliquant des particules élémentaires et trois des quatre interactions fondamentales connues. Pour calculer des prédictions observationnelles, le modèle standard s'appuie sur les règles de la théorie quantique des champs. En particulier, Richard Feynmann a introduit une façon simple d'assembler les termes du Lagrangien 1.117 sous forme diagrammatique (voir figure 1.17), puis de traduire ces diagrammes en calculs d'amplitudes de probabilité de désintégration, d'interaction, de sections efficaces, ou de toute autre observable (distributions angulaires, etc...).

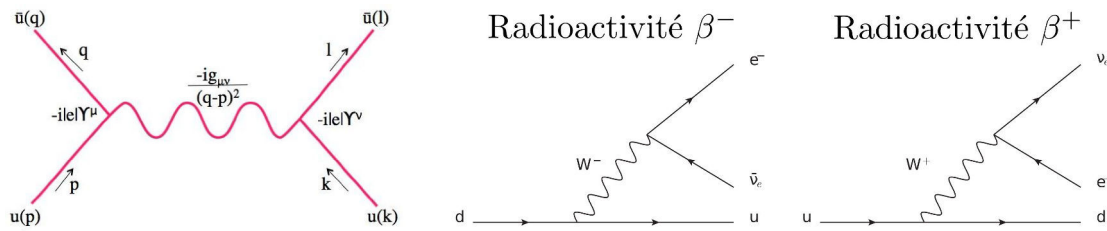


FIGURE 1.17 – Gauche : figure de calcul pour les règles de Feynman sur un processus simple. Milieu et droite : diagrammes de Feynman de la radioactivité β .

Par exemple, sur la figure 1.17 gauche sont explicitées quelques règles de Feynman pour une interaction impliquant deux fermions initiaux et finaux d'impulsions p, q, k, l , et un photon intermédiaire. A chaque trait et vertex (intersections) sont associées des grandeurs mathématiques issues du Lagrangien, à combiner pour obtenir l'amplitude de probabilité de ce diagramme :

$$A = \bar{u}(q)(-iQ\gamma^\mu)u(p)\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{(q-p)^2}\bar{u}(l)(-iQ\gamma^\nu)u(k)\delta(p+k-q-l) \quad (1.118)$$

11. La constante de structure d'un groupe est définie par le commutateur de ses générateurs $t_a : [t_a, t_b] = if^{abc}t_c$ (pour $SU(2) : f^{abc} = \epsilon^{abc}$).

On reconnaît que les deux lignes pleines introduisent des facteurs de la forme $Q\bar{u}\gamma^\mu u$ que multiplie le propagateur du photon. Ces facteurs sont à rapprocher directement du Lagrangien d'interaction de l'électrodynamique quantique introduit précédemment $Q\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi A^\mu$.

Si plusieurs diagrammes sont à additionner, alors les amplitudes de probabilité sont additionnées, puis le module au carré de l'addition donne la probabilité du processus. Cette probabilité d'interaction associée à des éléments cinématiques (énergies et polarisations des particules initiales, angles,...) peut ensuite permettre d'en déduire la section efficace du processus ¹².

Ainsi, à partir d'un Lagrangien on peut visualiser les interactions possibles entre particules et en déduire des quantités observationnelles. Si on rajoute des champs scalaires à la théorie, elle conserve sa prédictibilité, et permet de calculer les sections efficaces de production de ce nouveau champ dans les conditions expérimentales où on veut l'étudier.

1.2.4 Limites du modèle standard

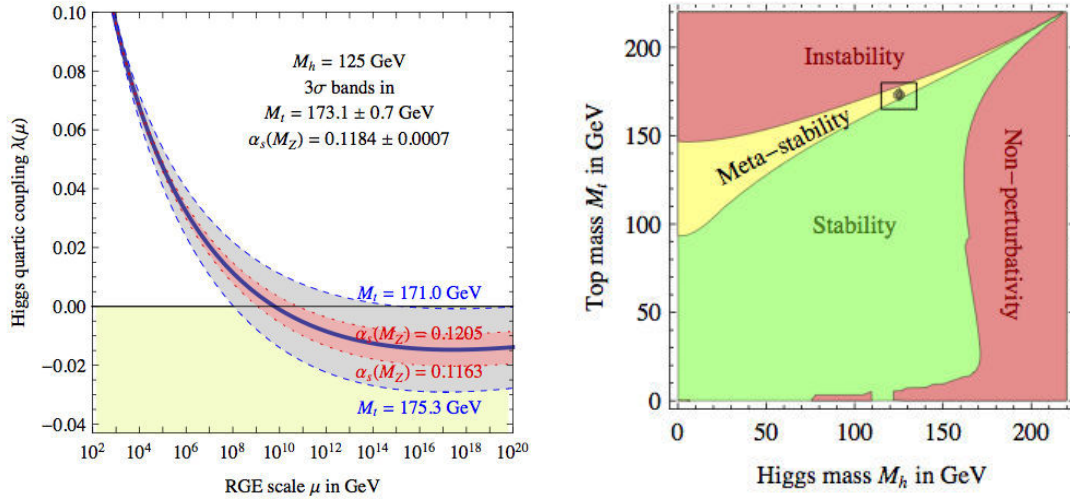


FIGURE 1.18 – Gauche : Évolution du paramètre λ du potentiel de Higgs de l'échelle électrofaible à l'échelle de Planck, en fonction des masses mesurées pour le quark top M_t et le boson de Higgs, et la constante de couplage fort α_s (variations de $\pm 3\sigma$). Droite : Régions de stabilité, méta-stabilité et instabilité du vide du modèle standard, après renormalisation à l'échelle de Planck.

Aujourd'hui, le modèle standard de la physique des particules n'a toujours pas été mis en défaut. La vaste majorité des mesures possibles est en parfait accord avec ses prédictions. Quelques mesures seulement présentent des tensions entre prédiction théorique et observation, comme la mesure du moment gyromagnétique du muon [52].

Les éléments qui pourraient le mettre aujourd'hui en défaut sont à chercher plutôt en dehors. Pourquoi n'existe-t-il pas de neutrino droit ? Pourquoi trois familles de leptons ? Comment inclure la gravitation ? Pourquoi la violation de la symétrie \mathcal{CP} ne suffit pas à expliquer l'asymétrie entre matière et antimatière dans l'Univers ? De plus, le modèle standard, censé décrire toutes les formes de matière connues, ne contient aucun candidat pour la matière noire. En effet, on a vu que l'étude du fond diffus cosmologique impose que 80% de la matière observée soit non baryonique. En dehors des baryons, les particules

12. Les sections efficaces sont exprimées en barn : 1 barn = 10^{-24} cm².

stables possibles sont les électrons (exclus par l'étude du plasma chaud entourant les amas de galaxies), les photons et les neutrinos (la densité de neutrinos représente au mieux quelques pourcents du contenu en énergie de l'Univers, suivant la masse des neutrinos [53, formules 24-25]). Aucune particule du modèle standard ne pouvant jouer le rôle de matière noire, la réponse est donc à chercher au delà.

De plus, le modèle standard est confronté au problème de hiérarchie. Pourquoi la gravitation est-elle 10^{32} fois plus faible que la force faible ? Autrement dit, pourquoi le boson de Higgs est-il si léger comparé à la masse de Planck ? Cette "faible" masse est le résultat d'annulations très fines entre les corrections radiatives apportées au calcul de sa masse : on a ici aussi un problème d'ajustement fin si aucune nouvelle physique n'existe entre l'échelle d'énergie du secteur électrofaible et l'échelle de Planck. La masse du boson de Higgs n'étant pas directement un paramètre du modèle standard, mais liée au potentiel de Higgs, les mêmes considérations traduites sur son potentiel mènent à conclure que nous vivons dans un Univers méta-stable (voir figure 1.18 tirée de [54]). Le problème de la hiérarchie peut être résolu par certaines théories de supersymétrie ou à dimensions supplémentaires.

1.2.4.1 Quelques modèles de matière noire

A l'heure d'aujourd'hui, voici ce que l'on peut dire de la matière noire. Celle-ci doit bien entendu être massive, et doit représenter environ 27% de la densité d'énergie totale de l'Univers. La matière noire n'est pas chargée électriquement, car elle est transparente à la lumière. Elle doit être froide (dans le sens non-relativiste) car une matière noire chaude a déjà été exclue par les données (comme par exemple des neutrinos massifs mais légers).

De plus, elle doit être suffisamment stable pour avoir été présente en abondance dans l'Univers depuis ses premiers instants, car on sait que la matière noire a dû préformer les puits gravitationnels avant le découplage de la matière et de la radiation. Elle doit de plus faiblement interagir avec les particules du modèle standard, voire pas du tout, car pour l'heure aucune signature physique de ses réactions avec la matière n'a été observée.

WIMP et modèle effectif Beaucoup de modèles théoriques fournissent des candidats à la matière noire. Un quatrième neutrino, stérile et lourd, pourrait être un bon candidat répondant aux propriétés ci-dessus. Plus au-delà du modèle standard, le neutralino issu de la supersymétrie est de loin le modèle le plus populaire pour les physiciens des particules. Puis, on peut citer les monopôles magnétiques, les gravitons de Kaluza-Klein, les axions et les Branons (voir chapitre 5.2 pour plus de développements sur certaines de ces théories).

Pour tenter de considérer l'ensemble des particules possibles, les expérimentateurs préfèrent retenir une modélisation effective de la matière noire, basée sur les seules propriétés évoquées plus haut. Les particules de matière noire sont alors regroupées sous la qualification générique de WIMP, pour Weakly Interactive Massive Particle¹³.

Supposons l'existence d'une particule χ stable et massive, apparue suffisamment tôt dans l'histoire de l'Univers pour permettre aux grandes structures de l'Univers de se former rapidement après le découplage. Cette particule est supposée initialement à l'équilibre thermique avec le plasma primordial, se transformant selon des réactions $\chi\bar{\chi} \leftrightarrow l\bar{l}$ (avec l et \bar{l} des particules du modèle standard). Alors l'évolution de la densité de particules n_χ

13. Les axions ne sont cependant pas classés parmi les WIMPs, car leur masse est supposée légère $\lesssim 10^{-3}$ eV et leur phénoménologie différente. Nous y reviendrons section 1.2.4.1.

dans un Univers en expansion est donnée par l'équation de Boltzmann :

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3H(t)n_\chi = n_\chi^{(eq)2} \langle \sigma_{ann} v \rangle \left(1 - \frac{n_\chi^2}{n_\chi^{(eq)2}} \right), \quad (1.119)$$

où $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ est la section efficace d'annihilation σ_{ann} de l'interaction $\chi\bar{\chi}$ moyennée thermiquement¹⁴, et $n_\chi^{(eq)}$ la densité à l'équilibre (distribution de Fermi, Bose-Einstein ou Boltzmann suivant les cas). Le membre de gauche est d'ordre $\sim n_\chi H(t)$ alors que le terme de droite est d'ordre $\sim n_\chi \Gamma$ avec $\Gamma = n_\chi^{(eq)} \langle \sigma_{ann} v \rangle$ le taux de désintégration. Dans le cas où $\Gamma \gg H(t)$, alors le WIMP χ est à l'équilibre thermique car son taux d'interaction Γ est suffisamment grand devant le taux d'expansion de l'Univers H . Dans le cas contraire, l'espèce χ quitte l'équilibre thermique et sa densité, figée à la température définie par $\Gamma \sim H$, n'évolue plus qu'avec l'expansion de l'Univers en a^{-3} . Ainsi, suivant les propriétés du WIMP, sa densité peut être figée à un nombre assez élevé pour expliquer l'abondance de la matière noire aujourd'hui. Si la particule χ se découple alors qu'elle est encore relativiste, on parle de relique chaude, sinon de relique froide.

Une fois découplés, les WIMPs ne sont plus liés que par la gravité et forment les halos de matière noire précurseurs des grandes structures. Leur interaction avec les particules du modèle standard est encore possible, mais fortement diminuée. C'est cependant à travers ces interactions qu'ils sont recherchés activement à travers les expériences de recherche directe (recul d'un nucléon suite à un choc élastique avec un WIMP), indirecte (observation de la désintégration d'une paire de WIMPs en photons ou autres particules), ou en production dans les collisionneurs de particules (voir figure 1.19).

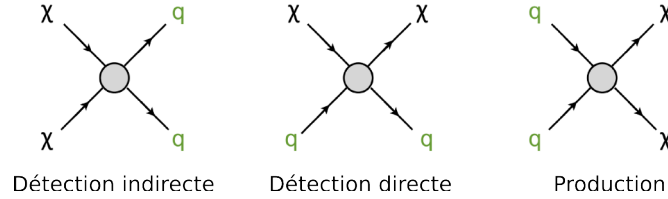


FIGURE 1.19 – Les trois manières de détecter des WIMPs dans un processus $\chi\bar{\chi} \leftrightarrow q\bar{q}$, avec un modèle effectif du vertex d'interaction.

Dans les expériences de physique des particules auprès des grands collisionneurs, les WIMPs échappent à toute détection. Par conséquent, leur production lors d'une collision est signalée par la présence d'énergie manquante. Cependant, pour être enregistré, l'événement doit avoir produit quelque chose. En général, on étudie la production de WIMPs associée à un photon (comme dans cette thèse), un jet hadronique ou un lepton. L'interaction peut être plus spécifiquement paramétrée par des modèles effectifs. Nous en retiendrons deux, qui supposent que l'interaction de contact des figures 1.19 est assurée par une particule médiatrice de masse très élevée, avec χ un fermion de Dirac :

- opérateur vectoriel (spin-indépendant) :

$$\mathcal{O}_V = \frac{(\bar{\chi}\gamma_\mu\chi)(\bar{q}\gamma^\mu q)}{\Lambda^2} \quad (1.120)$$

- opérateur axial-vecteur (spin-dépendant) :

$$\mathcal{O}_{AV} = \frac{(\bar{\chi}\gamma_\mu\gamma^5\chi)(\bar{q}\gamma^\mu\gamma_5 q)}{\Lambda^2} \quad (1.121)$$

14. Le taux d'interaction dépendant de la vitesse v de déplacement des particules donc de la température, il est obtenu en moyennant la quantité $\sigma_{ann}v$ sur la distribution thermique des particules.

Ces opérateurs sont définis par une échelle d'énergie effective Λ , et sont à associer à la production d'un photon, lepton ou jet dans l'état initial pour déclencher l'acquisition d'un tel événement par un détecteur. Des limites sur la masse des WIMPs utilisant ces deux opérateurs seront présentées au chapitre 7.

Axion Les axions sont des particules scalaires introduites par Peccei et Quinn en 1977 pour résoudre le problème de la violation de la symétrie CP en chromodynamique quantique (la théorie semble prédire que cette symétrie serait violée, mais pour autant jamais cela n'a été observé). Ce sont des particules de petite masse (1 μeV - 1 meV), stables et neutres. Aujourd'hui, ces axions sont recherchés comme des candidats possibles à la matière noire. Les axions sont supposés se coupler au photon par l'action suivante [55] :

$$\mathcal{S}_{\text{axion}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu a \partial^\mu a + m_a^2 a^2 \right) + \frac{1}{4M} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} a \right) \quad (1.122)$$

où a est le champ axion, m_a sa masse, $F_{\mu\nu}$ est le tenseur du champ électromagnétique et $\tilde{F}_{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma}/2$ son dual. Le dernier terme introduit l'interaction¹⁵ entre l'axion et le champ électromagnétique où M est une échelle d'énergie arbitraire. Cette échelle doit être supérieure à 10^{10} GeV d'après des contraintes expérimentales apportées par l'étude des étoiles géantes rouges [56]. On pense donc qu'elle pourrait être de l'ordre de la masse de Planck. Comment des particules si légères peuvent-elles expliquer la totalité de la matière noire ? En étant très nombreuses ! Les axions auraient été générés lors de la transition de phase QCD peu de temps après le Big Bang, en grande quantité. La recherche d'axion est réalisée en étudiant leur interaction avec un champ électromagnétique, qu'il vienne de sources astrophysiques comme avec le télescope HESS [57] ou qu'il soit artificiel comme dans les expériences de régénération de lumière à travers un mur [58].

Bibliographie

- [1] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology : principles and applications of the general theory of relativity* (1972).
- [2] E.ourgoulhon, *Relativité générale (cours M2 "Astronomie et Astrophysique")* (2013).
- [3] J. Williams, S. Turyshev, et D. Boggs, *Progress in lunar laser ranging tests of relativistic gravity*, Physical review letters (2004), [arXiv:0411113v2 \[gr-qc\]](#).
- [4] A. Einstein, *Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitätstheorie*, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 142-152. (1917).
- [5] E. Noether, *Invariant variation problems*, Gott. Nachr. **235** (1918), [arXiv:0503066v1 \[physics\]](#).
- [6] M. I. Scrimgeour, T. Davis, C. Blake, J. B. James, *et al.*, *The WiggleZ Dark Energy Survey : the transition to large-scale cosmic homogeneity*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **425**, 116 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21402.x](#), [arXiv:1205.6812](#).

15. Ce terme d'interaction permet de conserver la symétrie CP en chromodynamique quantique si $F_{\mu\nu}$ est le champ associé aux gluons.

- [7] The Planck Collaboration, *Planck intermediate results. XIII. Constraints on peculiar velocities*, Astronomy & Astrophysics **561**, A97 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201321299](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321299).
- [8] E. Hubble, *A spiral nebula as a stellar system, Messier 31.*, The Astrophysical Journal **69**, 103 (1929), [doi:10.1086/143167](https://doi.org/10.1086/143167).
- [9] E. Hubble, *A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae*, Proceedings of the National Academy of Sciences **15**, 168 (1929), [doi:10.1073/pnas.15.3.168](https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168).
- [10] G. Lemaître, *Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques*, Annales de la Societe Scientifique de Bruxelles **A47**, 49 (1927).
- [11] G. Lemaître, *Expansion of the universe, A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **91**, 483 (1931).
- [12] S. van den Bergh, *The Curious Case of Lemaître's Equation No. 24*, Journal of the Royal Astronomical Society of Canada **105**, 151 (2011), [arXiv:1106.1195](https://arxiv.org/abs/1106.1195).
- [13] D. L. Block, *Georges Lemaître and Stigler's Law of Eponymy*, **395**, 89 (2012), [doi:10.1007/978-3-642-32254-9_8](https://doi.org/10.1007/978-3-642-32254-9_8), [arXiv:1106.3928](https://arxiv.org/abs/1106.3928).
- [14] R. A. Alpher et R. Herman, *Evolution of the Universe*, Nature **162**, 774 (1948), [doi:10.1038/162774b0](https://doi.org/10.1038/162774b0).
- [15] G. Gamow, *The Evolution of the Universe*, Nature **162**, 680 (1948), [doi:10.1038/162680a0](https://doi.org/10.1038/162680a0).
- [16] A. A. Penzias et R. W. Wilson, *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s.*, The Astrophysical Journal **142**, 419 (1965), [doi:10.1086/148307](https://doi.org/10.1086/148307).
- [17] A. A. Penzias et R. W. Wilson, *Measurement of the Flux Density of CAS a at 4080 Mc/s.*, The Astrophysical Journal **142**, 1149 (1965), [doi:10.1086/148384](https://doi.org/10.1086/148384).
- [18] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, *et al.*, *Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS)*, The Astrophysical Journal **512**, 511 (1999), [doi:10.1086/306805](https://doi.org/10.1086/306805).
- [19] S. J. Maddox, G. Efstathiou, W. J. Sutherland, et J. Loveday, *Galaxy correlations on large scales*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **242**, 43P (1990), [doi:10.1093/mnras/242.1.43P](https://doi.org/10.1093/mnras/242.1.43P).
- [20] S. D. M. White, J. F. Navarro, A. E. Evrard, et C. S. Frenk, *The baryon content of galaxy clusters : a challenge to cosmological orthodoxy*, Nature **366**, 429 (1993), [doi:10.1038/366429a0](https://doi.org/10.1038/366429a0).
- [21] E. D. Loh et E. J. Spillar, *A measurement of the mass density of the universe*, Astrophysical Journal **307**, L1 (1986), [doi:10.1086/184717](https://doi.org/10.1086/184717).
- [22] A. Nusser et A. Dekel, *Omega and the initial fluctuations from velocity and density fields*, Astrophysical Journal **405**, 437 (1993), [doi:10.1086/172376](https://doi.org/10.1086/172376).

- [23] P. Astier et R. Pain, *Observational evidence of the accelerated expansion of the universe*, Comptes Rendus Physique **13**, 521 (2012), [doi:10.1016/j.crhy.2012.04.009](#), [arXiv:1204.5493](#).
- [24] G. Efstathiou, W. J. Sutherland, et S. J. Maddox, *The cosmological constant and cold dark matter*, Nature **348**, 705 (1990), [doi:10.1038/348705a0](#).
- [25] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, *et al.*, *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, The Astronomical Journal **116**, 1009 (1998), [doi:10.1086/300499](#).
- [26] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, *et al.*, *Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae*, The Astrophysical Journal **517**, 565 (1999), [doi:10.1086/307221](#), [arXiv:9812133 \[astro-ph\]](#).
- [27] S. Perlmutter, *Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe*, Physics Today **56**, 53 (2003), [doi:10.1063/1.1580050](#).
- [28] S. Weinberg, *The cosmological constant problem*, Reviews of Modern Physics **61**, 1 (1989), [doi:10.1103/RevModPhys.61.1](#).
- [29] J. Martin, *Everything You Always Wanted To Know About The Cosmological Constant Problem (But Were Afraid To Ask)*, Comptes Rendus Physique p. 89 (2012), [arXiv:1205.3365](#).
- [30] V. C. Rubin et J. Ford, W. Kent, *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*, The Astrophysical Journal **159**, 379 (1970), [doi:10.1086/150317](#).
- [31] L. P. David, C. Jones, W. Forman, et S. Daines, *Mapping the dark matter in the NGC 5044 group with ROSAT : Evidence for a nearly homogeneous cooling flow with a cooling wake*, The Astrophysical Journal **428**, 544 (1994), [doi:10.1086/174264](#).
- [32] C. Alcock, R. A. Allsman, D. Alves, R. Ansari, *et al.*, *EROS and MACHO Combined Limits on Planetary-Mass Dark Matter in the Galactic Halo*, The Astrophysical Journal **499**, L9 (1998), [doi:10.1086/311355](#), [arXiv:9803082 \[astro-ph\]](#).
- [33] D. Clowe, M. Bradač, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, *et al.*, *A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter*, The Astrophysical Journal **648**, L109 (2006), [doi:10.1086/508162](#).
- [34] Planck Collaboration, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, p. 67 (2013), [arXiv:1303.5076](#).
- [35] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, et L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, Physical Review D **2**, 1285 (1970), [doi:10.1103/PhysRevD.2.1285](#).
- [36] J. Augustin, A. Boyarski, M. Breidenbach, F. Bulos, *et al.*, *Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation*, Physical Review Letters **33**, 1406 (1974), [doi:10.1103/PhysRevLett.33.1406](#).
- [37] J. Aubert, U. Becker, P. Biggs, J. Burger, *et al.*, *Experimental Observation of a Heavy Particle J*, Physical Review Letters **33**, 1404 (1974), [doi:10.1103/PhysRevLett.33.1404](#).

- [38] G. 't Hooft et M. Veltman, *Regularization and renormalization of gauge fields*, Nuclear Physics B **44**, 189 (1972).
- [39] P. a. M. Dirac, *Quantised Singularities in the Electromagnetic Field*, Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences **133**, 60 (1931), [doi:10.1098/rspa.1931.0130](https://doi.org/10.1098/rspa.1931.0130).
- [40] C. Anderson, *The Positive Electron*, Physical Review **43**, 491 (1933), [doi:10.1103/PhysRev.43.491](https://doi.org/10.1103/PhysRev.43.491).
- [41] S. L. Glashow, *Partial-symmetries of weak interactions*, Nuclear Physics **22**, 579 (1961), [doi:10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2).
- [42] A. Salam et J. Ward, *Electromagnetic and weak interactions*, Physics Letters **13**, 168 (1964), [doi:10.1016/0031-9163\(64\)90711-5](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)90711-5).
- [43] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, Physical Review Letters **19**, 1264 (1967), [doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264).
- [44] C. S. Wu, *Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay*, Physical Review **105**, 1413 (1957), [doi:10.1103/PhysRev.105.1413](https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1413).
- [45] F. Englert et R. Brout, *Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons*, Physical Review Letters **13**, 321 (1964), [doi:10.1103/PhysRevLett.13.321](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.321).
- [46] P. Higgs, *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Physical Review Letters **13**, 508 (1964), [doi:10.1103/PhysRevLett.13.508](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.508).
- [47] F. Hasert, S. Kabe, W. Krenz, J. Von Krogh, *et al.*, *Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment*, Physics Letters B **46**, 138 (1973).
- [48] G. Arnison, A. Astbury, B. Aubert, C. Bacci, *et al.*, *Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around 95 GeV/c² at the CERN SPS collider*, Physics Letters B **126**, 398 (1983).
- [49] G. Arnison, A. Astbury, B. Aubert, C. Bacci, *et al.*, *Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at s=540 GeV*, Physics Letters B **122**, 103 (1983).
- [50] G. Aad, T. Abajyan, B. Abbott, J. Abdallah, *et al.*, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Physics Letters B **716**, 1 (2012), [doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.020), [arXiv:1207.7214](https://arxiv.org/abs/1207.7214).
- [51] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. Sirunyan, A. Tumasyan, *et al.*, *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Physics Letters B **716**, 30 (2012), [doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021), [arXiv:1207.7235](https://arxiv.org/abs/1207.7235).
- [52] G. W. Bennett, B. Bousquet, H. N. Brown, G. Bunce, *et al.*, *Final report of the E821 muon anomalous magnetic moment measurement at BNL*, Physical Review D **73**, 072003 (2006), [doi:10.1103/PhysRevD.73.072003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.072003), [arXiv:0602035v1 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/0602035v1).
- [53] J. Lesgourgues et S. Pastor, *Neutrino Mass from Cosmology*, Advances in High Energy Physics **2012**, 1 (2012), [doi:10.1155/2012/608515](https://doi.org/10.1155/2012/608515), [arXiv:arXiv:1212.6154v1](https://arxiv.org/abs/1212.6154v1).

- [54] G. Degrandi, S. Vita, J. Elias-Miró, J. R. Espinosa, *et al.*, *Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO*, Journal of High Energy Physics **2012**, 98 (2012), [doi:10.1007/JHEP08\(2012\)098](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2012)098), [arXiv:1205.6497](https://arxiv.org/abs/1205.6497).
- [55] G. Raffelt et L. Stodolsky, *Mixing of the photon with low-mass particles*, Physical Review D **37**, 1237 (1988), [doi:10.1103/PhysRevD.37.1237](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.37.1237).
- [56] G. Raffelt et D. Dearborn, *Bounds on hadronic axions from stellar evolution*, Physical Review D **36**, 2211 (1987), [doi:10.1103/PhysRevD.36.2211](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.36.2211).
- [57] A. Abramowski, F. Acero, F. Aharonian, F. Ait Benkhali, *et al.*, *Constraints on axionlike particles with H.E.S.S. from the irregularity of the PKS 2155-304 energy spectrum*, Physical Review D **88**, 102003 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.102003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.102003), [arXiv:1311.3148](https://arxiv.org/abs/1311.3148).
- [58] K. Ehret, M. Frede, S. Ghazaryan, M. Hildebrandt, *et al.*, *New ALPS results on hidden-sector lightweights*, Physics Letters B **689**, 149 (2010), [doi:10.1016/j.physletb.2010.04.066](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.04.066).

Première partie

Cosmologie

Chapitre 2

Le modèle du Galiléon

Sommaire

2.1	Modéliser l'énergie noire	50
2.1.1	Succès et problèmes de la constante cosmologique	50
2.1.2	Les modèles alternatifs autre que le Galiléon	52
2.2	Le modèle du Galiléon	62
2.2.1	Principe de construction	62
2.2.2	L'effet Vainshtein	64
2.2.3	Galiléon covariant	68
2.3	Un Univers Galiléon en équations	72
2.3.1	Équations cosmologiques	72
2.3.2	Croissance des structures	76
2.3.3	Contraintes théoriques	77
	Bibliographie	80

QUELLE est la nature de l'énergie noire? Nous avons vu dans le chapitre 1 que son existence doit être invoquée pour expliquer l'accélération récente de l'expansion de l'Univers. Elle peut être très simplement modélisée par une constante rajoutée à l'équation d'Einstein, la constante cosmologique Λ . Répétons-le, aucune observation actuelle ne remet en cause le modèle Λ CDM qui s'accorde très bien aux mesures cosmologiques. Cependant, ce modèle soulève un grand nombre de questions sur la signification de la constante cosmologique. Ces questions ont donné naissance à de nombreux modèles alternatifs, et le modèle du Galiléon en fait partie.

Dans ce chapitre, je vais passer en revue les principales alternatives qui ont été proposées pour modéliser l'énergie noire (section 2.1), puis m'attarder sur le modèle du Galiléon qui fait l'objet de cette thèse (section 2.2). La construction du modèle, ses atouts et ses limites seront exposés, avant de commencer la description d'un Univers Galiléon. Dans la section 2.3, je détaillerai les équations que j'utilise pour calculer l'évolution d'un Univers Galiléon et certaines de ses observables, ainsi que la paramétrisation originale que j'ai introduite pour se libérer du choix de conditions initiales pour le Galiléon.

2.1 Modéliser l'énergie noire

2.1.1 Succès et problèmes de la constante cosmologique

2.1.1.1 Un modèle simple

Reprenons la première équation de Friedmann 2.1 et intéressons-nous à la dynamique qu'introduit la constante cosmologique :

$$\bar{H}^2(t) = \frac{1}{H_0^2} \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \Omega_m^0 a^{-3}(t) + \Omega_r^0 a^{-4}(t) + \Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 a^{-2}(t), \quad (2.1)$$

Il est intéressant de réécrire ces équations sous une forme rappelant une équation de conservation de l'énergie pour une particule ponctuelle à un degré de liberté¹ :

$$\frac{1}{2} \Omega_k^0 = \frac{1}{2} \frac{1}{H_0^2} \dot{a}^2 - \frac{1}{2} \frac{\Omega_m^0}{a} - \frac{1}{2} \frac{\Omega_r^0}{a^2} - \frac{1}{2} \Omega_\Lambda^0 a^2. \quad (2.2)$$

Aujourd'hui, on sait que $\Omega_k^0 \approx \Omega_r^0 \approx 0$ donc l'équation

$$0 = \frac{1}{2} \frac{1}{H_0^2} \dot{a}^2 - \frac{1}{2} \frac{\Omega_m^0}{a} - \frac{1}{2} \Omega_\Lambda^0 a^2 \quad (2.3)$$

peut être interprétée comme décrivant la trajectoire d'une particule de position $a(t)$, d'énergie mécanique constante et nulle (si l'Univers est plat), dans un potentiel :

$$V(a) = -\frac{1}{2} \frac{\Omega_m^0}{a} - \frac{1}{2} \Omega_\Lambda^0 a^2. \quad (2.4)$$

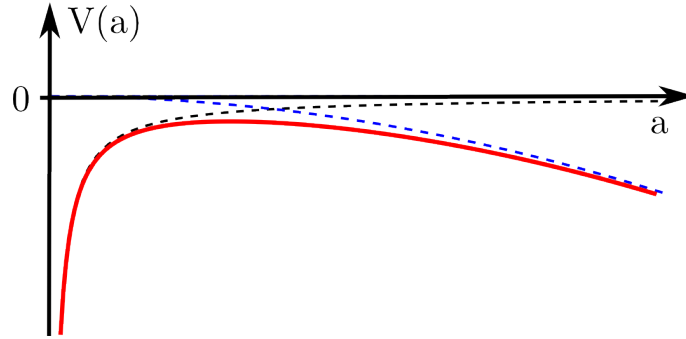


FIGURE 2.1 – Potentiel $V(a)$ en fonction du paramètre d'échelle a (rouge), tracé avec $\Omega_\Lambda^0 = 0.7$ et $\Omega_m^0 = 0.3$. En lignes pointillées, on retrouve la contribution du potentiel de matière $-\Omega_m^0/(2a)$ (noir) et la contribution de la constante cosmologique $-\Omega_\Lambda^0 a^2/2$ (bleu).

Avec Ω_m^0 et Ω_Λ^0 positifs, il est facile d'identifier le premier terme du potentiel avec une énergie potentielle de pesanteur, et le second à une énergie potentielle élastique... mais répulsive! Le potentiel $V(a)$ est tracé sur la figure 2.1 avec ses différentes contributions. On peut alors interpréter l'évolution d'un Univers Λ CDM en s'inspirant du théorème de l'énergie mécanique. On constate plusieurs choses :

- un Univers statique est a priori possible, mais il faudrait que celui-ci reste en équilibre instable sur le maximum du potentiel ;

1. Ici, H_0^{-1} est à interpréter comme une constante pour rendre l'équation homogène, et non comme une masse (dont il n'a pas la dimension).

- si $\Omega_\Lambda^0 = 0$, alors $V(a)$ est strictement croissant et nul en $a \rightarrow \infty$ donc la vitesse d'expansion de l'Univers ne peut que décroître et au mieux être nulle au bout d'un temps infini ;
- notre Univers étant plat, son énergie mécanique est nulle ce qui suffit à faire franchir la barrière d'énergie potentielle en partant de $a = 0$ avec les paramètres actuels, l'Univers entre alors en expansion accélérée après avoir passé le maximum d'énergie potentielle ;
- avec les paramètres actuels, le maximum d'énergie potentielle se trouve en $a_{\min} = (2\Omega_\Lambda^0/\Omega_m^0)^{1/3} \approx 1.67$, l'accélération de l'expansion de l'Univers est donc observable à partir d'un décalage spectral $z = 0.67$, mais avant son expansion décélèrait (voir figure 2.2 et [1]).

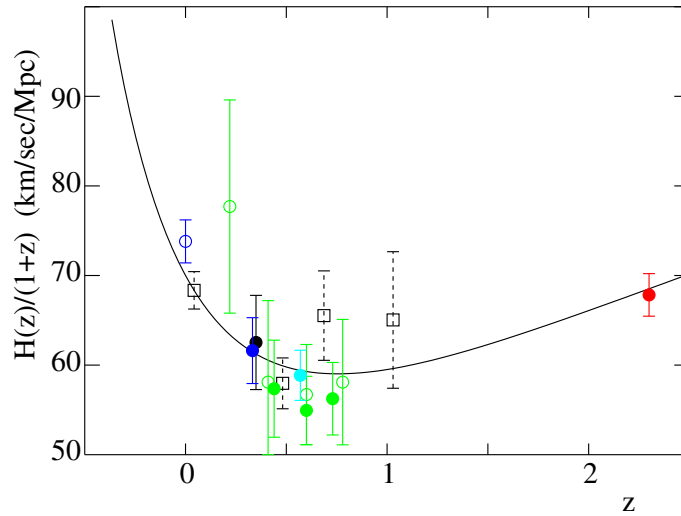


FIGURE 2.2 – Taux d'expansion de l'Univers \dot{a} en fonction du décalage spectral dans le modèle Λ CDM, comparé à différentes mesures. Le point à droite est la première mesure de la décélération de l'expansion de l'Univers, réalisée en 2013 [1]. L'inflexion a bien lieu à un décalage spectral autour de 0.7.

Le modèle de la constante cosmologique apparaît donc très simple et efficace pour décrire complètement l'histoire de l'expansion de l'Univers. Néanmoins, la signification physique de cette constante soulève de nombreuses questions.

2.1.1.2 Problème théorique associé à la constante cosmologique

En mécanique quantique, les fluctuations du vide quantique engendrent une densité d'énergie moyenne et une pression moyenne non nulles. Cette forme d'énergie parfois appelée "énergie de point zéro" se manifeste à de très faibles échelles sous le nom d'effet Casimir. Elle est par exemple bel et bien constatée lors d'expériences mettant en jeu des objets nanoscopiques. A priori, elle doit donc être comptée dans le tenseur énergie-impulsion que l'on peut décomposer sous la forme :

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^m + T_{\mu\nu}^v \quad (2.5)$$

avec $T_{\mu\nu}^v$ le tenseur énergie-impulsion associé au vide quantique [2] :

$$T_{\mu\nu}^v = \begin{pmatrix} \rho_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho_v \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

On remarque que l'on a bien une pression négative $p_v = -\rho_v$. On peut estimer ρ_v rapidement par la somme des énergies de point zéro d'oscillateurs harmoniques dans notre Univers :

$$\rho_v = \frac{1}{2} = \int_0^\infty \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} \sqrt{k^2 + m^2}. \quad (2.7)$$

Cette intégrale diverge, mais on sait que la mécanique quantique n'est valable au maximum que jusqu'à l'échelle de Planck M_P ². On obtient alors $\rho_v \approx M_P^4/16\pi^2$ car on suppose $m \ll M_P$. Reprenons la première équation de Friedmann et isolons les contributions d'une constante cosmologique nue, de la matière et de l'énergie du vide :

$$H^2 = \frac{8\pi G_N(\rho_m + \rho_v)}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}. \quad (2.8)$$

Aujourd'hui, en cosmologie on mesure une énergie *effective* du vide :

$$\rho_v^{\text{eff}} = \rho_v + \frac{\Lambda}{8\pi G_N} \approx 10^{-120} M_P^4. \quad (2.9)$$

Pour obtenir une telle valeur, ρ_v et ρ_Λ doivent se soustraire l'un l'autre quasi-exactement pour n'en laisser qu'une énergie infime égale à $10^{-120} M_P^4$. Cet ajustement fin de la valeur de Λ est inexplicable et ne peut être le fruit du hasard. De plus, si on raffine notre estimation de ρ_v , ou si on y inclut de la nouvelle physique avant l'échelle de Planck, comme la supersymétrie, alors cette estimation certes décroît, mais laisse une différence d'une cinquantaine d'ordres de grandeur (des discussions plus précises sont disponibles dans les références [3, 4]). Il faut toutefois noter que, même dans un modèle avec $\Lambda = 0$ exactement, l'estimation simpliste que nous avons eu de l'énergie du vide pose problème tant la quantité d'énergie invoquée est énorme. Des raisonnements plus raffinés proposent de prendre en compte aussi des effets macroscopiques dans le calcul [5].

Pour obtenir une explication satisfaisante à l'énergie noire, la solution peut être de remplacer cette constante par un processus dynamique. Nous allons maintenant présenter les principaux modèles alternatifs à celui de la constante cosmologique.

2.1.2 Les modèles alternatifs autre que le Galiléon

Pour remplacer la constante cosmologique Λ , les théories alternatives se classent en deux catégories : les modèles proposant l'ajout d'une composante exotique au tenseur énergie-impulsion de l'équation d'Einstein sans modifier la gravitation, ou les modèles de gravité modifiée aux échelles cosmologiques. De nombreuses revues sur ces théories alternatives existent [6, 7, 8, 9].

2. A cette échelle d'énergie, une description quantique de la gravitation devient nécessaire. M_P est défini par $M_P^2 = (8\pi G_N)^{-1} \approx 10^{38}$ GeV.

2.1.2.1 Modèles de quintessence

Les modèles de quintessence sont des théories proposant une équation d'état $w(z)$ pour l'énergie noire évoluant dans le temps, et non plus fixée à -1 comme dans le modèle Λ CDM. Pour ce faire, ces modèles introduisent un champ scalaire ϕ dans le contenu en énergie de l'Univers :

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) \right) + \mathcal{S}_m, \quad (2.10)$$

où ϕ évolue dans un potentiel $V(\phi)$. On ne suppose ici aucun couplage direct entre le champ de quintessence ϕ et la matière. Ce sont les modèles à champ scalaire les plus simples qui ne rencontrent pas de problèmes théoriques tels que l'apparition de fantômes ou d'instabilités de Laplace (voir encadré). Le champ ϕ n'a ici aucune signification physique, il est juste une tentative d'explication ad hoc de l'énergie noire. A partir de l'action 2.10, on peut dériver les équations de Friedmann pour un Univers plat comme nous l'avons fait au chapitre 1 :

$$\begin{cases} 00 : & 3M_P^2 H^2 = \rho_m + \rho_r + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ ij : & 2M_P^2 \dot{H} + 3M_P^2 H^2 = -p_r - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \end{cases} \quad (2.11)$$

La densité d'énergie pour le champ ϕ est définie par $\rho_\phi = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi)$ et la pression associée par $p_\phi = \dot{\phi}^2/2 - V(\phi)$, d'où son équation d'état :

$$w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)}. \quad (2.12)$$

De l'action 2.10 on tire aussi une équation du mouvement pour le champ ϕ :

$$\frac{\delta \mathcal{S}}{\delta \phi} = 0 \Leftrightarrow \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (2.13)$$

Avec ces équations différentielles, on peut calculer l'évolution d'un Univers contenant un champ de quintessence. Cependant, il faut d'abord spécifier un potentiel $V(\phi)$ acceptable théoriquement et des conditions initiales pour ϕ . Les modèles de quintessence offrent donc une grande liberté de choix, chaque potentiel ayant ses qualités et ses défauts (par exemple sa sensibilité au choix des conditions initiales, qui peut être assimilée encore à un problème d'ajustement fin).

De nombreuses formes de potentiel $V(\phi)$ ont été confrontées aux données expérimentales. Certaines ont été exclues expérimentalement, en particulier celles peu sensibles aux conditions initiales. D'autres paramétrisations résistent encore (voir la référence [10] par exemple), mais présentent des problèmes d'ajustement fin. De plus, de manière générale ces modèles de quintessence présentent des problèmes de renormalisation en cas de couplage à la matière qui ramènent encore une fois aux problèmes d'ajustement fin.

Fantômes et instabilités de Laplace

Pour qu'un Lagrangien soit valable, il ne doit pas amener de problèmes de fantômes ou d'instabilités. Ces problèmes apparaissent lorsque l'on s'intéresse à la propagation des degrés de liberté de la théorie (le champ scalaire, les composantes d'un tenseur,...) ou à leurs perturbations autour d'une des solutions (cosmologique, autour d'un objet à symétrie sphérique,...). En général, des degrés de liberté supplémentaires à ceux de la Relativité Générale apparaissent dans les théories de gravité modifiée [11].

Un fantôme est un degré de liberté de la théorie possédant un terme d'énergie cinétique de signe opposé à la convention choisie. On les appelle fantômes d'Ostrogradski en référence au théorème d'Ostrogradski qui décrit les conditions de leur apparition [12]. La présence d'un fantôme implique l'existence de particules se propageant avec des énergies négatives, ce qui signifie que des particules peuvent surgir du vide sans violer la conservation de l'énergie. C'est une sorte de désintégration du vide, qui rend la solution instable. Suivons l'exemple de [13], considérons un champ ϕ de Lagrangien non-linéaire $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \epsilon(\Box\phi)^2/(2\Lambda^2)$ ($\epsilon = \pm 1$) et ramenons-nous à un Lagrangien du second ordre \mathcal{L}' pour discuter de sa stabilité, en introduisant un nouveau champ $\chi = 2\Box\phi/\Lambda^2$:

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \epsilon\partial_\mu\chi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\epsilon\Lambda^2\chi^2. \quad (2.14)$$

\mathcal{L}' redonne bien \mathcal{L} grâce à la définition de χ et une intégration par partie. \mathcal{L}' peut être diagonalisé par la transformation $\phi = \phi' - \epsilon\chi$:

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi'\partial^\mu\phi' - \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - \frac{1}{2}\epsilon\Lambda^2\chi^2. \quad (2.15)$$

\mathcal{L} , bien que n'introduisant qu'un champ scalaire ϕ , contient donc deux degrés de liberté ϕ' et χ . Ce dernier est un fantôme car il possède un terme cinétique négatif quelque soit le signe de la non-linéarité définie par ϵ .

Les instabilités de Laplace peuvent être discutées à partir de l'équation de propagation d'un degré de liberté de la théorie. Étudions le cas de la perturbation ϕ d'un champ scalaire scalaire $\hat{\phi}$ de la théorie. Alors, quelque soit le Lagrangien on peut le développer linéairement jusqu'au second ordre, et il contient alors un terme de la forme :

$$\delta\mathcal{S}^{(2)} \supset \int dt d^3x a^3 Q_s \left(-\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\frac{c_s^2}{a^2}(\vec{\nabla}\phi)^2 \right), \quad (2.16)$$

dans une métrique FLRW $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)d\vec{x}^2$, avec Q_s et c_s^2 des coefficients issus de la perturbation du Lagrangien (qui peuvent être compliqués). On reconnaît une équation d'onde pour la perturbation ϕ , qui admet des solutions instables si le coefficient c_s^2 , appelé vitesse du son, est négatif (comme pour les équations d'onde en physique usuelle qui admettent alors des solutions en cosinus ou sinus hyperboliques, donc des solutions à croissance exponentielle et non bornées). Une faible perturbation du champ $\hat{\phi}$ peut alors croître exponentiellement, on parle d'instabilité de Laplace.

Les conditions pour s'assurer de l'absence de fantômes et d'instabilités dans la théorie sont donc que, pour tout degré de liberté, on ait $Q_s > 0$ pour avoir un terme cinétique de signe négatif et $c_s^2 > 0$.

2.1.2.2 Modèles de gravité $f(R)$ et mécanisme du Caméléon

La Relativité Générale est très bien vérifiée localement dans notre Système Solaire. Par conséquent, toute modification de cette dernière ne doit modifier la gravitation qu'aux échelles cosmologiques afin d'apporter une explication à l'accélération de l'expansion de l'Univers. Les théories de gravité $f(R)$ sont une classe de modèles modifiant explicitement le Lagrangien de la Relativité Générale $M_P^2 R/2$ par

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_P^2}{2} f(R) + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right), \quad (2.17)$$

où $f(R)$ est une fonction du scalaire de Ricci R à choisir et ψ_m désigne les champs de matière. Par exemple, un modèle $f(R)$ de la forme $f(R) = R - \mu^{2(n+1)}/R^n$ ($n > 0$, μ une constante) pourrait expliquer l'accélération de l'expansion [14]. Les modifications de la gravitation devant être faibles, une fonction $f(R)$ sous la forme d'un développement de Taylor peut aussi être proposée :

$$f(R) = a_0 + a_1 R + a_2 R^2 + \dots \quad (2.18)$$

où a_0 serait une constante cosmologique, a_1 pourrait valoir $M_P^2/2$ pour retrouver la Relativité Générale, et les coefficients a_i suivants seraient petits. La meilleure contrainte sur a_2 provient de la mesure du temps d'arrivée des signaux radio émis par la sonde Cassini [15] avec $|a_2| < 1.2 \times 10^{18} \text{ m}^2$.

A partir de l'action 2.17, on peut comme toujours déduire des équations de Friedmann en variant l'action par rapport à la métrique FLRW $g_{\mu\nu}$:

$$\begin{cases} 00 : & 3M_P^2 H^2 = \rho_m + \rho_r + \frac{M_P^2}{2} (F(R)R - f) - 3M_P^2 H \dot{F}(R) \\ ij : & 2M_P^2 \dot{H} + 3M_P^2 H^2 = -p_r + M_P^2 \left(-\dot{F}(R) + H \dot{F}(R) + \frac{1}{2} (F(R)R_f - 3H \dot{F}(R)) \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

avec $F(R) = \partial f / \partial R$. En résolvant ces équations pour un choix de $f(R)$ théoriquement valable (pas de fantômes ni d'instabilités, invariance sous transformation générale des coordonnées et restauration de la Relativité Générale localement), on peut donner une explication à l'accélération de l'expansion de l'Univers grâce à une extension de la Relativité Générale.

Regardons sous quelle condition une théorie $f(R)$ peut restaurer la Relativité Générale près des corps massifs. L'action 2.17 est non-linéaire en R . Pour retrouver une forme familière de la Relativité Générale, il est possible de réécrire cette action dans le référentiel dit d'Einstein (voir encadré) par une transformation³ conforme de la métrique :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu} \quad (2.20)$$

avec Ω^2 le facteur conforme et les tildes représentant les quantités métriques écrites dans le référentiel d'Einstein. Par exemple, on a pour le tenseur de Ricci :

$$R = \Omega^2 \left[\tilde{R} + \frac{6}{\sqrt{-\tilde{g}}} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}^\mu} \left(\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}^{\mu\nu} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \tilde{x}^\nu} \right) - 6 \tilde{g}^{\mu\nu} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \tilde{x}^\mu} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \tilde{x}^\nu} \right]. \quad (2.21)$$

3. Une transformation conforme en géométrie est une bijection qui conserve *localement* les angles.

Référentiels d'Einstein et de Jordan

Le référentiel de Jordan est celui dans lequel les baryons ont un comportement du type $\rho_m \propto a^{-3}$ avec $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$. Ce dernier est considéré comme le référentiel physique dans lequel sont effectuées les observations et expériences auxquelles on peut comparer des observables, puisque que c'est celui où l'énergie est a priori conservée. Le référentiel d'Einstein permet d'explicitier les modifications de la gravité en faisant apparaître le terme usuel $M_P^2 R/2$ accompagné d'un couplage entre un champ scalaire et la matière non-relativiste.

Dans le référentiel d'Einstein, la métrique FLRW s'écrit :

$$d\tilde{s}^2 = \Omega^2 ds^2 = F(-dt^2 + a^2(t)d\vec{x}^2) = -d\tilde{t}^2 + \tilde{a}^2(\tilde{t})d\vec{x}^2. \quad (2.22)$$

La variable de temps peut être redéfinie par $d\tilde{t} = \sqrt{F}dt$ et les longueurs par $\tilde{a}x = \sqrt{F}ax$ avec $F = e^{-2Q\phi/M_P}$. Les deux référentiels traitent de la même physique, mais la différence des définitions du temps et des distances donne en apparence des observables différentes dans les deux référentiels. Dans cette thèse, les observables et les observations seront comparées dans le référentiel de Jordan.

L'action 2.17 peut alors être réécrite dans le référentiel d'Einstein (linéaire en R) en choisissant $\Omega^2 = F(R)$ (si $F > 0$) :

$$\mathcal{S}_E = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left(-\frac{M_P^2}{2} \tilde{R} + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) + \mathcal{L}_m(F^{-1}(\phi) \tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \quad (2.23)$$

moeynnant l'introduction d'un champ scalaire ϕ et de son potentiel $V(\phi)$ définis par :

$$\phi = M_P \sqrt{\frac{3}{2}} \ln F(R), \quad V(\phi) = \frac{M_P^2}{2} \frac{F(R)R - f(R)}{F^2(R)}. \quad (2.24)$$

La transformation conforme s'écrit donc $\tilde{g}_{\mu\nu} = F(\phi)g_{\mu\nu} = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\phi/M_P} g_{\mu\nu}$. Un couplage explicite entre la matière et le champ scalaire ϕ apparaît en développant $\mathcal{L}_m(F^{-1}(\phi) \tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m)$, de la forme $\propto \phi \tilde{T}/M_P$. Le champ ϕ peut donc exercer une force sur les objets matériels. Dans le référentiel d'Einstein, l'équation de conservation de l'énergie 1.26 pour la matière s'écrit alors :

$$\tilde{T}^{\mu\nu}_{;\mu} = Q \tilde{T}^\mu \tilde{\nabla}_\mu \phi \quad (2.25)$$

avec Q donnant la force du couplage entre le champ scalaire et la matière. Pour les baryons par exemple, on n'a alors plus $\rho_m \propto a^{-3}$. Dans le référentiel d'Einstein, l'énergie n'est pas conservée : elle peut être transférée de la matière vers le champ ϕ , ce qui n'est pas physiquement observé. Ce référentiel est cependant utile pour réaliser certains calculs comme ici l'étude des effets du champ scalaire ϕ sur la gravitation. Le référentiel de Jordan étant celui où l'énergie est conservée, il est considéré comme le référentiel physique dans lequel se placer pour utiliser des mesures. Dans les théories $f(R)$, on a un couplage constant et d'ordre 1 :

$$Q = -\frac{M_P}{2F} \frac{\partial F}{\partial \phi} = -\frac{1}{\sqrt{6}}. \quad (2.26)$$

L'équation du mouvement associée au champ ϕ (parfois appelé scaléron) s'écrit dans le référentiel d'Einstein :

$$\square \phi - \frac{dV}{d\phi} + \frac{Q}{M_P} \rho_m = 0. \quad (2.27)$$

Si la fonction $f(R)$ est judicieusement choisie, alors le potentiel effectif $V_{\text{eff}}(\phi) = V(\phi) - Q\rho_m\phi/M_P$ possède un minimum qui dépend de la masse de l'objet auquel est couplé le scaléron. Un exemple de potentiel effectif est tracé dans la figure 2.3 : plus l'objet considéré est massif, plus le minimum du potentiel se rapproche des faibles valeurs de ϕ donc diminue le couplage avec le champ scalaire. De plus, celui-ci devient plus massif (la masse étant donnée par la dérivée seconde du potentiel à son minimum) ce qui l'empêche de se propager. Ce mécanisme où le champ scalaire s'estompe au voisinage des corps massifs est appelé mécanisme du Caméléon. Il permet aux théories $f(R)$ d'affecter très faiblement la gravité près des objets massifs et donc d'être conciliable avec les tests expérimentaux de la gravité [16].

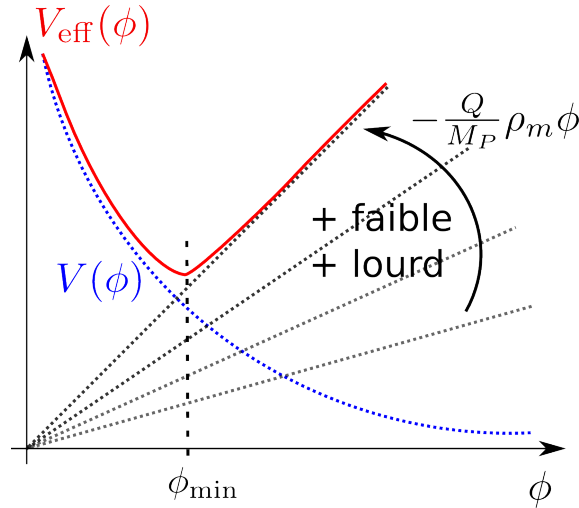


FIGURE 2.3 – Potentiel effectif $V_{\text{eff}}(\phi)$ dans un mécanisme de Caméléon avec $Q < 0$. Plus ρ_m est important, plus le scaléron devient lourd et faible, ce qui diminue l'influence qu'il peut exercer sur un objet massif.

2.1.2.3 Terme de Gauss-Bonnet et invariants de Lovelock

Une modification du type $f(R)$ peut être généralisée par le choix d'une fonction $f(R, R^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, R^{\mu\nu\rho\sigma}R_{\mu\nu\rho\sigma})$. Ces modèles sont appelés théories tenseur-scalaire. Les théories $f(R)$ en sont un cas particulier, ainsi que les théories de la gravitation de Gauss-Bonnet et Lovelock (introduites ci-après).

L'action d'Einstein-Hilbert 1.31 contient les deux termes les plus simples invariants sous une transformation générale des coordonnées. Cependant, ce ne sont pas les seuls termes possibles, mais seulement les plus simples. En particulier, Kretschmann [17] remarquait déjà en 1917 que l'action d'Einstein-Hilbert n'est pas l'action la plus générale invariante sous transformation de coordonnées. Il introduit le scalaire de Kretschmann, covariant lui aussi, comme une extension possible au Lagrangien de la Relativité Générale :

$$\mathcal{S}_K = -\frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} R^{\mu\nu\rho\sigma} R_{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (2.28)$$

Cependant, cet invariant donne lieu à des équations du mouvement contenant des termes du type $\nabla_\mu \nabla_\nu R^\mu{}_\alpha{}^\nu{}_\beta + \nabla_\mu \nabla_\nu R^\mu{}_\beta{}^\nu{}_\alpha$, donc de degré supérieur à deux⁴, ce qui introduit

4. D'après le théorème d'Ostrogradski, un Lagrangien fait apparaître un fantôme si ses équations du mouvement contiennent des dérivées d'ordre supérieur à deux. Pour un Lagrangien qui contient des dérivées

de nouveaux degrés de liberté qui s'avèrent être des fantômes. Plus particulièrement, il introduit deux gravitons de spin 2, dont un possède une énergie négative et donc est un fantôme. Un tel scalaire n'est donc en fait pas possible physiquement dans un Lagrangien.

On peut toutefois le combiner à d'autres scalaires covariants dont les termes avec des dérivées d'ordre supérieur à deux de la métrique se compensent les uns les autres pour donner in fine des équations du mouvement du second ordre. C'est le cas du scalaire de Gauss-Bonnet :

$$\mathcal{G} = R^2 - 4R^{\mu\nu}R_{\mu\nu} + R^{\mu\nu\rho\sigma}R_{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (2.29)$$

L'action associée à D dimensions :

$$\mathcal{S}_{\text{GB}} = -\frac{1}{16\pi G_N} \int d^D x \sqrt{-g} \mathcal{G} \quad (2.30)$$

est bien covariante et donne lieu à des équations du second degré au plus, bien que non-linéaires en la métrique. Cependant, si $D = 4$ alors $\sqrt{-g}\mathcal{G}$ est une dérivée totale et ne contribue pas à l'action \mathcal{S}_{GB} :

$$\mathcal{S}_{\text{GB}} = -\frac{1}{16\pi G_N} \int d^4 x \sqrt{-g} \mathcal{G} = 0 \quad (2.31)$$

Une manière de construire une gravité de Gauss-Bonnet à quatre dimensions est de coupler le terme de Gauss-Bonnet à un champ scalaire ϕ extérieur, par exemple :

$$\mathcal{S}_{\text{GB}} = \int d^4 x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) + f(\phi) \mathcal{G} + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \quad (2.32)$$

avec $f(\phi)$ une fonction à choisir. On peut aussi imaginer des fonctions $f(\mathcal{G})$. De telles théories peuvent passer avec succès les tests de gravitation locale et provoquer une expansion accélérée de l'Univers (voir par exemple [18]).

Plus généralement, tous les scalaires invariants sous transformation générale de coordonnées et donnant lieu à des équations du mouvement du second ordre sont connus sous le nom d'invariants de Lovelock [19]. Ce sont les seules quantités scalaires qui n'amènent pas de degré de liberté fantôme dans une théorie de la gravitation. Leurs expressions à D dimensions sont connues :

$$\mathcal{S}_L = \int d^D x \sqrt{-g} \left(a_0 + a_1 R + a_2 (R^2 - 4R^{\mu\nu}R_{\mu\nu} + R^{\mu\nu\rho\sigma}R_{\mu\nu\rho\sigma}) + a_3 \mathcal{O}(R^3) \right) \quad (2.33)$$

On reconnaît entre autres une constante cosmologique a_0 , le Lagrangien de la Relativité Générale R et le terme de Gauss-Bonnet. Comme \mathcal{G} a une contribution nulle à quatre dimensions, on peut rechercher de façon encore plus générale des gravités modifiées de Lovelock du type (voir la référence [20] par exemple) :

$$\mathcal{S}_L = \int d^4 x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_P^2}{2} f(R, \mathcal{G}) + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \quad (2.34)$$

2.1.2.4 Modèle DGP

Le modèle DGP, des trois auteurs Gia Dvali, Gregory Gabadadze et Massimo Porrati [21], est une théorie modifiée de la gravitation utilisant des dimensions supplémentaires. Il s'appuie sur le constat que la gravitation possède une intensité extrêmement faible

secondes, cela a de fortes chances d'arriver, sauf si les termes d'ordre supérieur à deux se compensent astucieusement.

comparée aux autres interactions fondamentales, et que cette faiblesse serait due à sa capacité à se propager (donc à se "diluer") dans 5 dimensions d'espace, et non 4 pour les autres. Ce modèle suppose l'existence d'un espace-temps de Minkowski à $D = 4 + 1$ dimensions⁵, dans lequel est inclus notre propre Univers à $D = 3 + 1$ dimensions. Notre Univers serait donc une hypersurface contenue dans un espace plus grand : on dit que c'est une brane. La dimension supplémentaire introduite est supposée plate et de taille infinie, et la brane infiniment fine le long de la dimension supplémentaire. L'action est alors composée de deux termes : le premier est l'action d'Einstein-Hilbert 1.31 à quatre dimensions, et le second sa généralisation à cinq dimensions :

$$\mathcal{S}_{\text{DGP}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_P^2}{2} R + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right) - \frac{M_5^3}{2} \int d^5X \sqrt{-G} \mathcal{R}_{(5)}, \quad (2.35)$$

où M_5 est posé comme étant la masse de Planck à cinq dimensions, $X = (x^\mu, y)$ est la variable de coordonnée à cinq dimensions (avec y la position de long de la dimension supplémentaire). $G_{AB}(X)$ est la métrique complète de l'espace-temps $D = 4 + 1$ (les indices en lettres majuscules A, B, C sont utilisés pour les espaces à $D > 4$ dimensions), de tenseur de Ricci associé $\mathcal{R}_{(5)}$.

Dans ce modèle, le terme $4D$ domine à petites distances grâce à un mécanisme d'écrantage appelé effet Vainshtein [22, 23] (ce mécanisme sera détaillé section 2.2.2), qui peut lui permettre de passer les tests locaux de la gravité. Par contre, le terme $5D$ domine aux distances cosmologiques et provoque une accélération de l'expansion de l'Univers. L'échelle de distance caractéristique où la transition s'opère est donnée par $r_c = M_P^2/(2M_5^3)$.

Dans une métrique FLRW, cette action possède deux solutions suivant que l'on s'intéresse aux fluctuations de la brane à $y > 0$ ou $y < 0$ [24, 25]. L'une de ces deux solutions décrit bien une expansion accélérée de l'Univers, mais présente néanmoins des problèmes de fantômes [26] et d'instabilités [27]. De plus, ce modèle simple a été confronté aux mesures cosmologiques et est exclu par ces dernières [28].

Il a cependant relancé l'intérêt pour les théories de gravité massive en ré-exhibant l'effet Vainshtein (initialement introduit pour ce type de théorie), et donner lieu à de nombreux prolongements féconds à travers les théories de Galiléeon et de nouvelles théories de la gravité massive.

2.1.2.5 Modèles de gravité massive

En quoi donner une masse au graviton peut donner une explication à l'accélération de l'Univers tout en conservant le comportement de la gravitation localement ? Si le graviton possède une masse m , alors la portée de la force gravitationnelle est réduite, ce qui diminue l'intensité de la gravitation qui lie des objets lointains. Plus ils sont éloignés, moins ils sont liés gravitationnellement entre eux, donc plus ils sont libres de s'éloigner à une grande vitesse : on obtient naturellement une expansion accélérée. Si le graviton a une masse m , le potentiel gravitationnel autour d'un objet de masse M est modifié comme suit :

$$\Phi_N = -\frac{G_N M}{r} e^{-mr}, \quad (2.36)$$

où r est la distance à l'objet. L'Univers étant de taille H_0^{-1} , on voit que pour une petite masse $m \approx H_0 \approx 10^{-33} \text{ eV}$, le potentiel de Newton est peu affecté près de la source massive,

5. Pour comptabiliser les dimensions d'espace-temps, il est usuel de séparer la dimension temporelle des dimensions d'espace.

mais diminué aux échelles cosmologiques, ce qui peut se traduire par une force répulsive comme dans le modèle de la constante cosmologique.

Cependant, donner une masse au graviton s'accompagne de nombreux problèmes théoriques. Pour un graviton non massif, on n'a que 2 degrés de liberté. En effet, il est représenté par un tenseur symétrique (donc 10 degrés de liberté), mais 4 sont fixés par l'identité de Bianchi $G^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$, et 4 autres sont fixés par la transformation générale des coordonnées (1 par coordonnée). Le graviton $h_{\mu\nu}$ est un boson de spin $s = 2$, qui possède donc a priori $2s + 1 = 5$ degrés de liberté. Ces 5 degrés de liberté peuvent être décomposés en deux polarisations tensorielles, deux vectorielles, et une polarisation longitudinale scalaire. Le Lagrangien pour un graviton $h_{\mu\nu}$ peut être calculé comme la perturbation du Lagrangien d'Einstein-Hilbert 1.31 : $g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$. Pour rendre le graviton $h_{\mu\nu}$ massif, on rajoute un terme de masse à l'action obtenue et on obtient :

$$\mathcal{S}_{\text{PF}} = \frac{M_P^2}{2} \int d^4x \left[-\frac{1}{2} \partial_\lambda h_{\mu\nu} \partial^\lambda h^{\mu\nu} + \partial_\mu h_{\nu\lambda} \partial^\nu h^{\mu\lambda} - \partial_\mu h^{\mu\nu} \partial_\nu h^\lambda_\lambda + \frac{1}{2} \partial_\mu h^\lambda_\lambda \partial^\mu h^\lambda_\lambda - \frac{1}{2} m^2 (h_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - h^2) + \frac{1}{M_P^2} h_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \right], \quad (2.37)$$

avec $h = h^\mu_\mu$. C'est l'action de Pauli-Fierz [29], définie dans un espace-temps canonique $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$. L'équation du mouvement associé à $h_{\mu\nu}$ est alors :

$$\mathcal{E}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} m^2 (h_{\mu\nu} - h \eta_{\mu\nu}) + \frac{1}{M_P^2} h_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \quad (2.38)$$

$$\mathcal{E}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \partial_\nu h - \frac{1}{2} \square h_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\rho \partial_\nu h^\rho_\mu - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} (\partial^\rho \partial^\sigma h_{\rho\sigma} - \square h). \quad (2.39)$$

$\mathcal{E}_{\mu\nu}$ est simplement la linéarisation autour de $\eta_{\mu\nu}$ du tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$. Écrit ainsi, l'action 2.37 ne contient pas de problèmes théoriques liés aux fantômes (aucun des 5 degrés de liberté n'a une énergie négative).

Le choix du terme de masse a cependant été déterminant. En effet, ce dernier brise l'invariance par transformation générale des coordonnées : 4 équations de contraintes sont alors perdues, ce qui nous conduit a priori à 6 degrés de libertés. Si on arrêta le raisonnement ici, on aurait donc les cinq degrés de libertés attendus du graviton massif, plus un sixième non physique : un fantôme. Grâce à l'identité de Bianchi $\partial_\mu G^{\mu\nu} = 0$ et à la conservation de l'énergie $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$, la dérivée de l'équation du mouvement du graviton 2.38 se réduit à :

$$\partial^\mu \left[m^2 (h_{\mu\nu} - h \eta_{\mu\nu}) \right] = 0 \Leftrightarrow \partial^\mu h_{\mu\nu} = \partial^\mu h. \quad (2.40)$$

Cette dernière équation donne les 4 équations de contraintes associées à l'identité de Bianchi et déjà comptabilisées. Cependant, si on dérive l'équation 2.40 et que l'on l'injecte dans la trace de l'équation du mouvement 2.38, alors on obtient une cinquième équation indépendante [30] :

$$h = -\frac{2}{3} \frac{T^\mu_\mu}{m^2 M_P^2} \quad (2.41)$$

qui fixe la trace de $h_{\mu\nu}$. On obtient donc cinq degrés de liberté comme attendu pour une particule de spin 2. Notons que si le terme de masse a une forme différente de celle introduite par Fierz-Pauli, alors dans l'équation 2.40 on n'a plus la miraculeuse combinaison des termes conduisant à la cinquième équation de contrainte 2.41. Nous y reviendrons plus loin.

L'action de Fierz-Pauli 2.37 contient cependant une discontinuité dite de van Dam-Veltman-Zakharov (vDVZ) [31, 32], à cause de l'existence d'un couplage entre la matière

et le champ scalaire lié à la polarisation longitudinale du graviton massif. Ce dernier est apparu dans le développement du Lagrangien de la matière $L_m(g_{\mu\nu}, \psi)$. Si on s'intéresse au couplage gravitationnel qu'induit le graviton massif entre deux sources ponctuelles de masses M_1 et M_2 , alors les règles de Feynman de la théorie quantique des champs nous disent que l'amplitude de probabilité associée à cette interaction vaut [6] :

$$A_{(m)} = -\frac{4\pi}{k^2 + m^2} \left(\frac{4}{3} G_N \right) M_1 M_2, \quad (2.42)$$

alors que le même calcul pour un graviton non massif donne :

$$A_{(0)} = -\frac{4\pi}{k^2} G_N M_1 M_2. \quad (2.43)$$

On voit donc que cette théorie de la gravité massive est en désaccord avec la Relativité Générale car elle mène à une force gravitationnelle de couplage $4/3G_N$ dans la limite $m \rightarrow 0$, au lieu de G_N . Une autre façon de considérer le problème est d'écrire les propagateurs associés aux gravitons massifs et non massifs, et de voir que dans la limite $m \rightarrow 0$ le premier ne correspond pas au second. La raison profonde de cette discontinuité entre les deux théories est que le degré de liberté du graviton massif correspondant à sa polarisation longitudinale, modélisable par un champ scalaire ϕ , ne disparaît pas dans la limite $m \rightarrow 0$, et donne une contribution supplémentaire à l'interaction gravitationnelle du type ϕT^μ_μ .

Pour échapper à la discontinuité vDVZ, on peut imaginer modifier le terme de masse de Pauli-Fierz de la façon suivante :

$$\mathcal{S}'_{\text{PF}} \supset \frac{M_P^2}{2} \int d^4x \left[-\frac{1}{2} m^2 (a h_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - h^2) + \frac{1}{M_P^2} h_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \right], \quad (2.44)$$

avec a une constante à choisir. Pour $a = 1$ on retrouve l'action 2.37 affectée par la discontinuité vDVZ. Pour $a \neq 1$ on peut imaginer s'en affranchir, mais dans ce cas l'équation 2.41 n'est plus valable. Un sixième degré de liberté apparaît sous la forme d'un fantôme d'Ostrogradski, ce qui rend la théorie tout autant non viable. Une autre solution a été proposée par Vainshtein [22], qui démontra que l'ajout de termes non-linéaires à l'action de Fierz-Pauli résout cette discontinuité (c'est la première utilisation de l'effet Vainshtein), mais Boulware et Deser ont montré que l'ajout des termes non-linéaires à l'action aboutit encore à l'apparition d'un fantôme [33].

Entre peste et choléra, la construction de la théorie de la gravité massive a alors marqué une longue pause. Ce n'est qu'en 2011 que les chercheurs Claudia de Rham, Gregory Gabadadze et Andrew Tolley ont repris ces travaux et élaboré une théorie de la gravité massive sans fantôme qui restaure la théorie de la Relativité Générale localement par effet Vainshtein [34, 35]. Le principe de construction est de généraliser le terme de masse de Fierz-Pauli au-delà du second ordre afin de se débarrasser du fantôme d'Ostrogradski. L'invariance sous transformation générale des coordonnées brisée par le terme de masse original est tout d'abord restaurée (voir [36] pour une illustration pédagogique de cette technique). Soit une transformation de coordonnées $x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \partial^\mu \xi$, alors on a pour $g_{\mu\nu}$ et $h_{\mu\nu}$:

$$g_{\mu\nu} \rightarrow g'_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} = g_{\alpha\beta} (\delta_\mu^\alpha + \partial^\alpha \partial_\mu \xi) (\delta_\nu^\beta + \partial^\beta \partial_\nu \xi) \quad (2.45)$$

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} + 2\partial_\mu \partial_\nu \xi + \partial_\mu \partial^\alpha \xi \partial_\nu \partial_\alpha \xi. \quad (2.46)$$

En introduisant un nouveau champ scalaire de transformation de jauge $\pi \rightarrow \pi' = \pi - \xi$ (champ de Stückelberg), on définit un graviton covariant [34, 35] :

$$h_{\mu\nu} \rightarrow H_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} + 2\partial_\mu \partial_\nu \pi - \partial_\mu \partial^\alpha \pi \partial_\nu \partial_\alpha \pi. \quad (2.47)$$

L'action pour la gravité massive devient alors :

$$\mathcal{S}_{\text{dRGT}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M_P^2}{2} R + \frac{1}{8} m^2 M_P^2 \mathcal{U}(H_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}) + \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi) \right]. \quad (2.48)$$

avec \mathcal{U} une fonction à choisir qui rendrait la théorie viable. Une idée simple serait de choisir :

$$\mathcal{U}(H_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}) = (H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} - H^2), \quad (2.49)$$

en s'inspirant du terme de Fierz-Pauli. Cependant ce choix simple conduit aussi à ce que le champ scalaire π se comporte en fantôme. La construction d'une fonction n'introduisant pas de fantôme peut être guidée par la volonté de trouver un effet Vainshtein près des corps massifs. Cette fonction \mathcal{U} existe et constitue le cœur de la découverte des articles [34, 35] :

$$\mathcal{U}(H_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}) = -4(\mathcal{U}_2 + \alpha_3 \mathcal{U}_3 + \alpha_4 \mathcal{U}_4), \quad (2.50)$$

avec $\alpha_{3,4}$ deux paramètres libres et :

$$\mathcal{U}_2 = [\mathcal{K}]^2 - [\mathcal{K}^2] \quad (2.51)$$

$$\mathcal{U}_3 = [\mathcal{K}]^3 - 3[\mathcal{K}][\mathcal{K}^2] + 2[\mathcal{K}^3] \quad (2.52)$$

$$\mathcal{U}_4 = [\mathcal{K}]^4 - 6[\mathcal{K}^2][\mathcal{K}]^2 + 8[\mathcal{K}^3][\mathcal{K}] + 3[\mathcal{K}^2]^2 - 6[\mathcal{K}^4]. \quad (2.53)$$

où $\mathcal{K}_\nu^\mu(g, H) = \delta_\nu^\mu - \sqrt{\delta_\nu^\mu - H_\nu^\mu}$ (les crochets [...] définissant la trace du tenseur).

La confrontation aux données cosmologiques n'a pas encore été réalisée à ce jour, car pour le moment la théorie possède des problèmes d'instabilités dans une métrique FLRW [37, 38]. L'action ainsi construite restaure bien la Relativité Générale aux petites échelles et ne présente aucun problème de fantôme. De plus, dans la limite de découplage $M_P \rightarrow \infty, m \rightarrow 0, T_\mu^\mu/M_P = \text{constante}$ ⁶, le mécanisme de Vainshtein a bien lieu et est conduit par des Lagrangiens qui sont en fait ceux du modèle du Galiléon

2.2 Le modèle du Galiléon

Le modèle du Galiléon est une théorie de gravité modifiée introduisant un nouveau champ scalaire π , restaurant la Relativité Générale près des objets massifs grâce à un mécanisme de Vainshtein et permettant d'expliquer l'accélération de l'expansion de l'Univers. C'est cette modélisation alternative de l'énergie noire qui nous intéressera dans cette thèse.

2.2.1 Principe de construction

2.2.1.1 Construction originale

Le modèle original du Galiléon a été proposé en 2009 par Alberto Nicolis, Riccardo Rattazzi et Enrico Trincherini [39]. C'est donc un modèle récent, qui s'appuie sur les succès et déboires des précédents modèles. En particulier, les auteurs s'appuient sur le point fort du modèle DGP introduit précédemment : une théorie qui réduite à 4D décrit localement un mécanisme de Vainshtein sans introduire de fantôme. Il se trouve que la solution de DGP près des corps massifs est invariante sous une transformation dite galiléenne, et que

6. Cette limite est appelée limite de découplage, car on s'intéresse au découplage des degrés de liberté de la gravité massive lorsque l'on se place dans un environnement gravitationnel fort, donc près d'un objet massif.

les équations qui la régissent sont du second ordre. L'idée des auteurs est donc de rechercher une théorie à champ scalaire π dont les Lagrangiens et les équations du mouvement sont au plus du second ordre et invariants sous une transformation galiléenne :

$$\pi \rightarrow \pi + c + b_\mu x^\mu, \quad (2.54)$$

où c est une constante et b_μ un vecteur. Ceci implique que l'équation du mouvement du champ π est une fonction de ses dérivées secondes uniquement pour être invariante sous la transformation galiléenne :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_\pi}{\partial \pi} = F(\partial_\mu \partial_\nu \pi) = 0. \quad (2.55)$$

Le champ π est naturellement appelé Galiléon. La transformation $\pi \rightarrow \pi + c$ fait du Galiléon un boson de Goldstone, car il est possible de translater la valeur du champ à souhait sans coût en énergie. Le terme $b_\mu x^\mu$ permet que le gradient du champ soit aussi invariant par translation d'une constante $\partial_\mu \pi \rightarrow \partial_\mu \pi + b_\mu$, qui rappelle la translation galiléenne classique $\dot{x} \rightarrow \dot{x} + v$.

Sous ces conditions, le Lagrangien possible pour la théorie réserve une bonne surprise : dans un espace-temps à quatre dimensions, seuls cinq termes sont possibles dans le Lagrangien.

Le plus simple est le terme dit de tadpole⁷ $\mathcal{L}_1 = \pi$. Ce dernier est bien invariant par transformation galiléenne à une dérivée totale près ($\delta \mathcal{L}_1 = c + b_\mu x^\mu = \partial_\nu (b_\mu x^\mu x^\nu / 5 + c x^\nu / 4)$) qui s'élimine donc dans l'action. L'équation du mouvement associée étant une constante, elle aussi est bien invariante.

Le second terme est le terme cinétique généralement associé à une théorie à champ scalaire $\mathcal{L}_2 = -\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi / 2$, dont la variation par translation galiléenne donne la encore une dérivée totale ($\delta \mathcal{L}_2 = -b_\mu \partial^\mu \pi$). L'équation du mouvement correspondante est $\partial_\mu \partial^\mu \pi = \square \pi$, trivialement une fonction de $\partial_\mu \partial_\nu \pi$ invariante par translation galiléenne.

Il existe trois autres termes moins évidents détaillés plus bas. Le Lagrangien associé au Galiléon s'écrit finalement :

$$\mathcal{L}_\pi = \sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{M^{3(i-2)}} \mathcal{L}_i, \quad (2.56)$$

avec c_i des coefficients constants arbitraires sans dimension (π a alors la dimension d'une énergie), $M^3 = M_P H_0^2$ (M a la dimension d'une masse), et les \mathcal{L}_i sont :

$$\mathcal{L}_1 = \pi \quad (2.57)$$

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi \quad (2.58)$$

$$\mathcal{L}_3 = -\frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi \square \pi \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = -\frac{1}{4} \Big[& (\square \pi)^2 (\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi) - 2 (\square \pi) (\partial_\mu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \pi) \\ & - (\partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi) (\partial_\rho \pi \partial^\rho \pi) + 2 (\partial_\mu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \partial_\rho \partial_\nu \pi \partial^\rho \pi) \Big] \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_5 = -\frac{1}{5} \Big[& (\square \pi)^3 (\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi) - 3 (\square \pi)^2 (\partial_\mu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \pi) - 3 (\square \pi) (\partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi) (\partial_\rho \pi \partial^\rho \pi) \\ & + 6 (\square \pi) (\partial_\mu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \partial_\rho \partial_\nu \pi \partial^\rho \pi) + 2 (\partial_\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \partial^\rho \pi \partial_\rho \partial^\mu \pi) (\partial_\lambda \pi \partial^\lambda \pi) \\ & + 3 (\partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi) (\partial_\rho \pi \partial^\lambda \partial^\rho \pi \partial_\lambda \pi) - 6 (\partial_\mu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \partial_\rho \partial_\nu \pi \partial^\lambda \partial^\rho \pi \partial_\lambda \pi) \Big] \end{aligned} \quad (2.61)$$

7. Traduit par têtard en français... on gardera donc la dénomination anglaise de tadpole.

L'équation du mouvement associée est :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_\pi}{\partial \pi} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{M^{3(i-2)}} \mathcal{E}_i = 0 \quad (2.62)$$

avec $\mathcal{E}_i = \delta \mathcal{L}_i / \delta \pi$:

$$\mathcal{E}_1 = 1 \quad (2.63)$$

$$\mathcal{E}_2 = \square \pi \quad (2.64)$$

$$\mathcal{E}_3 = (\square \pi)^2 - \partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi \quad (2.65)$$

$$\mathcal{E}_4 = (\square \pi)^3 - 3 \square \pi \partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi + 2 \partial_\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \partial^\rho \pi \partial_\rho \partial^\mu \pi \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_5 = & (\square \pi)^4 - 6 (\square \pi)^2 \partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi + 8 \square \pi \partial_\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \partial^\rho \pi \partial_\rho \partial^\mu \pi \\ & + 3 (\partial_\mu \partial_\nu \pi \partial^\mu \partial^\nu \pi)^2 - 6 \partial_\mu \partial^\nu \pi \partial_\nu \partial^\rho \pi \partial_\rho \partial^\sigma \pi \partial_\sigma \partial^\mu \pi \end{aligned} \quad (2.67)$$

Les \mathcal{E}_i sont bien des fonctions de $\partial_\mu \partial_\nu \pi$, donc invariantes sous transformation galiléenne.

2.2.1.2 Atouts théoriques

La théorie du Galiléon introduit une cinquième force dans le paysage des interactions fondamentales. En effet, on peut proposer explicitement un couplage entre la matière et le Galiléon du type $c_0 \pi T^\mu_\mu$, ou bien faire apparaître un couplage induit par les variations temporelles du champ [40]. Par le couplage induit, cette cinquième force est donc inévitable dans la théorie dans une métrique avec une évolution temporelle comme FLRW. Or elle doit être en accord avec les mesures locales de la gravitation [41]. Comme le modèle DGP, la cinquième force introduite par le Galiléon a la remarquable propriété d'être négligeable face à la force gravitationnelle classique près des objets massifs grâce à un mécanisme de Vainshtein, que nous détaillerons section 2.2.2.

De plus, on peut montrer que ce modèle ne possède aucun problème de fantômes, ni d'instabilités pour certaines plages de valeurs des paramètres c_i , dans une métrique de Minkowski près des corps massifs [39] ou bien dans une métrique FLRW avec des perturbations [42]. Nous reviendrons sur ces propriétés dans la section 2.3.3. Néanmoins, il présente des problèmes de superluminalité : certaines perturbations du champ scalaire peuvent se propager plus vite que la vitesse de la lumière [39].

L'avantage de la théorie du Galiléon sur les théories $f(R)$ réside dans son principe de construction. La théorie est entièrement fondée sur le respect d'une symétrie, comme en physique des particules, et introduit de manière naturelle uniquement cinq paramètres c_i inconnus. Il n'y a aucune fonction f à choisir (arbitrairement, mais devant éviter les problèmes de fantômes, d'instabilités et restaurer la Relativité Générale aux petites échelles), aucune liberté. Cependant, on peut critiquer le pourquoi de cette symétrie galiléenne. C'est pourquoi après cette construction originale ont été élaborées des constructions alternatives plus générales rendant la théorie du Galiléon encore plus fondamentale.

Dans la suite, le tadpole sera omis ($c_1 = 0$) car celui-ci conduit à ajouter une simple constante cosmologique aux équations de Friedmann [43, page 154]. Or on ne s'intéresse qu'aux modèles Galiléon donnant une véritable alternative à une constante cosmologique.

2.2.2 L'effet Vainshtein

2.2.2.1 Couplages à la matière

Deux couplages entre le champ π et la matière peuvent être rajoutés explicitement à l'action du Galiléon 2.111 :

- un couplage conforme $c_0 \pi T^\mu_\mu / M_P$,
- un couplage disformel $c_G \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi T^{\mu\nu} / M_P M^3$,

avec c_0 et c_G deux paramètres constants libres, et toujours $M^3 = M_P H_0^2$ (ce choix permet d'avoir des paramètres c_0 et c_G sans unités). Ces couplages sont rajoutés à la main dans la construction originale, mais peuvent aussi naturellement apparaître dans les constructions alternatives du Galiléon. Ils sont parfaitement licites car ils n'amènent pas de problèmes de fantômes.

Une façon de voir comment ils peuvent apparaître dans la théorie est illustrée dans la référence [44] à travers les transformations possibles de la métrique. Par exemple, comme introduit section 2.1.2.2 à propos des théories de gravité $f(R)$, l'étude des transformations conformes peut permettre de faire apparaître de manière explicite un couplage entre la matière et le champ scalaire. Or, d'après Bekenstein [45], la métrique la plus générale que l'on peut construire avec un champ scalaire et une métrique $g_{\mu\nu}$, qui respecte la causalité et le principe d'Équivalence, s'écrit :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = A(\pi, X) g_{\mu\nu} + B(\pi, X) \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi. \quad (2.68)$$

où X est le terme cinétique canonique pour un champ scalaire $X = (\partial\pi)^2$, A et B sont des fonctions du champ π et de son terme cinétique X [44]. La première fonction correspond à une transformation conforme de la métrique, la seconde à une transformation dite disformelle⁸.

Le cas $A = A(\pi) = e^{\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi}{M_P}}$ et $B = 0$ a déjà été présenté dans les théories $f(R)$. Le développement du Lagrangien conformellement transformé de la matière donne alors lieu à un couplage conforme explicite entre la matière et le champ scalaire de la forme $\propto \pi T^\mu_\mu$. De la même manière, le cas $A = 0$ et $B = 1$ donne lieu à un couplage du type disformel de la forme $\propto \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi T^{\mu\nu}$.

Originellement, comme le couplage conforme était présent dans le modèle DGP, il a été rajouté à la main à la théorie du Galiléon par ses auteurs car celle-ci était vue comme une généralisation du modèle DGP. L'enjeu était de voir si la théorie du Galiléon donnait bien lieu à un effet Vainshtein en cas de couplage entre la matière et le champ scalaire. Il a été mesuré qu'un tel couplage explicite doit être localement très faible pour respecter les mesures de \dot{G}_N par la Lunar Laser Ranging [46] : $c_0 < 10^{-2}$ [47]. Cependant, un couplage conforme peut aussi être induit par les variations temporelles de π . La référence [40] montre que si on décompose le champ π en sa solution cosmologique π_c et sa solution autour d'un objet sphérique massif, alors un couplage de la forme $c'_0 \propto \dot{\pi}_c^2$ apparaît. Ce couplage est démontré être d'ordre 1, donc dominant par rapport au couplage original c_0 d'ordre $< 10^{-2}$.

Le couplage disformel apparaît dans les théories Galiléon lorsque ces dernières sont construites à partir de dimensions supplémentaires, ou de la gravité massive. Aucune limite sur ce couplage n'a encore été proposée dans le cadre spécifique d'une théorie Galiléon, mais seulement dans d'autres contextes [44, 48].

Ces deux couplages sont donc naturels à étudier dans le cadre du modèle Galiléon. Mais pour que ceux-ci soient licites à étudier, la force qu'ils introduisent entre la matière et le champ π ne doit pas être en contradiction avec les tests locaux de la gravitation.

8. Bekenstein [45] introduit la dénomination *disformelle*, par opposition à la transformation *conforme* qui conserve les angles. Pour une transformation disformelle, l'allongement des distances le long de la direction $\partial_\mu \pi$ a lieu avec un facteur différent par rapport aux autres directions de l'espace-temps. L'espace-temps est alors déformé, distordu.

2.2.2.2 Écrantage de la cinquième force

Pour étudier l'effet Vainshtein, on se place dans un espace plat statique, contenant un objet ponctuel de masse M_* (typiquement une étoile ou une planète), en $r = 0$. On part de l'action du Galiléon munie de ses couplages à la matière :

$$\mathcal{S}_{\text{Gal}} = \int d^4x \left(\mathcal{L}_\pi - \frac{c_0}{M_P} \pi T^\mu_\mu - \frac{c_G}{M_P M^3} \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi T^{\mu\nu} \right), \quad (2.69)$$

d'équation du mouvement :

$$\sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{M^{3(i-2)}} \mathcal{E}_i = \frac{c_0}{M_P} T^\mu_\mu - \frac{2c_G}{M_P M^3} \partial_\mu (\partial_\nu \pi T^{\mu\nu}). \quad (2.70)$$

avec c_0 la constante de couplage explicite ou induite.

Un objet statique, sphérique et non relativiste n'exerce aucune pression et son tenseur énergie-impulsion prend donc la forme $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\rho(r), 0, 0, 0)$. Si on recherche une solution statique et sphérique, on a $\pi = \pi(r)$ et le couplage disformel ne donne alors aucune contribution à l'équation du mouvement car $\forall \mu, \nu, \partial_\nu \pi T^{\mu\nu} = 0$ [44]. Le couplage disformel n'induit donc aucune force entre les objets non relativistes et un champ statique. Seul le couplage conforme contribue :

$$\sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{M^{3(i-2)}} \mathcal{E}_i = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^3 \left[c_2 \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right) + 2 \frac{c_3}{M^3} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^2 + 2 \frac{c_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 \right] = c_0 \frac{M_*}{M_P} \delta(r), \quad (2.71)$$

avec $\rho(r) = M_* \delta(r)$ pour un objet sphérique ponctuel. On remarque que \mathcal{E}_5 ne contribue pas à l'équation du mouvement à symétrie sphérique. Une fois intégrée par rapport à r , l'équation du mouvement s'écrit :

$$c_2 \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right) + 2 \frac{c_3}{M^3} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^2 + 2 \frac{c_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = c_0 \frac{M_*}{M_P} \frac{1}{4\pi r^3}. \quad (2.72)$$

La force par unité de masse qu'exerce le Galiléon sur une particule ponctuelle est $F_\pi = M_P^{-1} d\pi/dr$ [49], tandis que la force newtonienne par unité de masse s'écrit $F_N = 1/(8\pi M_P^2 r^2)$. A grande distance de l'objet ($r \rightarrow \infty$), le terme en c_2 domine et on a :

$$c_2 \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right) = c_0 \frac{M_*}{M_P} \frac{1}{4\pi r^3} \Rightarrow F_\pi = \frac{1}{M_P} \frac{d\pi}{dr} = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{c_0}{c_2} \frac{M_*}{M_P^2} \Rightarrow \frac{F_\pi}{F_N} = \frac{2c_0}{c_2}. \quad (2.73)$$

La force engendrée par le Galiléon est donc du même ordre de grandeur que la force newtonienne à grande distance de l'objet si les coefficients c_i sont d'ordre 1.

Regardons maintenant l'intensité de cette cinquième force près du corps massif. Est-elle bien négligeable devant la force newtonienne ? Près de l'objet considéré ($r \rightarrow 0$), les termes non-linéaires dominent et en particulier le terme en c_4 . On a :

$$2 \frac{c_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = c_0 \frac{M_*}{M_P} \frac{1}{4\pi r^3} \Rightarrow F_\pi = \frac{1}{M_P} \frac{d\pi}{dr} = \left(\frac{c_0}{c_4} \frac{M_* M^6}{8\pi M_P^4} \right)^{1/3} \quad (2.74)$$

$$\Rightarrow \frac{F_\pi}{F_N} = \left(\frac{c_0}{c_4} \frac{64\pi^2 M_P^2 M^6}{M_*^2} \right)^{1/3} r^2. \quad (2.75)$$

Le rapport F_π/F_N tend vers 0 en $r \rightarrow 0$ donc la force introduite par le Galiléon devient bien négligeable devant la force newtonienne en $1/r^2$ près du corps massif. Une distance caractéristique apparaît, appelée rayon de Vainshtein r_v :

$$r_v = \left(\frac{c_4}{c_0} \frac{M_*^2}{64\pi^2 M_P^2 M^6} \right)^{1/6}, \quad \frac{F_\pi}{F_N} = \left(\frac{r}{r_v} \right)^2 \quad (2.76)$$

On remarque que la force F_π devient négligeable devant la force newtonienne au voisinage des corps massifs grâce aux couplages du champ avec lui-même (non-linéarités du modèle). En effet, d'après l'équation 2.72 les termes non-linéaires de paramètre c_3 et c_4 donnent lieu à des forces F_π non pas en $1/r^2$ mais en $1/r^m$ avec $m < 2$, lesquelles sont négligeables devant F_N en $r \rightarrow 0$.

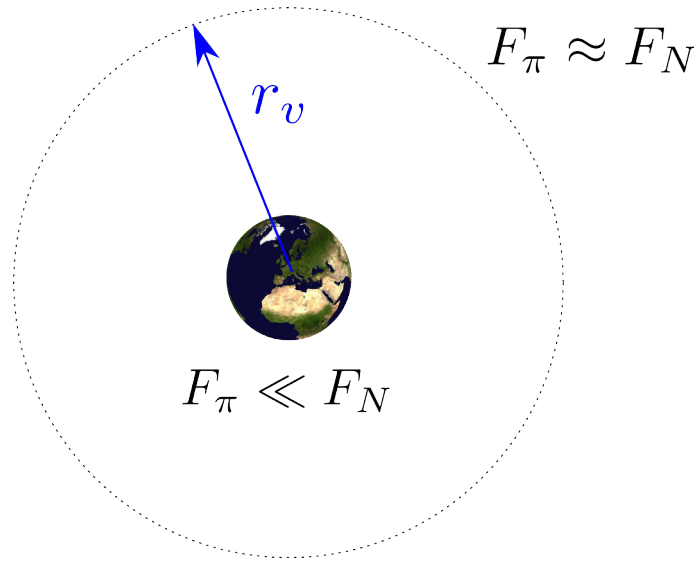


FIGURE 2.4 – Illustration de l'effet Vainshtein introduit par le Galiléon autour de la Terre. La cinquième force introduite par le Galiléon est négligeable au voisinage de la Terre en deçà d'une distance appelée rayon de Vainshtein r_v , grâce aux non-linéarités du modèle.

On remarque que cette distance est croissante avec la masse de l'objet M_* . En deçà du rayon de Vainshtein, la cinquième force est négligeable devant la gravitation classique (voir illustration 2.4), et peut donc passer les tests de la gravitation⁹. Donnons quelques ordres de grandeur¹⁰ du rayon de Vainshtein pour $c_0 = c_4 = 1$:

- Terre : $M_* = 6 \times 10^{24} \text{ kg} = 3 \times 10^{51} \text{ GeV} \Rightarrow r_v \approx 3 \times 10^{32} \text{ GeV}^{-1} = 1 \text{ pc}$
- Soleil : $M_* = 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 1 \times 10^{57} \text{ GeV} \Rightarrow r_v \approx 7 \times 10^{33} \text{ GeV}^{-1} = 50 \text{ pc}$

Dans les deux cas, les rayons de Vainshtein sont bien plus grands que la taille du système solaire, rendant la cinquième force a priori extrêmement faible au voisinage immédiat de nos astres.

Nous n'avons abordé ici que le couplage aux corps non-relativistes, pour lequel le couplage disformel a un impact nul. En revanche, si on s'intéresse aux photons, alors des effets intéressants liés à ce couplage sont prédits. Des expériences de détection de lumière à travers un mur opaque [44] ou bien des mesures de la déviation de la lumière par des corps astrophysiques sont envisageables [51].

9. La référence [50] propose par exemple des contraintes sur les paramètres c_i en utilisant les mesures du Lunar Laser Ranging [41].

10. On rappellera que $H_0 \approx 10^{-33} \text{ eV}$ et $M_P \approx 10^{19} \text{ GeV}$. De plus, on a $1 \text{ kg} = 6 \times 10^{26} \text{ GeV}$ et $1 \text{ GeV}^{-1} = 2 \times 10^{-16} \text{ m}$

2.2.3 Galiléon covariant

2.2.3.1 Action du Galiléon covariant

Dans la construction originale [39], la métrique utilisée est celle de Minkowski. Pour pouvoir décrire la cosmologie du Galiléon dans la métrique FLRW, il faut donc auparavant la rendre covariante, c'est-à-dire invariante par un changement de métrique. Pour cela, il faut remplacer les dérivées partielles originales par les dérivées covariantes définies au chapitre 1. Des termes d'ordre supérieur à deux apparaissent alors dans les équations du mouvement, menant à des problèmes de fantôme [52]. Cependant, les auteurs Cédric Deffayet, Gilles Esposito-Farèse et Alexander Vikman ont montré que ces termes d'ordre supérieur à deux peuvent être éliminés de façon unique par un couplage entre le Galiléon et la métrique. Détaillons ce processus.

D'abord, vérifions que par la seule introduction de la dérivée covariante dans les Lagrangiens originaux \mathcal{L}_{1-3} , les nouveaux Lagrangiens covariants $\mathcal{L}_{1-3}^{(C)}$ donnent bien des équations du mouvement du second degré :

$$\mathcal{L}_1^{(C)} = \pi \quad (2.77)$$

$$\mathcal{L}_2^{(C)} = -\frac{1}{2}(\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \quad (2.78)$$

$$\mathcal{L}_3^{(C)} = -\frac{1}{2}(\Box \pi)(\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \quad (2.79)$$

Le Lagrangien $\mathcal{L}_1^{(C)}$ étant trivial, passons à $\mathcal{L}_2^{(C)}$:

$$\begin{aligned} -2\delta\mathcal{L}_2^{(C)} &= (\nabla_\mu \delta\pi)(\nabla^\mu \pi) + (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \delta\pi) \\ &= -\delta\pi \nabla_\mu \nabla^\mu \pi - \delta\pi \nabla^\mu \nabla_\mu \pi \quad \text{par intégration par partie} \\ &= -2\delta\pi \Box \pi \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_2^{(C)} = \Box \pi = \mathcal{E}_2 \quad (2.81)$$

Le Lagrangien rendu covariant $\mathcal{L}_2^{(C)}$ donne bien encore une équation du second ordre. Passons à $\mathcal{L}_3^{(C)}$:

$$\begin{aligned} -2\delta\mathcal{L}_3^{(C)} &= (\Box \delta\pi)(\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) + 2(\Box \pi)(\nabla_\mu \delta\pi)(\nabla^\mu \pi) \\ &= \delta\pi \Box (\nabla_\mu \pi \nabla^\mu \pi) - 2\delta\pi \nabla_\mu (\Box \pi \nabla^\mu \pi) \quad (\text{par intégration par partie}) \\ &= -2\delta\pi \left[-\nabla^\nu \nabla_\nu \nabla_\mu \pi \nabla^\mu \pi - (\nabla_\nu \nabla_\mu \pi)(\nabla^\nu \nabla^\mu \pi) + \nabla_\mu \nabla^\nu \nabla_\nu \pi \nabla^\mu \pi + (\Box \pi)^2 \right] \\ &= -2\delta\pi \left[(\Box \pi)^2 - (\nabla_\nu \nabla_\mu \pi)(\nabla^\nu \nabla^\mu \pi) + \nabla^\mu \pi (\nabla_\mu \nabla^\nu \nabla_\nu \pi - \nabla^\nu \nabla_\nu \nabla_\mu \pi) \right]. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Il convient ici d'introduire les règles de permutation des dérivées covariantes [53] :

$$\nabla_\mu \nabla^\nu \nabla_\nu \pi - \nabla^\nu \nabla_\nu \nabla_\mu \pi = R^{\mu\nu} \nabla_\nu \pi. \quad (2.83)$$

On obtient donc bien une équation du mouvement du second ordre non trivialement issue de \mathcal{E}_3 :

$$-2\delta\mathcal{L}_3^{(C)} = -2\delta\pi \left[(\Box \pi)^2 - (\nabla_\nu \nabla_\mu \pi)(\nabla^\nu \nabla^\mu \pi) + \nabla^\mu \pi R^{\mu\nu} \nabla_\nu \pi \right] \quad (2.84)$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_3^{(C)} = (\Box \pi)^2 - \nabla_\mu \nabla_\nu \pi \nabla^\mu \nabla^\nu \pi + \nabla_\mu \pi R^{\mu\nu} \nabla_\nu \pi \neq \mathcal{E}_3. \quad (2.85)$$

Pour $\mathcal{L}_{4,5}$, le seul remplacement des dérivées partielles par des dérivées covariantes ne suffit pas à maintenir les équations du mouvement du second ordre. Voyons ce que donne

l'équation du mouvement pour $\mathcal{L}_4^{(C)}$ lorsque l'on y introduit les dérivées covariantes et après permutation des dérivées :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_4^{(C)} &= (\Box\pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) - 2 (\Box\pi) (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu}) \\ &\quad - (\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu}) (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) + 2 (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho})\end{aligned}\quad (2.86)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_4^{(C)} &= -\pi_{;\mu} \pi^{;\mu} R_{;\nu} \pi^{;\nu} + 10 R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} \Box\pi - 4 (\Box\pi)^3 \\ &\quad - 2 R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} \pi_{;\rho} \pi^{;\rho} + 2 \pi^{;\mu} \pi^{;\nu} R_{\mu\nu;\rho} \pi^{;\rho} - 8 R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho} \\ &\quad - 8 \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi_{;\mu}^{;\rho} + 12 (\Box\pi) \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\nu\rho} - 8 R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\mu} \pi_{;\rho} \pi_{;\nu\eta}.\end{aligned}\quad (2.87)$$

Des dérivées troisièmes de la métrique apparaissent à travers les dérivées du tenseur de Ricci $R_{\mu\nu;\rho}$. Ces dérivées peuvent être annulées par l'ajout au Lagrangien de termes couplant le Galiléon à la métrique de façon non minimale :

$$\mathcal{L}_{4,1}^{(C)} = (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) (\pi_{;\nu} \pi^{;\nu}) R \quad (2.88)$$

$$\mathcal{L}_{4,2}^{(C)} = (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) (\pi_{;\nu} R^{\mu\nu} \pi_{;\mu}) \quad (2.89)$$

Ce sont les seuls termes possibles impliquant quatre dérivées de π et le tenseur de Ricci. Il existe une unique façon de combiner $\mathcal{L}_{4,1}^{(C)}$ et $\mathcal{L}_{4,2}^{(C)}$ à $\mathcal{L}_4^{(C)}$ de façon à obtenir une équation du mouvement $\mathcal{E}_4^{(C)'} du second ordre :$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_4^{(C)'} &= \mathcal{L}_4^{(C)} + \mathcal{L}_{4,2}^{(C)} - \frac{1}{2} \mathcal{L}_{4,1}^{(C)} \\ &= (\Box\pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) - 2 (\Box\pi) (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu}) - (\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu}) (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \\ &\quad + 2 (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho}) + \pi_{;\mu} G^{\mu\nu} \pi_{;\nu}\end{aligned}\quad (2.90)$$

avec le tenseur d'Einstein $G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - Rg^{\mu\nu}/2$ et :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_4^{(C)'} &= 2R\pi_{;\mu} \pi^{;\mu} (\Box\pi) + 4R\pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu} + 8R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} (\Box\pi) \\ &\quad - 4 (\Box\pi)^3 - 4R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} \pi_{;\rho} \pi^{;\rho} - 16R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho} \\ &\quad - 8 \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi_{;\mu}^{;\rho} + 12 (\Box\pi) \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\nu\rho} - 8 R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\mu} \pi_{;\rho} \pi_{;\nu\eta}.\end{aligned}\quad (2.91)$$

On remarque que $\mathcal{E}_4^{(C)'} = \mathcal{E}_4$ si $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ car alors les tenseurs de Ricci $R^{\mu\nu}$ s'annulent. Par intégration par partie et annulation des dérivées totales (voir encadré), on obtient finalement le Lagrangien covariant :

$$\mathcal{L}_4^{(C)'} = (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[2 (\Box\pi)^2 - 2 \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} - \frac{1}{2} R (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) \right]. \quad (2.92)$$

Le même raisonnement, plus fastidieux, peut être conduit pour $\mathcal{L}_5^{(C)'}$ [52]. On obtient alors :

$$\mathcal{L}_5^{(C)'} = (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[(\Box\pi)^3 - 3 (\Box\pi) \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} + 2 \pi_{;\mu}^{;\nu} \pi_{;\nu}^{;\rho} \pi_{;\rho}^{;\mu} - 6 \pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi^{;\rho} G_{\nu\rho} \right] \quad (2.93)$$

Remarquons que maintenant les Lagrangiens mêlent des dérivées du champ π , et des quantités liées à la géométrie de l'espace temps telles que R et $G^{\mu\nu}$. Ce couplage entre le champ Galiléon et la gravitation en fait explicitement une théorie de la gravitation modifiée. En rajoutant les termes aux Lagrangiens qui permettent de les rendre covariants tout en préservant des équations du second ordre, on remarque que l'on a perdu la symétrie galiléenne qui servait à la construction originale des Lagrangiens. Les équations du

mouvement ne contiennent plus seulement des dérivées secondes du champ, mais aussi des dérivées premières (voir l'expression de $\mathcal{E}_4^{(C)'}$ équation 2.91). Une théorie générale covariante impliquant un champ scalaire et des Lagrangiens donnant des équations du second ordre dans des espace-temps de dimension quelconque a par la suite été proposée par les mêmes auteurs [54]. De plus, d'autres constructions des Lagrangiens du Galiléon covariant ont été découvertes dans différents contextes plus généraux (voir ci-après). La symétrie galiléenne imposée n'est donc pas un ingrédient essentiel pour les théories Galiléon, mais a été la première façon de la découvrir.

Dérivées totales

Un Lagrangien peut être construit en invoquant certaines symétries ou autres conditions, comme ce fut le cas pour le Galiléon [39]. Cependant, il ne faut pas oublier ensuite qu'il est incorporé dans une action, ce qui donne le droit à diverses simplifications telles que les intégrations par partie et l'annulation des dérivées totales (en supposant que les quantités s'annulent à l'infini).

Par exemple, concernant $\mathcal{L}_4^{(C)'}$ on a la relation suivante :

$$\begin{aligned} \text{DTot} &= (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) (\Box \pi)^2 + 2(\Box \pi) \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu} - 2\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho} \\ &\quad - (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\nu\rho} - \pi_{;\mu} R^{\mu\nu} \pi_{;\nu} (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \\ &= \frac{1}{3} \nabla^\mu [(\pi_{;\nu} \pi^{;\nu}) \pi_{;\mu} (\Box \pi) + 2(\Box \pi) \pi_{;\mu} \pi^{;\nu} \pi_{;\nu} - 2\pi_{;\mu} \pi^{;\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho} - (\pi_{;\nu} \pi^{;\nu}) \pi_{;\mu\rho} \pi^{;\rho}]. \end{aligned} \quad (2.94)$$

La première ligne de cette équation a été mise sous la forme de la dérivée d'une quantité (dite dérivée totale) dans la seconde ligne. Cette dernière s'annule dans l'action une fois la dérivée intégrée puisque l'on suppose la quantité dérivée nulle à l'infini :

$$\int d^4x \sqrt{-g} \text{DTot} = [\dots]_{-\infty}^{+\infty} = 0. \quad (2.95)$$

Ceci permet de simplifier l'écriture du Lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Gal},4} &= \int d^4x \sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_4^{(C)} + \mathcal{L}_{4,2}^{(C)} - \frac{1}{2} \mathcal{L}_{4,1}^{(C)} \right) \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \left((\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[2(\Box \pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} - \frac{1}{2} R(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) \right] + \text{DTot} \right) \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \left((\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[2(\Box \pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} - \frac{1}{2} R(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) \right] \right) \end{aligned} \quad (2.96)$$

Il s'agit maintenant d'écrire l'action du Galiléon covariant. Je vais dans cette thèse utiliser l'action proposée par [42] :

$$\mathcal{S}_{\text{Gal}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{M_P^2 R}{2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{M^{3(i-2)}} \mathcal{L}_i - \frac{c_0}{M_P} \pi T^\mu_\mu - \frac{c_G}{M_P M^3} \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi T^{\mu\nu} - \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \quad (2.97)$$

avec les Lagrangiens covariants :

$$\mathcal{L}_1 = \pi \quad (2.98)$$

$$\mathcal{L}_2 = \pi_{;\mu} \pi^{;\mu} \quad (2.99)$$

$$\mathcal{L}_3 = (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu})(\square\pi) \quad (2.100)$$

$$\mathcal{L}_4 = (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[2(\square\pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} - \frac{1}{2}R(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) \right] \quad (2.101)$$

$$\mathcal{L}_5 = (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \left[(\square\pi)^3 - 3(\square\pi)\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu}^{\nu} \pi_{;\nu}^{\rho} \pi_{;\rho}^{\mu} - 6\pi_{;\mu} \pi^{;\mu\nu} \pi^{;\rho} G_{\nu\rho} \right] \quad (2.102)$$

2.2.3.2 Constructions alternatives

Gravité massive Les Lagrangiens covariants \mathcal{L}_i du Galiléon peuvent être retrouvés dans le cas de la théorie de la gravité massive dRGT [34, 35]. Ils émergent naturellement dans la limite de découplage, et contrôlent la dynamique du champ π introduit section 2.1.2.5. Ils font bénéficier la théorie de la gravité massive de leurs bonnes propriétés théoriques. Cependant, la symétrie Galiléenne n'est alors plus une symétrie imposée à la construction du modèle, mais un fait que l'on constate en écrivant les équations du mouvement de la théorie dans une certaine limite. Le Galiléon gagne alors une signification physique car il est lié à la polarisation longitudinale du graviton massif.

Dimensions supplémentaires La théorie du Galiléon peut être construite à partir de considérations sur l'existence de dimensions supplémentaires. Un premier lien intéressant à noter est que le Galiléon cubique ($c_4 = c_5 = 0$) correspond au modèle DGP, théorie construite par l'introduction d'une cinquième dimension spatiale, plate et de taille infinie.

Les théories Galiléon branaires se placent dans le même contexte que DGP. Notre Univers est une brane de dimension 3+1 plongée dans un espace-temps plus grand de dimension 4+1. La matière reste confinée dans la brane, et cette dernière est libre de fluctuer dans l'espace à 5 dimensions. D'après [55], l'action la plus générale possible à 4 dimensions pour décrire le comportement de notre brane et de ce qu'elle contient avec des équations du mouvement du second ordre est constituée des invariants de Lovelock à 4D et des termes de surface associés aux invariants de Lovelock à 5D. Ces termes ont été introduits par Gibbons, Hawking, York et Myers [56, 57, 58] pour s'assurer que l'action est bien définie à la frontière de la brane¹¹ [60].

Le champ du Galiléon π peut alors être introduit comme étant la position de notre brane le long de la cinquième dimension, et les Lagrangiens construits à partir des invariants de Lovelock et les termes de surface associés, dans la limite dite non-relativiste où $(\partial\pi)^2 \ll 1$. Dans un espace de Minkowski, la symétrie Galiléenne apparaît alors comme une symétrie résiduelle après le passage à la limite non-relativiste de l'invariance relativiste de Lorentz associée à la position de la brane (tout comme l'invariance galiléenne est une approximation de l'invariance relativiste aux faibles vitesses). Là aussi, le champ π gagne une signification physique.

Une autre construction plus générale est possible [61], utilisant tous les invariants de Lovelock à N dimensions, ou bien les brisures de symétries d'espace-temps engendrées par

11. Si on considère que notre brane est plongée dans un univers de plus grande dimension, alors celle-ci a une frontière qui doit être définie, tout comme une feuille de papier 2D délimite une frontière dans un espace 3D le long de la troisième dimension. L'espace 3D est alors séparé en deux parties : l'espace au-dessus et l'espace en dessous de la feuille. Une illustration intéressante sur l'apparition des termes de bord dans l'action est proposée par [59].

la présence de la brane [62]. Une autre encore propose l'introduction de plusieurs Galiléons associés au nombre de dimensions supplémentaires [60, 63] (théories multi-Galiléons).

Théories de Horndeski L'élaboration de la théorie du Galiléon a été l'occasion de redécouvrir les théories de Horndeski [64]. L'action de Horndeski regroupe les Lagrangiens covariants les plus généraux couplant un champ scalaire et une métrique et donnant des équations du mouvement du second ordre. Les Lagrangiens de Horndeski s'écrivent :

$$\mathcal{L}_H = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^5 \mathcal{L}_i^{(H)} \quad (2.103)$$

$$\mathcal{L}_2^{(H)} = G_2(\pi, X) \quad (2.104)$$

$$\mathcal{L}_3^{(H)} = G_3(\pi, X)(\square\pi) \quad (2.105)$$

$$\mathcal{L}_4^{(H)} = G_4(\pi, X)R - G_{4,X}(\pi, X) \left[2(\square\pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} \right] \quad (2.106)$$

$$\mathcal{L}_5^{(H)} = G_5(\pi, X)G_{\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} + \frac{1}{6}G_{5,X}(\pi, X) \left[(\square\pi)^3 - 3(\square\pi)\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu}^{\nu}\pi_{;\nu}^{\rho}\pi_{;\rho}^{\mu} \right], \quad (2.107)$$

avec $X = \pi_{;\mu}\pi^{;\mu}/2$ le terme cinétique. Les fonctions $G_i(\pi, X)$ sont des fonctions quelconques de π et X , et on note leurs dérivées par $G_{i,X}(\pi, X) = \partial G_i / \partial X$. On retrouve la Relativité Générale simplement avec $G_2 = -\Lambda$ et $G_4 = M_P^2/2$. Il est aussi aisé de vérifier que le modèle du Galiléon covariant est une sous-classe d'une théorie de Horndeski, avec les fonctions [65]¹²

$$G_2 = c_1 M^3 \pi + c_2 X, \quad G_3 = \frac{c_3 X}{M^3}, \quad G_4 = M_P^2 - \frac{c_4}{M^6} X^2, \quad G_5 = \frac{3c_5 X^2}{M^9}. \quad (2.108)$$

Le mécanisme de Vainshtein associé à la théorie générale de Horndeski a été étudié [66]. De plus, il a été montré que cette théorie est de façon remarquable invariante par une transformation disformelle [67] de la forme :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = A(\phi) g_{\mu\nu} + B(\phi) \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi. \quad (2.109)$$

Les Lagrangiens $\mathcal{L}_i^{(H)}$ sont invariants sous cette transformation, à une réécriture des G_i près.

2.3 Un Univers Galiléon en équations

2.3.1 Équations cosmologiques

Pour calculer l'évolution d'un Univers contenant un Galiléon, je m'appuierai largement sur les équations publiées dans [42]. L'action utilisée est celle de l'équation 2.111. Sous cette forme, elle est écrite dans le référentiel d'Einstein, dans lequel l'énergie n'est pas conservée. Il convient donc d'abord de la convertir dans le référentiel de Jordan, par une transformation [42] :

$$g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} + \frac{2c_0 \pi}{M_P} \eta_{\mu\nu} + \frac{2c_G}{M_P M^3} \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi. \quad (2.110)$$

12. Attention, le signe de X est inversé par rapport à la référence [65].

L'action se réécrit alors :

$$\mathcal{S}_{\text{Gal}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\left(1 - 2c_0 \frac{\pi}{M_P} \right) \frac{M_P^2 R}{2} - \frac{c_2}{2} (\partial\pi)^2 - \frac{c_3}{M^3} (\partial\pi)^2 \square\pi - \frac{c_4}{2} \mathcal{L}_4 - \frac{c_5}{2} \mathcal{L}_5 - \frac{M_P}{M^3} c_G G^{\mu\nu} \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi - \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right]. \quad (2.111)$$

2.3.1.1 Equations d'évolution cosmologique

Cette action peut mener aux deux équations d'Einstein et à une équation du mouvement pour π , dans une métrique FLRW. Ce sont des équations différentielles à partir desquelles on peut calculer l'évolution d'un univers avec Galiléon. L'équation du mouvement $\delta\mathcal{S}_{\text{Gal}}/\delta\pi = 0$ s'écrit :

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{M^3 c_2}{2} \square\pi + c_G M_P G^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} + c_3 \left((\square\pi)^2 - \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} - R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} \right) - \frac{M_P M^3 c_0}{2} R \\ & - \frac{c_4}{2M^3} \left[-2(\square\pi)^3 + 6(\square\pi) \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\nu\rho} - 4\pi^{;\mu\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi_{;\mu}^{;\rho} + 2R(\pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu}) - 2(\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} \right. \\ & \quad \left. + R(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu})(\square\pi) + 4(R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu})(\square\pi) - 8R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu\rho} \pi^{;\rho} - 4R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\rho} \pi_{;\nu\eta} \pi_{;\mu}^{;\rho} \right] \\ & - \frac{c_5}{4M^6} \left[-2(\square\pi)^4 + 12(\square\pi)^2 (\pi_{;\rho\eta} \pi^{;\rho\eta}) - 6(\pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu})(\pi_{;\rho\eta} \pi^{;\rho\eta}) - 6R \pi^{;\mu} \pi^{;\nu} \pi_{;\nu\rho} \pi_{;\mu}^{;\rho} \right. \\ & \quad + 12R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\rho} \pi^{;\rho} \pi_{;\nu\eta} \pi^{;\eta} - 12R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} (\pi^{;\rho} \pi_{;\rho\eta} \pi^{;\eta}) + 12R^{\mu\nu} \pi_{;\nu\eta} \pi_{;\mu}^{;\eta} (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho}) \\ & \quad + 12\pi^{;\mu\nu} \pi_{;\mu}^{;\rho} \pi_{;\rho\eta} \pi_{;\nu}^{;\eta} - 16(\square\pi) \pi^{;\nu\rho} \pi_{;\rho\eta} \pi_{;\nu}^{;\eta} - 12R^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho})(\square\pi) \\ & \quad + 6R(\pi^{;\mu} \pi^{;\nu} \pi_{;\mu\nu}) \square\pi + 6R_{\rho\sigma} R^{\mu\rho\nu\eta} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} (\pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma}) + 6R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\mu\rho} \pi_{;\nu\eta} (\pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma}) \\ & \quad + 3R(\square\pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) - 3R(\pi_{;\nu\rho} \pi^{;\nu\rho})(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) - 24R^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi^{;\rho} \pi_{;\nu\rho} (\square\pi) \\ & \quad + 6R^{\nu\rho} R_{\rho\sigma} (\pi^{;\sigma} \pi_{;\nu})(\pi_{;\mu} \pi^{;\mu}) + 24R^{\mu\nu} \pi^{;\rho} \pi_{;\rho\eta} \pi_{;\nu}^{;\eta} \pi_{;\mu} - 3R(\pi_{;\rho} \pi^{;\rho})(\pi_{;\nu} R^{\mu\nu} \pi_{;\mu}) \\ & \quad + 6(\square\pi)^2 (\pi_{;\nu} R^{\mu\nu} \pi_{;\mu}) - 6(\pi_{;\rho\eta} \pi^{;\rho\eta})(\pi_{;\nu} R^{\mu\nu} \pi_{;\mu}) - 24R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\nu\rho} \pi_{;\eta\sigma} \pi^{;\sigma} \pi_{;\mu} \\ & \quad \left. - 12R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\rho} \pi_{;\nu\eta} \pi_{;\mu} (\square\pi) + 12R^{\mu\nu\rho\eta} \pi_{;\eta\sigma} \pi_{;\nu}^{;\sigma} \pi_{;\mu} - 3R^{\lambda\mu\nu\rho} R^{\kappa}_{\mu\nu\rho} \pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma} \pi_{;\lambda} \pi_{;\kappa} \right] \end{aligned} \quad (2.112)$$

et l'équation d'Einstein $\delta\mathcal{S}_{\text{Gal}}/\delta g_{\mu\nu} = 0$:

$$\begin{aligned} \left(1 - 2c_0 \frac{\pi}{M_P} \right) M_P^2 G_{\mu\nu} = & T_{\mu\nu} - 2M_P c_0 (\pi_{;\mu\nu} - g_{\mu\nu} \square\pi) + c_2 T_{\mu\nu}^{(c_2)} \\ & + \frac{c_3}{M^3} T_{\mu\nu}^{(c_3)} + \frac{c_4}{M^6} T_{\mu\nu}^{(c_4)} + \frac{c_5}{M^9} T_{\mu\nu}^{(c_5)} + \frac{M_P}{M^3} c_G T_{\mu\nu}^{(c_G)}, \end{aligned} \quad (2.113)$$

où les $T_{\mu\nu}^{(c_i)}$ sont détaillés dans l'annexe B.

Nous utiliserons la métrique FLRW pour dériver les équations d'évolution cosmologique, en choisissant une géométrie d'espace-temps plate¹³ :

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j. \quad (2.114)$$

Voyons à quoi ressemble alors l'équation d'Einstein (00) :

$$(1 - 2c_0 y) \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + 2c_0 \bar{H}^2 x + \frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5 - 3c_G \bar{H}^4 x^2, \quad (2.115)$$

13. Ceci est justifié car jusqu'à présent les observations montrent que l'Univers est plat. De plus cela simplifie la comparaison du modèle aux données car le paramètre Ω_k^0 est alors connu et non à déterminer.

avec $y = \pi/M_P$, $x = \pi'/M_P$, $\pi' = d\pi/d\ln a$ et $\bar{H} = H/H_0$. Le signe ' dénote une dérivée par rapport à $\ln a$. Les deux autres équations contiennent en plus de ces quantités des dérivées premières de \bar{H} et x . On aboutit donc à un système de trois équations différentielles couplées pour déterminer \bar{H} , x et y .

2.3.1.2 Conditions initiales

Dans cette thèse, nous ne nous intéresserons pas au couplage c_0 pour deux raisons. Tout d'abord il a déjà été argumenté que ce couplage conforme explicite est négligeable devant le couplage induit. De plus, il complique considérablement le système d'équations à résoudre. Si $c_0 \neq 0$, alors le système est d'ordre 2 en π puisque des dérivées premières et secondes sont alors présentes, ce qui est plus difficile à intégrer numériquement et demande de connaître deux conditions initiales pour π . Si $c_0 = 0$, alors y disparaît des équations et le système d'équations devient d'ordre 1 en \bar{H} et x , ce qui ne demande de connaître qu'une condition initiale pour chaque fonction. Dans la suite de cette thèse, nous adopterons $c_0 = 0$.

Les fonctions à déterminer dans le cas $c_0 = 0$ sont donc \bar{H} et x . Les équations nécessaires dans la métrique FLRW sont présentées dans la référence [42], mais avant de les exposer de façon extensive, il convient d'abord de résoudre le problème des conditions initiales pour ce système d'équations. Pour intégrer le système d'équations différentielles formé par les équations d'Einstein et l'équation du mouvement de π , on a besoin d'une seule condition initiale pour x notée $x_0 = x(z=0)$ choisie en $z=0$, car le système est du premier ordre.

Notons qu'avec trois équations pour deux fonctions inconnues, nous pourrions fixer une condition initiale, par exemple x_0 , en utilisant une de ces équations (par exemple l'équation 2.115 en $z=0$ donnerait un polynôme d'ordre 5 à résoudre pour déterminer x_0 , les autres paramètres étant fixés). Cette tentative naïve que j'ai testée en premier lieu pendant plusieurs mois est en réalité vouée à l'échec à cause d'une dégénérescence cachée entre les paramètres c_i et la condition initiale x_0 . Plus de détails sont donnés dans l'annexe A.

Nous n'avons aucune information sur la valeur du champ π ou de ses dérivées aujourd'hui à $z=0$. Heureusement, x_0 peut être absorbé par une redéfinition des c_i comme suit :

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad i = 2 \dots 5 \quad (2.116)$$

$$\bar{c}_G = c_G x_0^2 \quad (2.117)$$

$$\bar{x} = x/x_0 \quad (2.118)$$

$$\bar{H} = H/H_0. \quad (2.119)$$

Grâce à cette paramétrisation que j'ai élaborée, le paramètre x_0 n'est plus à déterminer. Les solutions sont alors indépendantes du choix de x_0 . Les nouveaux paramètres \bar{c}_i restent adimensionnés, et les conditions initiales pour les fonctions à calculer \bar{H} et \bar{x} sont triviales :

$$\bar{x}_0 = 1, \quad \bar{H}_0 = 1. \quad (2.120)$$

Dans le cas $c_0 \neq 0$, la seconde condition initiale serait un paramètre supplémentaire du modèle $r_0 = y_0/\pi'_0$ (au vu de l'équation 2.115) à contraindre par les données cosmologiques, en plus des paramètres c_i , ce qui en terme de calculs dépasse les moyens informatiques disponibles.

2.3.1.3 Équations d'un Univers Galiléon dans la métrique FLRW

Grâce à cette nouvelle paramétrisation, l'équation de Friedmann 2.115 se réécrit simplement :

$$\bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{6}\bar{H}^2\bar{x}^2 - 2\bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x}^3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4\bar{H}^6\bar{x}^4 - 7\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^5 - 3\bar{c}_G\bar{H}^4\bar{x}^2. \quad (2.121)$$

De plus, en écrivant la deuxième équation d'Einstein et l'équation du mouvement de π dans la métrique FLRW, on peut aboutir à un système de deux équations différentielles pour \bar{H} et \bar{x} :

$$\bar{x}' = -\bar{x} + \frac{\alpha\lambda - \sigma\gamma}{\sigma\beta - \alpha\omega} \quad (2.122)$$

$$\bar{H}' = \frac{\omega\gamma - \lambda\beta}{\sigma\beta - \alpha\omega} \quad (2.123)$$

avec

$$\alpha = \frac{\bar{c}_2}{6}\bar{H}\bar{x} - 3\bar{c}_3\bar{H}^3\bar{x}^2 + 15\bar{c}_4\bar{H}^5\bar{x}^3 - \frac{35}{2}\bar{c}_5\bar{H}^7\bar{x}^4 - 3\bar{c}_G\bar{H}^3\bar{x} \quad (2.124)$$

$$\gamma = \frac{\bar{c}_2}{3}\bar{H}^2\bar{x} - \bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x}^2 + \frac{5}{2}\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^4 - 2\bar{c}_G\bar{H}^4\bar{x} \quad (2.125)$$

$$\beta = \frac{\bar{c}_2}{6}\bar{H}^2 - 2\bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x} + 9\bar{c}_4\bar{H}^6\bar{x}^2 - 10\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^3 - \bar{c}_G\bar{H}^4 \quad (2.126)$$

$$\sigma = 2\bar{H} + 2\bar{c}_3\bar{H}^3\bar{x}^3 - 15\bar{c}_4\bar{H}^5\bar{x}^4 + 21\bar{c}_5\bar{H}^7\bar{x}^5 + 6\bar{c}_G\bar{H}^3\bar{x}^2 \quad (2.127)$$

$$\lambda = 3\bar{H}^2 + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{2}\bar{H}^2\bar{x}^2 - 2\bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x}^3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4\bar{H}^6\bar{x}^4 - 9\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^5 - \bar{c}_G\bar{H}^4\bar{x}^2 \quad (2.128)$$

$$\omega = 2\bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x}^2 - 12\bar{c}_4\bar{H}^6\bar{x}^3 + 15\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^4 + 4\bar{c}_G\bar{H}^4\bar{x}. \quad (2.129)$$

Les équations 2.122 et 2.123 ne dépendent que des paramètres \bar{c}_i et de la densité d'énergie de rayonnement Ω_r^0 . Cette dernière, présente dans l'équation 2.128, est calculée en utilisant la formule usuelle $\Omega_r^0 = \Omega_\gamma^0(1 + 0.2271N_{\text{eff}})$ avec $N_{\text{eff}} = 3.046$ le nombre effectif standard d'espèces de neutrinos [68, 69]. La densité d'énergie de photons à $z = 0$ est donnée par $\Omega_\gamma^0 h^2 = 2.469 \times 10^{-5}$ pour $T_{\text{CMB}} = 2.725$ K [70] (voir encadré pour plus de détails). Ainsi, la seule donnée de h pourra permettre par la suite de donner une valeur au paramètre Ω_r^0 . En intégrant les équations 2.122 et 2.123 pour un jeu donné de valeurs de paramètres, on est alors capable de prédire l'évolution d'un univers Galiléon, et de calculer un grand nombre d'observables liées à l'expansion de l'Univers.

L'équation (00) d'Einstein permet de définir une densité d'énergie pour le Galiléon :

$$\frac{\rho_\pi}{H_0^2 M_P^2} = \frac{\bar{c}_2}{2}\bar{H}^2\bar{x}^2 - 6\bar{c}_3\bar{H}^4\bar{x}^3 + \frac{45}{2}\bar{c}_4\bar{H}^6\bar{x}^4 - 21\bar{c}_5\bar{H}^8\bar{x}^5 - 9\bar{c}_G\bar{H}^4\bar{x}^2 > 0. \quad (2.130)$$

De même, avec l'équation (ij) d'Einstein on définit une pression p_π pour le champ scalaire :

$$\begin{aligned} \frac{p_\pi}{H_0^2 M_P^2} = & \frac{\bar{c}_2}{2}\bar{H}^2\bar{x}^2 + 2\bar{c}_3\bar{H}^3\bar{x}^2(\bar{H}\bar{x})' - \bar{c}_4 \left[\frac{9}{2}\bar{H}^6\bar{x}^4 + 12\bar{H}^6\bar{x}^3\bar{x}' + 15\bar{H}^5\bar{x}^4\bar{H}' \right] \\ & + 3\bar{c}_5\bar{H}^7\bar{x}^4 \left(5\bar{H}\bar{x}' + 7\bar{H}'\bar{x} + 2\bar{H}\bar{x} \right) + \bar{c}_G \left(6\bar{H}^3\bar{x}^2\bar{H}' + 4\bar{H}^4\bar{x}\bar{x}' + 3\bar{H}^4\bar{x}^2 \right). \end{aligned} \quad (2.131)$$

En réunissant ρ_π et p_π , on peut construire un paramètre d'équation d'état $w_\pi(z) = p_\pi(z)/\rho_\pi(z)$ pour le "fluide" Galiléon. On définit aussi un paramètre de densité d'énergie pour le Galiléon $\Omega_\pi(z)$ avec $\rho_\pi(z) = \Omega_\pi(z)H_0^2 M_P^2/(3\bar{H}^2(z))$.

Densité d'énergie de rayonnement

La densité d'énergie de radiation contient toutes les espèces relativistes présentes dans l'Univers. Elle contient bien entendu les photons, mais aussi les neutrinos relativistes. Concernant les photons, leur densité d'énergie est déterminée par les formules du rayonnement des corps noirs :

$$\rho_\gamma = \alpha T_{\text{CMB}}^4, \quad \alpha = \frac{\pi^2 k_B^4}{15 \hbar^3 c^3} \quad (2.132)$$

avec $T_{\text{CMB}} = 2.72548 \pm 0.00057 \text{ K}$ [71]. En renormalisant à la densité critique on obtient finalement :

$$\Omega_\gamma^0 h^2 = 2.469 \times 10^{-5} \quad (2.133)$$

La densité d'énergie de neutrinos peut s'estimer en fonction de T_{CMB} :

$$\rho_\nu = \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} N_{\text{eff}} = 0.2271 N_{\text{eff}} \quad (2.134)$$

où N_{eff} donne le nombre effectif de neutrinos dans le plasma. Le facteur $7/8$ provient du comptage de la densité d'énergie pour une statistique de Fermi (les neutrinos étant des fermions), par rapport à la statistique de Bose-Einstein (les photons étant des bosons). Le facteur $4/11$ vient lui de l'écart de température entre les neutrinos et les photons dû à leur découplage précoce dans l'histoire de l'Univers. A cause d'effets subtils comme la prise en compte de la non instantanéité du découplage entre les photons et les neutrinos, et les corrections QED appliquées au plasma de photons-électrons, N_{eff} ne vaut pas 3 exactement mais est estimé précisément à $N_{\text{eff}} = 3.046$ par des simulations [68, 69].

2.3.2 Croissance des structures

Pour tester les prédictions du Galiléon concernant la croissance des structures dans l'Univers, nous avons aussi besoin des équations décrivant l'évolution de perturbations de densité. Les perturbations pour les modes scalaires sont décrites dans la jauge de Newton¹⁴ dans la limite des petites distances¹⁵, avec la métrique perturbée suivante :

$$ds^2 = -(1 + 2\psi)dt^2 + a^2(1 - 2\phi)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (2.135)$$

où ψ et ϕ sont les deux perturbations scalaires invariantes de jauge. Le champ ψ peut être assimilé au potentiel newtonien introduit par les objets massifs perturbant la métrique homogène FLRW.

La linéarisation des équations d'Einstein, de l'équation du mouvement de π et de l'équation d'état de la matière 1.52 permet de calculer l'évolution des perturbations $\delta y =$

14. Dans la métrique FLRW, on appelle jauge de Newton la façon de décrire les perturbations de la métrique par l'équation 2.135. Dans cette métrique, le potentiel gravitationnel de Newton autour d'une perturbation $\delta\rho_m$ de la matière s'écrit aisément par l'équation de Poisson $\nabla^2\psi = 4\pi G_N\delta\rho_m$.

15. On ne considère que des perturbations de taille caractéristique négligeable devant la taille de l'Univers $\approx H_0^{-1}$, pour pouvoir négliger les effets de l'expansion sur celles-ci.

$\delta\pi/M_P$ du champ π et des perturbations de la métrique ψ et ϕ :

$$\frac{1}{2}\kappa_4\bar{\nabla}^2\psi - \kappa_3\bar{\nabla}^2\phi = \kappa_1\bar{\nabla}^2\delta y \quad (2.136)$$

$$\kappa_5\bar{\nabla}^2\delta y - \kappa_4\bar{\nabla}^2\phi = \frac{a^2\rho_m}{H_0^2 M_P^2}\delta_m \quad (2.137)$$

$$\frac{1}{2}\kappa_5\bar{\nabla}^2\psi - \kappa_1\bar{\nabla}^2\phi = \kappa_6\bar{\nabla}^2\delta y \quad (2.138)$$

$$\bar{H}^2\delta_m'' + \bar{H}\bar{H}'\delta_m' + 2\bar{H}^2\delta_m' = \frac{1}{a^2}\bar{\nabla}^2\psi, \quad (2.139)$$

où $\bar{\nabla} = \nabla/H_0$, et $\delta_m = \delta\rho_m/\rho_m$ le paramètre de contraste des densités de matière. Les quantités κ_i sont les mêmes que celles publiées dans [42], mais réécrites avec ma paramétrisation :

$$\begin{aligned} \kappa_1 = & -6\bar{c}_4\bar{H}^3\bar{x}^3 \left(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}' + \frac{\bar{H}\bar{x}}{3} \right) + 2\bar{c}_G(\bar{H}\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}^2\bar{x}' + \bar{H}^2\bar{x}) \\ & + \bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^3(12\bar{H}\bar{x}' + 15\bar{H}'\bar{x} + 3\bar{H}\bar{x}) \end{aligned} \quad (2.140)$$

$$\kappa_3 = -1 - \frac{\bar{c}_4}{2}\bar{H}^4\bar{x}^4 - 3\bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^4(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}') + \bar{c}_G\bar{H}^2\bar{x}^2 \quad (2.141)$$

$$\kappa_4 = -2 + 3\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^4 - 6\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^5 - 2\bar{c}_G\bar{H}^2\bar{x}^2 \quad (2.142)$$

$$\kappa_5 = 2\bar{c}_3\bar{H}^2\bar{x}^2 - 12\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^3 + 15\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^4 + 4\bar{c}_G\bar{H}^2\bar{x} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} \kappa_6 = & \frac{\bar{c}_2}{2} - 2\bar{c}_3(\bar{H}^2\bar{x}' + \bar{H}\bar{H}'\bar{x} + 2\bar{H}^2\bar{x}) + \bar{c}_4(12\bar{H}^4\bar{x}\bar{x}' + 18\bar{H}^3\bar{x}^2\bar{H}' + 13\bar{H}^4\bar{x}^2) \\ & - \bar{c}_5(18\bar{H}^6\bar{x}^2\bar{x}' + 30\bar{H}^5\bar{x}^3\bar{H}' + 12\bar{H}^6\bar{x}^3) - \bar{c}_G(2\bar{H}\bar{H}' + 3\bar{H}^2). \end{aligned} \quad (2.144)$$

Nous nous sommes placés ici dans l'approximation quasi-statique, c'est-à-dire que les variations temporelles des perturbations ont été négligées devant les variations spatiales pour simplifier le système.

Avec les équations 2.136 et 2.139, on peut obtenir une nouvelle équation de Poisson pour le potentiel gravitationnel ψ , munie d'un couplage gravitationnel effectif $G_{\text{eff}}^{(\psi)}$ qui varie dans le temps et dépend des paramètres \bar{c}_i du modèle du Galiléon :

$$\bar{\nabla}^2\psi = \frac{4\pi a^2 G_{\text{eff}}^{(\psi)} \rho_m}{H_0^2} \delta_m \quad (2.145)$$

$$G_{\text{eff}}^{(\psi)} = \frac{4(\kappa_3\kappa_6 - \kappa_1^2)}{\kappa_5(\kappa_4\kappa_1 - \kappa_5\kappa_3) - \kappa_4(\kappa_4\kappa_6 - \kappa_5\kappa_1)} G_N, \quad (2.146)$$

Ces équations peuvent être utilisées pour calculer la croissance des perturbations de matière dans une théorie de gravité modifiée Galiléon (voir section 3.4). Des perturbations tensorielles sont aussi possibles, et seront détaillées section 2.3.3.4.

2.3.3 Contraintes théoriques

Avec autant de paramètres à contraindre dans la théorie ($\Omega_m^0, \Omega_r^0, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4, \bar{c}_5, \bar{c}_G$), il est nécessaire de restreindre l'espace des paramètres à explorer aux seuls jeux de valeurs théoriquement viables, avant de comparer le modèle aux données. Des contraintes théoriques sur les paramètres peuvent être dérivées à partir de plusieurs considérations : l'équation (00) d'Einstein, la positivité de la densité d'énergie, et la stabilité des perturbations scalaires et tensorielles.

2.3.3.1 L'équation d'Einstein (00) et \bar{c}_5

Comme seules l'équation d'Einstein (ij) et l'équation du mouvement de π sont utilisées pour calculer la dynamique d'un univers Galiléon (les équations 2.122 et 2.123), on peut utiliser l'équation d'Einstein (00) pour contraindre un paramètre du modèle en fonction des autres :

$$\bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{6} \bar{H}^2 \bar{x}^2 - 2\bar{c}_3 \bar{H}^4 \bar{x}^3 + \frac{15}{2} \bar{c}_4 \bar{H}^6 \bar{x}^4 - 7\bar{c}_5 \bar{H}^8 \bar{x}^5 - 3\bar{c}_G \bar{H}^4 \bar{x}^2. \quad (2.147)$$

Plus précisément, on utilise cette équation à $z = 0$ pour fixer un des paramètres \bar{c}_i , et à tout décalage spectral z pour vérifier que l'intégration numérique est fiable (voir section 4.1.1.2). On choisit de fixer le paramètre \bar{c}_5 à $z = 0$ par :

$$\bar{c}_5 = \frac{1}{7}(-1 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 + \frac{\bar{c}_2}{6} - 2\bar{c}_3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4 - 3\bar{c}_G). \quad (2.148)$$

J'ai choisi de fixer le paramètre \bar{c}_5 en fonction des autres car en le laissant libre cela introduit des difficultés dans la résolution numérique des équations 2.122 et 2.123. En effet, comme \bar{c}_5 est en facteur des termes les plus non-linéaires, il est préférable que celui-ci soit fixé précisément en fonction des autres pour aider l'algorithme d'intégration des équations différentielles.

Comme Ω_r^0 est fixé par la donnée de h , notre espace des paramètres se réduit à $\Omega_m^0, h, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4$ et \bar{c}_G .

2.3.3.2 Positivé de la densité d'énergie

On impose que la densité d'énergie associée au Galiléon soit positive à tout décalage spectral dans le passé de l'Univers¹⁶ de $z = 0$ à $z = 10^7$. A tout redshift z , on impose donc $\rho_\pi(z) > 0$.

Cette contrainte n'est pas réellement nécessaire pour un modèle à champ scalaire générique. Cependant, elle s'avère a posteriori avoir peu d'impact sur la réduction de l'espace des paramètres, car les autres contraintes sont plus fortes.

2.3.3.3 Perturbations scalaires

Comme argumenté dans [42, 72], les équations de propagation de la perturbation scalaire δy mènent à deux contraintes théoriques, que nous vérifierons encore de $z = 0$ à $z = 10^7$. Elles permettent de s'assurer de la viabilité de l'action linéarisée pour la perturbation :

$$\delta S_s^{(2)} = \frac{1}{2} \int dt d^3x a^3 Q_s \left[-\frac{1}{2} \dot{\delta y}^2 + \frac{c_s^2}{a^2} (\nabla \delta y)^2 \right], \quad (2.149)$$

avec Q_s et c_s^2 explicités ci-après.

1. une condition anti-fantôme, afin de s'assurer que l'équation de propagation de la perturbation δy contient bien un terme cinétique positif dans la convention $(-, +, +, +)$:

$$Q_s = -\kappa_2 - \frac{3}{2} \frac{\kappa_5^2}{\kappa_4} > 0; \quad (2.150)$$

16. L'intégration numérique des équations aura lieu de $z = 0$ à $z = 10^7$, limite que l'on s'est fixé pour obtenir des calculs précis des observables liées au fond diffus cosmologique (voir annexe C).

2. une condition de stabilité de Laplace pour s'assurer que la vitesse du son au carré de l'équation de propagation soit positive :

$$c_s^2 = \frac{4\kappa_1\kappa_4\kappa_5 - 2\kappa_3\kappa_5^2 - 2\kappa_4^2\kappa_6}{\kappa_4(2\kappa_4\kappa_2 + 3\kappa_5^2)} > 0 \quad (2.151)$$

avec

$$\kappa_2 = -\frac{\bar{c}_2}{2} + 6\bar{c}_3\bar{H}^2\bar{x} - 27\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^2 + 30\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^3 + 3\bar{c}_G\bar{H}^2. \quad (2.152)$$

2.3.3.4 Perturbations tensorielles

Nous ajoutons aussi deux contraintes théoriques supplémentaires dérivées dans [9] pour la propagation des perturbations tensorielles. Si on considère une perturbation tensorielle de la métrique $\delta g_{ij} = a^2 h_{ij}$, de trace nulle et de divergence nulle (voir encadré), on peut obtenir deux actions du second ordre identiques décrivant la propagation des deux polarisations possibles h_{\oplus} et h_{\otimes} . Pour h_{\oplus} :

$$\delta S_T^{(2)} = \frac{1}{2} \int dt d^3x a^3 Q_T \left[-\frac{1}{2} \dot{h}_{\oplus}^2 + \frac{c_T^2}{a^2} (\nabla h_{\oplus})^2 \right] \quad (2.153)$$

avec Q_T et c_T définis ci-après. De cette action, on déduit deux conditions sur les paramètres \bar{c}_i qui doivent être satisfaites entre $z = 0$ et $z = 10^7$:

1. une condition anti-fantôme :

$$\frac{Q_T}{M_P^2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \bar{c}_4 \bar{H}^4 \bar{x}^4 + \frac{3}{2} \bar{c}_5 \bar{H}^5 \bar{x}^5 > 0; \quad (2.154)$$

2. une condition de stabilité de Laplace :

$$c_T^2 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \bar{c}_4 \bar{H}^4 \bar{x}^4 + \frac{3}{2} \bar{c}_5 \bar{H}^5 \bar{x}^4 (\bar{H}' \bar{x} + \bar{H} \bar{x}')}{\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \bar{c}_4 \bar{H}^4 \bar{x}^4 + \frac{3}{2} \bar{c}_5 \bar{H}^5 \bar{x}^5} > 0. \quad (2.155)$$

Ces conditions permettent de réduire l'espace des paramètres à explorer de façon significative. Le modèle du Galiléon contient des dégénérescences entre les paramètres \bar{c}_i , comme j'ai pu le constater au début de ma thèse lorsque j'ai réalisé les premiers ajustements entre les données cosmologiques et le modèle Galiléon. Ces contraintes théoriques et la nouvelle paramétrisation en \bar{c}_i permettent de lever ces dégénérescences, qui sinon empêchent de converger vers un modèle unique qui s'ajuste convenablement aux données. Par exemple, l'ajout des contraintes théoriques sur les perturbations tensorielles m'a permis de lever une dégénérescence entre \bar{c}_4 et \bar{c}_5 et de réduire significativement l'espace des paramètres à explorer. Leur impact sera étudié au chapitre 4.

Ondes gravitationnelles

Les perturbations tensorielles de la métrique correspondent à la description des ondes gravitationnelles. Ce sont des oscillations de la courbure de l'espace-temps engendrées par le mouvement des objets matériels. Au niveau quantique, elles correspondraient au graviton non massif, qui possède deux degrés de liberté. Ces derniers correspondent aux deux polarisations possibles pour l'onde (h_{\oplus} et h_{\otimes} , équivalents aux polarisations droite et gauche en optique). En poussant la comparaison avec l'électromagnétisme (photon de masse nulle aussi), on peut rechercher une solution décomposable en ondes planes transverses. Dans ces conditions, la réduction de dix à deux degrés de liberté peut être obtenue dans le choix de jauge divergence-trace nulle, et en imposant que les ondes soient purement spatiales. On a alors les trois conditions :

$$\partial^\mu h_{\mu\nu} = 0, \quad h^\mu_\mu = 0, \quad h_{0i} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (2.156)$$

qui fixent ainsi huit degrés de liberté. Ce choix de jauge a le mérite de faire apparaître explicitement les deux polarisations se propageant alors comme des ondes planes et transverses (illustrées figure 2.5) :

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{\oplus} & h_{\otimes} \\ 0 & 0 & h_{\otimes} & -h_{\oplus} \end{pmatrix}. \quad (2.157)$$

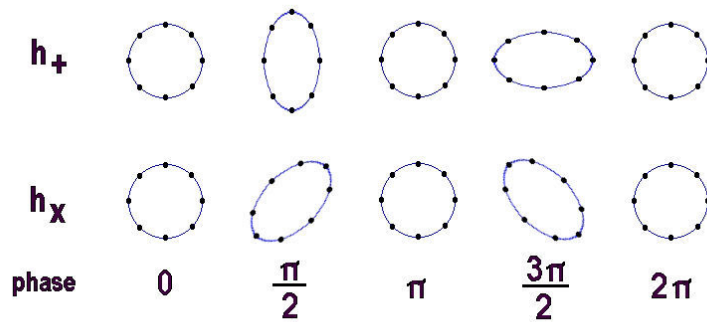


FIGURE 2.5 – Illustration des oscillations des deux polarisations h_{\oplus} et h_{\otimes} d'une onde gravitationnelle sur une période.

Bibliographie

- [1] N. G. Busca, T. Delubac, J. Rich, S. Bailey, *et al.*, *Baryon acoustic oscillations in the Ly α forest of BOSS quasars*, *Astronomy & Astrophysics* **552**, A96 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201220724](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201220724), [arXiv:arXiv:1211.2616v2](https://arxiv.org/abs/1211.2616v2).
- [2] A. Sakharov, *Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation*, *General Relativity and Gravitation* **32**, 365 (2000).

- [3] S. Weinberg, *The cosmological constant problem*, Reviews of Modern Physics **61**, 1 (1989), [doi:10.1103/RevModPhys.61.1](#).
- [4] J. Martin, *Everything You Always Wanted To Know About The Cosmological Constant Problem (But Were Afraid To Ask)*, Comptes Rendus Physique p. 89 (2012), [arXiv:1205.3365](#).
- [5] G. E. VOLOVIK, *VACUUM ENERGY : MYTHS AND REALITY*, International Journal of Modern Physics D **15**, 1987 (2006), [doi:10.1142/S0218271806009431](#), [arXiv:0604062 \[gr-qc\]](#).
- [6] M. Sami et R. Myrzakulov, *Late time cosmic acceleration : ABCD of dark energy and modified theories of gravity*, p. 35 (2013), [arXiv:1309.4188](#).
- [7] S. Tsujikawa, *Modified gravity models of dark energy*, p. 52 (2010), [doi:10.1007/978-3-642-10598-2_3](#), [arXiv:1101.0191](#).
- [8] S. Tsujikawa, *Quintessence : a review*, Classical and Quantum Gravity **30**, 214003 (2013), [doi:10.1088/0264-9381/30/21/214003](#), [arXiv:1304.1961](#).
- [9] A. De Felice et S. Tsujikawa, *$f(R)$ Theories*, Living Reviews in Relativity **13**, 156 (2010), [doi:10.12942/lrr-2010-3](#), [arXiv:1002.4928](#).
- [10] T. Chiba, A. De Felice, et S. Tsujikawa, *Observational constraints on quintessence : Thawing, tracker, and scaling models*, Physical Review D **87**, 083505 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.083505](#).
- [11] K. S. Stelle, *Classical gravity with higher derivatives*, General Relativity and Gravitation **9**, 353 (1978), [doi:10.1007/BF00760427](#).
- [12] M. Ostrogradski, *Mémoire sur les équations différentielles relatives au problème des isopérimètres* (Académie impériale des sciences, St.-Petersbourg, 1848).
- [13] P. Creminelli, A. Nicolis, M. Papucci, et E. Trincherini, *Ghosts in massive gravity*, Journal of High Energy Physics **2005**, 003 (2005), [doi:10.1088/1126-6708/2005/09/003](#), [arXiv:0505147v1 \[arXiv:hep-th\]](#).
- [14] S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, et M. S. Turner, *Is cosmic speed-up due to new gravitational physics ?*, Physical Review D **70**, 043528 (2004), [doi:10.1103/PhysRevD.70.043528](#), [arXiv:0306438 \[astro-ph\]](#).
- [15] C. P. L. Berry et J. R. Gair, *Linearized $f(R)$ gravity : Gravitational radiation and Solar System tests*, Physical Review D **83**, 104022 (2011), [doi:10.1103/PhysRevD.83.104022](#).
- [16] S. Tsujikawa, K. Uddin, S. Mizuno, R. Tavakol, et al., *Constraints on scalar-tensor models of dark energy from observational and local gravity tests*, Phys. Rev. D **77**, 103009 (2008), [doi:10.1103/PhysRevD.77.103009](#), [arXiv:0803.1106 \[astro-ph\]](#).
- [17] E. Kretschmann, *Über den physikalischen sinn der relativitätspostulate, a. einsteins neue und seine ursprüngliche relativitätstheorie*, Ann. Phys. (Leipzig) **53**, 575 (1917), [doi:10.1002/andp.19183581602](#).
- [18] S. Nojiri et S. Odintsov, *Modified Gauss-Bonnet theory as gravitational alternative for dark energy*, Phys. Lett. B **631**, 1 (2005), [doi:10.1016/j.physletb.2005.10.010](#).

- [19] D. Lovelock, *The Einstein Tensor and Its Generalizations*, Journal of Mathematical Physics **12**, 498 (1971), [doi:10.1063/1.1665613](#).
- [20] S. Carroll, A. De Felice, V. Duvvuri, D. Easson, *et al.*, *Cosmology of generalized modified gravity models*, Physical Review D **71**, 063513 (2005), [doi:10.1103/PhysRevD.71.063513](#), [arXiv:0410031 \[astro-ph\]](#).
- [21] G. Dvali, G. Gabadadze, et M. Porrati, *4D gravity on a brane in 5D Minkowski space*, Physics Letters B **485**, 208 (2000), [doi:10.1016/S0370-2693\(00\)00669-9](#), [arXiv:0005016 \[hep-th\]](#).
- [22] A. Vainshtein, *To the problem of nonvanishing gravitation mass*, Physics Letters B **39**, 3 (1972).
- [23] C. Deffayet, G. Dvali, G. Gabadadze, et A. Vainshtein, *Nonperturbative continuity in graviton mass versus perturbative discontinuity*, Physical Review D **65**, 044026 (2002), [doi:10.1103/PhysRevD.65.044026](#), [arXiv:0106001 \[hep-th\]](#).
- [24] C. Deffayet, *Cosmology on a brane in Minkowski bulk*, Physics Letters B **502**, 199 (2001), [doi:10.1016/S0370-2693\(01\)00160-5](#), [arXiv:0010186 \[hep-th\]](#).
- [25] C. Deffayet, G. Dvali, et G. Gabadadze, *Accelerated universe from gravity leaking to extra dimensions*, Physical Review D **65**, 044023 (2002), [doi:10.1103/PhysRevD.65.044023](#), [arXiv:0105068v1 \[arXiv:astro-ph\]](#).
- [26] K. Koyama et R. Maartens, *Structure formation in the Dvali–Gabadadze–Porrati cosmological model*, J. Cosmol. Astropart. Phys. **2006**, 016 (2006), [doi:10.1088/1475-7516/2006/01/016](#), [astro-ph/0511634](#).
- [27] M. A. Luty, M. Porrati, et R. Rattazzi, *Strong interactions and stability in the dgp model*, Journal of High Energy Physics **2003**, 029 (2003).
- [28] W. Fang, S. Wang, W. Hu, Z. Haiman, *et al.*, *Challenges to the DGP model from horizon-scale growth and geometry*, Physical Review D **78**, 103509 (2008), [doi:10.1103/PhysRevD.78.103509](#), [arXiv:0808.2208](#).
- [29] M. Fierz et W. Pauli, *On Relativistic Wave Equations for Particles of Arbitrary Spin in an Electromagnetic Field*, Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences **173**, 211 (1939), [doi:10.1098/rspa.1939.0140](#).
- [30] E. Babichev et C. Deffayet, *An introduction to the Vainshtein mechanism*, p. 28 (2013), [doi:10.1088/0264-9381/30/18/184001](#), [arXiv:1304.7240](#).
- [31] H. van Dam et M. Veltman, *Massive and massless Yang-Mills and gravitational fields*, Nuclear Physics B **22**, 397 (1970), [doi:10.1016/0550-3213\(70\)90416-5](#).
- [32] V. I. Zakharov, *Linearized Gravitation Theory and the Graviton Mass*, ZhETF Pisma Redaktsiiu **12**, 447 (1970).
- [33] D. Boulware et S. Deser, *Inconsistency of finite range gravitation*, Phys.Lett. **B40**, 227 (1972), [doi:10.1016/0370-2693\(72\)90418-2](#).
- [34] C. de Rham et G. Gabadadze, *Generalization of the Fierz-Pauli action*, Physical Review D **82**, 044020 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.044020](#), [arXiv:1007.0443](#).

- [35] C. de Rham, G. Gabadadze, et A. J. Tolley, *Resummation of Massive Gravity*, Physical Review Letters **106**, 231101 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.231101](#), [arXiv:1011.1232](#).
- [36] K. Hinterbichler, *Theoretical aspects of massive gravity*, Reviews of Modern Physics **84**, 671 (2012), [doi:10.1103/RevModPhys.84.671](#), [arXiv:1105.3735](#).
- [37] A. De Felice, A. E. Gümrükçüoğlu, et S. Mukohyama, *Massive Gravity : Nonlinear Instability of a Homogeneous and Isotropic Universe*, Physical Review Letters **109**, 171101 (2012), [doi:10.1103/PhysRevLett.109.171101](#), [arXiv:1206.2080](#).
- [38] A. E. Gümrükçüoğlu, C. Lin, et S. Mukohyama, *Anisotropic Friedmann–Robertson–Walker universe from nonlinear massive gravity*, Physics Letters B **717**, 295 (2012), [doi:10.1016/j.physletb.2012.09.049](#), [arXiv:1206.2723](#).
- [39] A. Nicolis, R. Rattazzi, et E. Trincherini, *Galileon as a local modification of gravity*, Physical Review D **79**, 064036 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.064036](#), [arXiv:0811.2197](#).
- [40] E. Babichev et G. Esposito-Farèse, *Time-dependent spherically symmetric covariant Galileons*, Physical Review D **87**, 044032 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.044032](#), [arXiv:1212.1394](#).
- [41] J. Williams, S. Turyshev, et D. Boggs, *Progress in lunar laser ranging tests of relativistic gravity*, Physical review letters (2004), [arXiv:0411113v2 \[gr-qc\]](#).
- [42] S. Appleby et E. V. Linder, *The paths of gravity in galileon cosmology*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2012**, 043 (2012), [doi:10.1088/1475-7516/2012/03/043](#), [arXiv:1112.1981](#).
- [43] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla, et C. Skordis, *Modified gravity and cosmology*, Physics Reports **513**, 1 (2012), [doi:10.1016/j.physrep.2012.01.001](#), [arXiv:1106.2476](#).
- [44] P. Brax, C. Burrage, et A.-C. Davis, *Shining Light on Modifications of Gravity*, p. 20 (2012), [arXiv:1206.1809](#).
- [45] J. Bekenstein, *Relation between physical and gravitational geometry*, Physical Review D **48**, 3641 (1993), [doi:10.1103/PhysRevD.48.3641](#), [arXiv:9211017 \[gr-qc\]](#).
- [46] J. Müller et L. Biskupek, *Variations of the gravitational constant from lunar laser ranging data*, Classical and Quantum Gravity **24**, 4533 (2007), [doi:10.1088/0264-9381/24/17/017](#).
- [47] E. Babichev, C. Deffayet, et G. Esposito-Farese, *Constraints on Shift-Symmetric Scalar-Tensor Theories with a Vainshtein Mechanism from Bounds on the Time Variation of G* , **3**, 5 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.107.251102](#), [arXiv:1107.1569](#).
- [48] P. Brax, C. Burrage, A.-C. Davis, et G. Gubitosi, *Cosmological tests of the disformal coupling to radiation*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 001 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/11/001](#), [arXiv:1306.4168](#).

- [49] C. Burrage et D. Seery, *Revisiting fifth forces in the Galileon model*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010**, 011 (2010), [doi:10.1088/1475-7516/2010/08/011](#), [arXiv:1005.1927](#).
- [50] P. Brax, C. Burrage, et A.-C. Davis, *Laboratory tests of the Galileon*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2011**, 020 (2011), [doi:10.1088/1475-7516/2011/09/020](#), [arXiv:1106.1573v2](#).
- [51] M. Wyman, *Galilean-Invariant Scalar Fields Can Strengthen Gravitational Lensing*, Physical Review Letters **106**, 201102 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.201102](#), [arXiv:1101.1295](#).
- [52] C. Deffayet, A. Vikman, et G. Esposito-Farese, *Covariant Galileon*, Physical Review D **79**, 084003 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.084003](#), [arXiv:0901.1314](#).
- [53] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology : principles and applications of the general theory of relativity* (1972).
- [54] C. Deffayet, S. Deser, et G. Esposito-Farèse, *Generalized Galileons : All scalar models whose curved background extensions maintain second-order field equations and stress tensors*, Physical Review D **80**, 064015 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.80.064015](#), [arXiv:0906.1967](#).
- [55] C. de Rham et A. J. Tolley, *DBI and the Galileon reunited*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010**, 015 (2010), [doi:10.1088/1475-7516/2010/05/015](#), [arXiv:1003.5917](#).
- [56] G. Gibbons et S. Hawking, *Action integrals and partition functions in quantum gravity*, Physical Review D **15** (1977).
- [57] J. W. York, *Role of Conformal Three-Geometry in the Dynamics of Gravitation* (1972).
- [58] R. Myers, *Higher-derivative gravity, surface terms, and string theory*, Physical Review D **36**, 392 (1987), [doi:10.1103/PhysRevD.36.392](#).
- [59] S. Davis, *Generalized Israel junction conditions for a Gauss-Bonnet brane world*, Physical Review D **67**, 024030 (2003), [doi:10.1103/PhysRevD.67.024030](#), [arXiv:0208205 \[hep-th\]](#).
- [60] K. Hinterbichler, M. Trodden, et D. Wesley, *Multifield Galileons and higher codimension branes*, Physical Review D **82**, 124018 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.124018](#), [arXiv:1008.1305](#).
- [61] K. Van Acoleyen et J. Van Doorselaere, *Galileons from Lovelock actions*, Physics p. 15 (2011), [doi:10.1103/PhysRevD.83.084025](#), [arXiv:1102.0487](#).
- [62] G. Goon, K. Hinterbichler, A. Joyce, et M. Trodden, *Galileons as Wess-Zumino Terms*, Journal of High Energy Physics p. 49 (2012), [doi:10.1007/JHEP06\(2012\)004](#), [arXiv:1203.3191](#).
- [63] G. L. Goon, K. Hinterbichler, A. Joyce, et M. Trodden, *Gauged galileons from branes*, Physics Letters B **714**, 115 (2012), [doi:10.1016/j.physletb.2012.06.065](#), [arXiv:1201.0015](#).

- [64] G. Horndeski, *Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space*, International Journal of Theoretical Physics **10**, 363 (1974), [doi:10.1007/BF01807638](#).
- [65] M. Zumalacárregui, T. S. Koivisto, et D. F. Mota, *DBI Galileons in the Einstein frame : Local gravity and cosmology*, Physical Review D **87**, 083010 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.083010](#), [arXiv:1210.8016](#).
- [66] K. Koyama, G. Niz, et G. Tasinato, *Effective theory for the Vainshtein mechanism from the Horndeski action*, Physical Review D **88**, 021502 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.021502](#), [arXiv:1305.0279](#).
- [67] D. Bettoni et S. Liberati, *Disformal invariance of second order scalar-tensor theories : Framing the Horndeski action*, Physical Review D **88**, 084020 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.084020](#), [arXiv:1306.6724](#).
- [68] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, et M. Peloso, *A precision calculation of the effective number of cosmological neutrinos*, Physics Letters B **534**, 8 (2002), [doi:10.1016/S0370-2693\(02\)01622-2](#), [arXiv:0111408 \[astro-ph\]](#).
- [69] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, T. Pinto, et al., *Relic neutrino decoupling including flavour oscillations*, Nuclear Physics B **729**, 221 (2005), [doi:10.1016/j.nuclphysb.2005.09.041](#), [arXiv:0506164 \[hep-ph\]](#).
- [70] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, et al., *Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS)*, The Astrophysical Journal **512**, 511 (1999), [doi:10.1086/306805](#).
- [71] D. J. Fixsen, *The temperature of the cosmic microwave background*, The Astrophysical Journal **707**, 916 (2009), [doi:10.1088/0004-637X/707/2/916](#), [arXiv:0911.1955](#).
- [72] A. De Felice et S. Tsujikawa, *Generalized Galileon cosmology*, Physical Review D **84**, 124029 (2011), [doi:10.1103/PhysRevD.84.124029](#), [arXiv:1008.4236](#).

Chapitre 3

Les observables cosmologiques

Sommaire

3.1	Supernovæ de type Ia	88
3.1.1	Principe	88
3.1.2	Le Supernova Legacy Survey	93
3.1.3	Mesures	94
3.2	Fond diffus cosmologique	99
3.2.1	Le spectre de puissance angulaire du CMB	99
3.2.2	Contraindre les paramètres cosmologiques	104
3.2.3	Mesures	106
3.3	Oscillations acoustiques de baryons	108
3.3.1	Spectre de puissance de la matière	108
3.3.2	Fonction de corrélation	109
3.3.3	Mesures	109
3.4	Croissance des structures	111
3.4.1	Distorsions dans l'espace des redshifts (RSD)	111
3.4.2	Test d'Alcock-Paczynski	114
3.4.3	Mesures	116
3.5	Résumé	116
	Bibliographie	116

LE modèle du Galiléon est-il en accord avec les données cosmologiques actuelles ? Avant d'exposer les résultats de cette confrontation entre théorie et expérience, je vais décrire dans ce chapitre les données cosmologiques que j'ai utilisées pour contraindre les paramètres du modèle du Galiléon. Le calcul des observables correspondantes dans le modèle sera détaillé au chapitre suivant. Le point crucial pour choisir ces données a été de ne retenir que des mesures indépendantes de la cosmologie, afin qu'elles soient aussi vraies dans le contexte d'un modèle Galiléon que dans celui d'un modèle Λ CDM.

On distingue deux types de mesures cosmologiques : les mesures de distance qui cartographient l'histoire de l'expansion de l'Univers, et les mesures de croissance des structures qui décrivent l'évolution des grandes structures de l'Univers. Les premières sont des données simples qui in fine reviennent à mesurer l'évolution du paramètre de Hubble $H(z)$. Deux méthodes sont utilisées. La première méthode historiquement mise en œuvre utilise des chandelles standard, via des supernovæ de type Ia. Si on sait d'une catégorie d'objets astrophysiques qu'ils ont tous la même luminosité intrinsèque, alors si cet objet apparaît

faible, c'est qu'il est situé loin et on peut en déduire sa distance à partir de sa luminosité apparente. La seconde méthode utilise une règle standard, à comprendre une longueur caractéristique invariante que l'on peut mesurer tout le long de l'histoire de l'Univers. Si cette longueur apparaît plus petite qu'aujourd'hui à un certain redshift z , alors sachant qu'elle n'a pas dû évoluer on peut en connaître sa distance. Cette méthode est utilisée dans les oscillations baryoniques acoustiques et la mesure du spectre de puissance angulaire du fond diffus cosmologique. Le principe de ces deux méthodes est illustré figure 3.1.

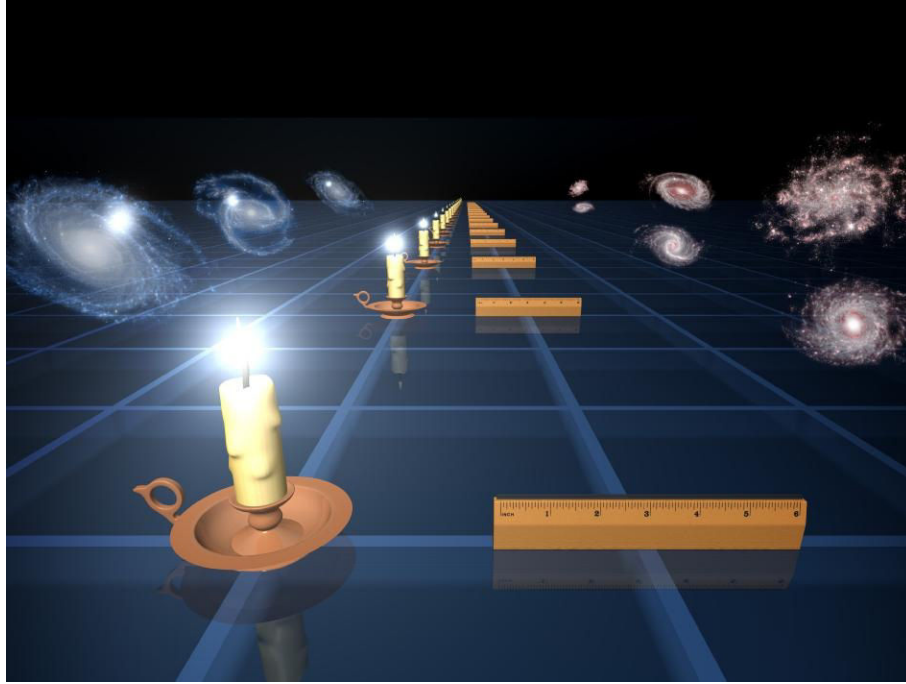


FIGURE 3.1 – Principe de la mesure de l'expansion de l'Univers par l'utilisation de chandelles standard (les supernovæ de type Ia) et d'une règle standard (distance moyenne entre galaxies, issue de la distance moyenne entre sur-densités du fond diffus cosmologique).

3.1 Supernovæ de type Ia

3.1.1 Principe

Les supernovæ de type Ia (SNe Ia) sont les premières sondes cosmologiques qui ont permis de mesurer l'expansion de l'Univers, et découvrir son expansion accélérée [1, 2]. Le principe de la mesure a été résumé en introduction de ce chapitre : s'il existe un objet astrophysique de luminosité intrinsèque reproductible, suffisamment brillant pour être visible sur des distances cosmologiques, alors la mesure du flux lumineux reçu renseigne automatiquement sur sa distance.

3.1.1.1 Les supernovæ

L'objet astrophysique en question est bien entendu la supernova de type Ia. Tout d'abord, les supernovæ sont des événements extrêmement brillants, dont la luminosité égale ou dépasse celle de la galaxie hôte (voir photographie 3.2). Ce sont donc des objets a priori visibles à des distances cosmologiques, cependant ce sont aussi des événements

transitoires : la durée d'une supernova est de quelques dizaines de jours. Pour la capter, il faut donc regarder le ciel au bon endroit au bon moment.



FIGURE 3.2 – La supernova SN 1994D (le point blanc brillant en bas à gauche de l'image), dans la galaxie spirale NGC 4526.

Les supernovæ sont classées en deux types : gravitationnelles ou thermonucléaires. Les premières sont les plus connues : elles correspondent à l'explosion d'une étoile massive (plus de 8 fois la masse du Soleil) en fin de vie, laissant un cœur stellaire dense et froid : une étoile à neutrons, voire un trou noir dans les cas extrêmes. Pour les secondes, les étoiles de masse inférieure à $8 M_{\odot}$, leur vie se termine en naine blanche, le cœur de l'étoile dont l'effondrement est stoppé par la pression de dégénérescence des électrons (et non des neutrons comme dans le premier cas). Le rayon typique d'un tel objet est de 3 km.

D'après une étude du Very Large Telescope, environ 75% des étoiles massives sont des systèmes binaires [3]. Dans certains cas, une naine blanche peut donc être liée gravitationnellement à une autre étoile qui, si elle est suffisamment proche, peut voir ses couches externes aspirées par la gravité de la naine blanche. Lorsque cette dernière accumule trop de matière venant de son voisin et approche la masse de Chandrasekhar¹ ($1.4 M_{\odot}$), elle s'effondre à nouveau ce qui provoque des réactions en chaîne qui conduisent à son explosion. Cette explosion particulière correspond à une supernova de type Ia. "I" car dans leur spectre aucune raie caractéristique de l'atome d'hydrogène n'est visible², et "a" car des raies du silicium ionisé sont visibles (SiII). Ce scénario d'explosion ne reste toutefois qu'une hypothèse dans la mesure où aucune preuve n'existe. D'autres scénarios existent comme la fusion de deux naines blanches [4]. Des exemples de spectres de supernovæ de différents types sont présentés figure 3.3.

Un superbe exemple récent de SNIa est SN2014J, survenue dans une galaxie très proche de nous (M82) et détectée très tôt [6]. Sa détection dans les images optiques et le suivi de son spectre au cours du temps sont présentés figure 3.4. Cette supernova était si brillante qu'elle a pu être observée avec des instruments d'astronomie amateur.

Les supernovæ sont donc des objets astrophysiques dont les spectres et courbes de lumière sont très similaires. Ce sont des candidats idéaux à utiliser comme chandelles standard.

1. Proche de la masse de Chandrasekhar, la pression mécanique exercée par les couches externes sur le cœur dépassent la pression répulsive de dégénérescence électronique.

2. Il n'y a pas d'hydrogène dans une naine blanche, essentiellement du carbone et de l'oxygène.

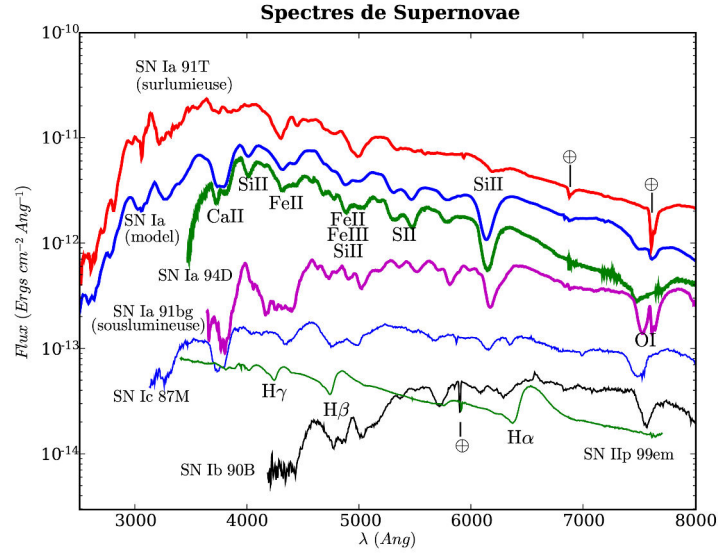


FIGURE 3.3 – Échantillon de spectres de supernovæ au maximum de luminosité, en échelle logarithmique et avec des décalages arbitraires. Les ions formant les principales raies d'absorption sont indiqués, ainsi que les bandes d'absorption atmosphérique (par O_2 et H_2O , marquées \oplus) apparentes [5]. On observe que les supernovæ de type Ia représentées ont des spectres identiques, et différents des spectres des autres supernovæ de type Ic, Ib ou Iip.

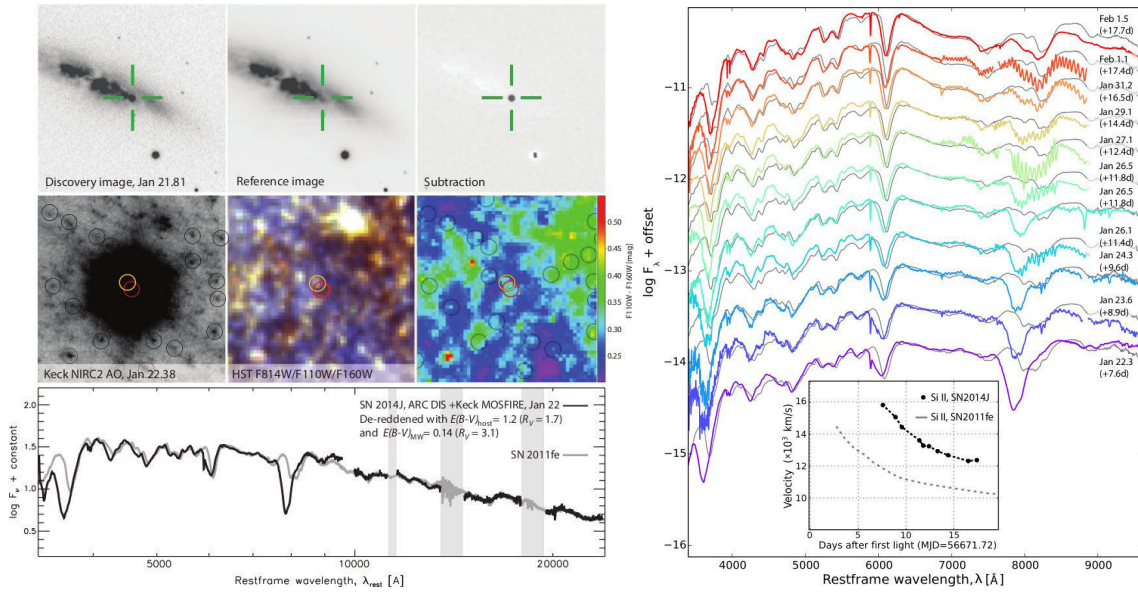


FIGURE 3.4 – Gauche : la détection de SN2014J est présentée en haut à gauche, ainsi que l'image de référence de la galaxie M82 à sa droite. La soustraction des deux images fait clairement apparaître la supernova. En dessous, l'image optique du HST centrée sur la position de l'explosion avant qu'elle n'intervienne. En bas, le spectre de SN2014J mesuré quelques heures après sa détection, comparé à celui de SN2011fe en ligne grisée. Droite : Évolution du spectre de SN2014J au cours du temps, comparé à celui de SN2011fe en ligne grisée.

Les magnitudes et indices de couleur

La magnitude m d'un objet est définie par :

$$m = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_{ref}} \right) = -2.5 \log_{10} \left[L \left(\frac{10}{d_L} \right)^2 \right] + C, \quad (3.1)$$

où F est le flux lumineux mesuré de l'objet et F_{ref} un flux de référence. Plus un objet est lumineux, plus sa magnitude est petite. La magnitude est exprimable en fonction de la luminosité intrinsèque de l'objet L et de sa distance de luminosité d_L (exprimée en parsecs et comparée par convention à une distance de 10 parsecs). Le flux de référence repose sur celui d'une étoile étalon, par exemple l'étoile Véga de la constellation de la Lyre (α Lyr) dont le flux a été mesuré à 555.6 nm à 3.52×10^{-23} W/m²/Hz pour une magnitude de 0.048. Le flux F dépend de nombreux paramètres liés à l'instrument (transmission des optiques, des filtres, intégration sur la bande passante), et à l'environnement (présence de la Lune, halo galactique, environnement en poussières proche de l'objet,...). L'indice de couleur d'une étoile désigne la différence de magnitudes mesurées dans deux bandes spectrales différentes. Par exemple, l'indice $B - V$ est défini par :

$$B - V \equiv m_B - m_V = 2.5 \log_{10} \left(\frac{L_V F_{B,ref}}{L_B F_{V,ref}} \right). \quad (3.2)$$

Les bandes spectrales sont ici décrites dans le système UBVRI :

- U (Ultraviolet) : $\lambda_{eff} = 360$ nm, $\Delta\lambda = 50$ nm ;
- B (Bleu) : $\lambda_{eff} = 430$ nm, $\Delta\lambda = 72$ nm ;
- V (Vert) : $\lambda_{eff} = 550$ nm, $\Delta\lambda = 86$ nm ;
- R (Rouge) : $\lambda_{eff} = 650$ nm, $\Delta\lambda = 133$ nm ;
- I (Infrarouge) : $\lambda_{eff} = 820$ nm, $\Delta\lambda = 140$ nm ;

Dans une expérience donnée, les filtres disposés devant la caméra ont cependant leurs propres bandes passantes (le relevé SNLS utilise par exemple un système u, g, r, i, z). Pour obtenir un indice de couleur, il faut donc connaître la réponse de l'instrument et des filtres, la retirer, et la remplacer par la définition des bandes UBVRI. On peut toutefois aussi définir des indices de couleur directement avec les filtres utilisés.

3.1.1.2 Courbes de lumière

Une supernova de type Ia est un événement transitoire observable 60 jours en moyenne. Le flux lumineux en provenance de la supernova enregistré au cours du temps est appelé courbe de lumière. Plusieurs exemples de courbes de lumière issues de SNe Ia en bande V sont présentés figure 3.5. On remarque que les 29 SNe Ia détectées par le relevé Calán/Tololo [7] ont des courbes de lumière de forme identique, mais une dispersion intrinsèque existe sur la magnitude au maximum, avec une déviation standard de 0.4 mag (pour plus de détails sur les magnitudes et les couleurs, voir encadré). Les SNe Ia ne seraient-elles pas si standard ? Cette dispersion peut être empiriquement corrigée. En effet, on observe que plus la courbe de lumière dure dans le temps, plus elle est brillante à

son maximum (règle du *brighter-slower*). Outre la dispersion représentée, il en existe une autre liée à la couleur $B - V$: les SNIa les plus bleues sont aussi les plus brillantes (règle du *brighter-bluer*). Il y a aussi un effet d'environnement qui lie la brillance de la supernova et les propriétés de l'hôte.

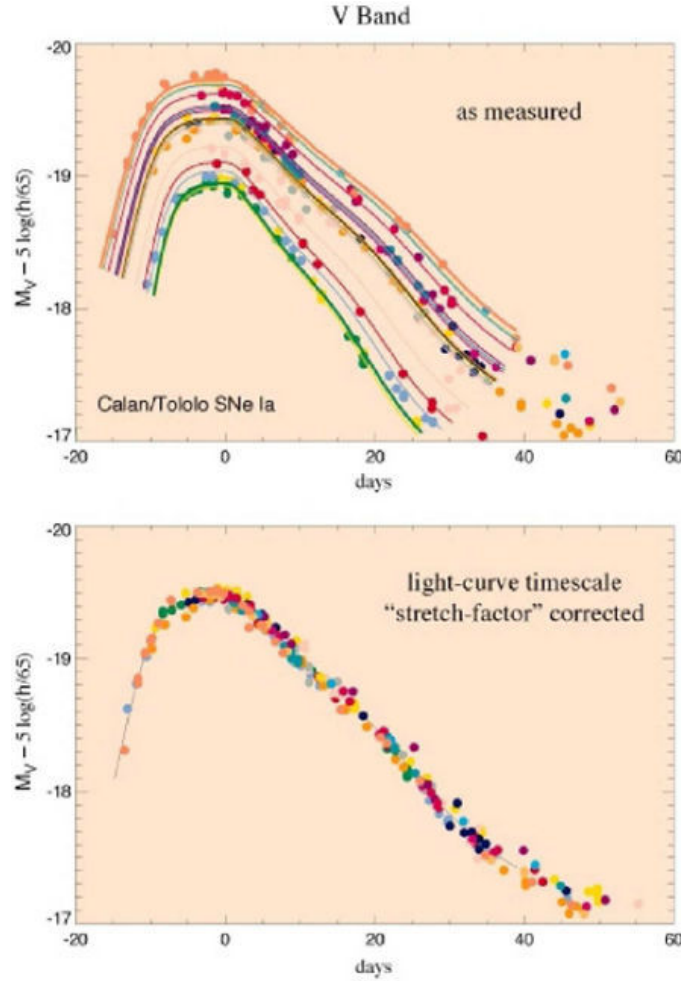


FIGURE 3.5 – Dispersion des 29 courbes de lumière de SNe Ia proches observées en bande V, issus du lot historique utilisé pour la première tentative de standardisation [7]. Il semble qu’il y ait une relation simple entre le maximum de luminosité et la durée de la supernova. Après une correction empirique de cet effet (voir section 3.1.3), la dispersion est beaucoup plus faible (figure du bas).

Le flux de lumière est lié à la production et à la décroissance de nickel ^{56}Ni . Les deux relations présentées ci-dessus peuvent ainsi être expliquées qualitativement : plus la SNIa produit de ^{56}Ni , plus elle sera brillante et contiendra d’émetteurs FeII/CoII (produits de la désintégration de ^{56}Ni , émettant dans le bleu), et plus elle sera opaque (donc l’émission des photons par diffusion sera retardé, donc la SNIa brillera plus longtemps) [8].

Les SNe Ia ne sont donc pas si standard, car leur courbe de lumière dépend de la quantité de ^{56}Ni produit à l’origine. Néanmoins sans corriger cette dispersion intrinsèque les équipes du Supernova Cosmology Project (SCP) mené par Saul Perlmutter et du High-z Supernova Search Team mené par Brian Schmidt ont pu démontrer l’existence d’une expansion accélérée [1, 2]. Cette dispersion est gênante pour améliorer les mesures d’expansion de l’Univers. Néanmoins, elle se décrit qualitativement par les trois règles men-

tionnées plus haut, ce qui permet de la corriger empiriquement par l'ajout de paramètres de nuisance (voir section 3.1.3).

3.1.2 Le Supernova Legacy Survey

3.1.2.1 Les instruments de mesure

Le but du SuperNova Legacy Survey (SNLS) est d'affiner la valeur mesurée des paramètres cosmologiques en fournissant un catalogue étoffé de SNe Ia mesurées le plus précisément possible.

Le relevé des SNe Ia a été effectué entre 2003 et 2008 par le télescope Canada-France-Hawaï (CFHT) situé au sommet du volcan Mauna Kea à Hawaï, où les conditions d'observation sont excellentes. Le télescope possède un miroir de 3.60 m de diamètre, un des plus grands au monde avant l'arrivée des télescopes géants (Keck I et II 10 m, VLT 8 m,...).

Il est équipé à son foyer primaire de la caméra Megacam [9], construite par le CEA/IRFU, la plus grande caméra CCD au monde en 2003 (340 millions de pixel). Le gigantisme de cette caméra a pour but de photographier en une prise le plus grand champ possible (0.96×0.96 degrés carrés), et donc d'augmenter les chances de capter une SNIa. La caméra est refroidie à -120°C pour diminuer le bruit électronique thermique. Elle est équipée de cinq filtres u, g, r, i, z (figure 3.6), très similaires à ceux utilisés par le Sloan Digital Spectroscopic Survey (SDSS). Ce choix permet aujourd'hui de mieux étalonner les flux lumineux reçus, car il existe une zone de recouvrement entre les champs observés par le SDSS et ceux du CFHT.

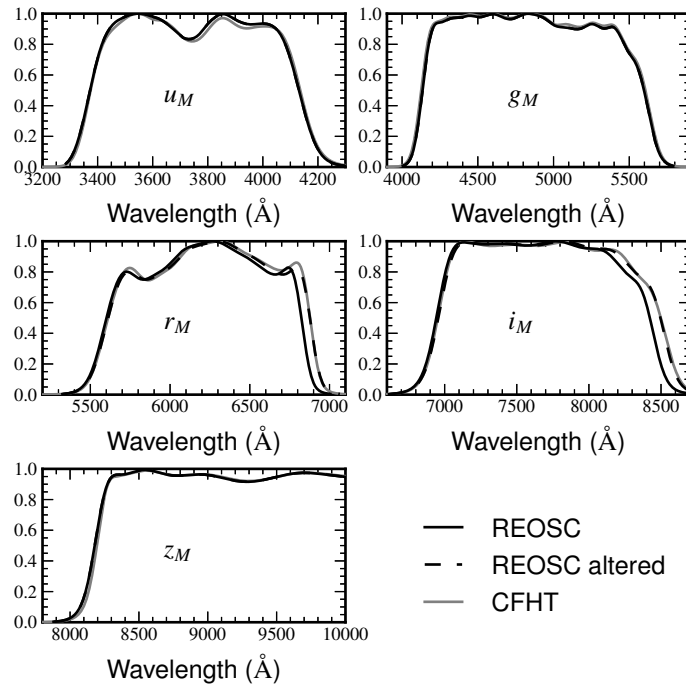


FIGURE 3.6 – Bandes passantes des filtres utilisés avec la caméra Megacam. La mesure dite REOSC a été effectuée en 2002, tandis que les mesures au CFHT ont eu lieu en 2006 : ces dernières mesurent un élargissement des bandes passantes de filtres r et i . Cet élargissement a été confirmé par une mesure récente (REOSC altered, 2008).

3.1.2.2 Stratégie d’observation

Le SNLS couvre quatre champs de 1 deg^2 , répartis de sorte que deux champs soient toujours observables simultanément tout au long de l’année. Les prises de vue ont lieu sur une période de 15 à 18 jours autour de la nouvelle lune afin de s’affranchir au maximum du bruit de fond créé par la lumière lunaire. De 2003 à 2008, dans les périodes d’observation le télescope pointe tous les 3 ou 4 jours le même champ, de façon à détecter tôt l’apparition d’une SNIa et ensuite d’avoir un bon échantillonnage temporel de sa courbe de lumière.

Détecter la SNIa dans la partie montante de sa courbe de lumière permet ensuite aux télescopes partenaires de très grand diamètre d’en effectuer le spectre près du maximum de luminosité (VLT, Gemini Nord, Magellan, Keck I et II). Le spectre permet alors de confirmer s’il s’agit bien d’une SNIa et de mesurer son décalage spectral avec une très grande précision (de 1% à 0.1%). Le SNLS a bénéficié finalement de plus de temps d’observation spectroscopique que photométrique.

La détection des SNe Ia est effectuée par soustraction à une image brute d’une image de référence. L’image de référence est issue d’un alignement et d’une moyenne par médiane³ d’une vingtaine d’images de haute qualité (prises dans les meilleures conditions d’observations). Par soustraction de l’image de référence, l’apparition d’un flux important venant d’un objet ponctuel tel qu’une supernova est détectable (voir figure 3.7).

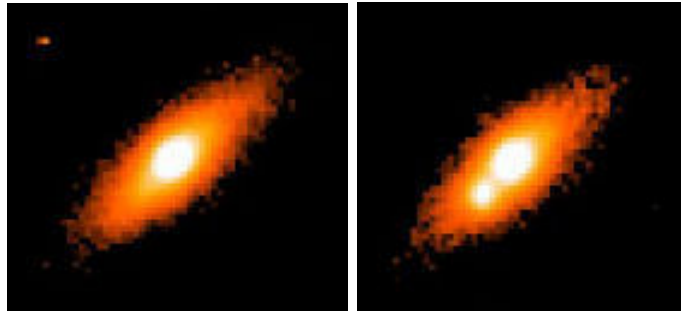


FIGURE 3.7 – Observation d’une supernova de type Ia dans les images brutes du SNLS avant (gauche) et après (droite) explosion.

3.1.3 Mesures

3.1.3.1 Données

Pour chaque supernova détectée, un outil de caractérisation photométrique (SALT2 [10], ou SiFTO [11]) extrait des informations sur les propriétés intrinsèques de la supernova à partir de la courbe de lumière. L’outil est calibré sur un ensemble de centaines de spectres et de courbes de lumières, qui modélise l’évolution du spectre d’une SNIa au cours du temps. À partir de ce modèle et de la donnée du redshift mesuré par spectroscopie (à $< 1\%$ près), le logiciel fournit pour chaque supernova :

- sa magnitude *déredshiftée* (voir ci-après) au maximum de luminosité dans la bande B [12, 13], m_B^* ;
- sa date du maximum de luminosité, t_B ;
- sa couleur c (qui représente la différence entre la couleur $B - V$ et la couleur moyenne $\overline{B - V}$ des SNe Ia) ;

3. La valeur d’un pixel de l’image de référence est la valeur médiane des 20 pixels issus des 20 images de références. Le signal sur bruit augmente alors d’un facteur $\sqrt{20}$ et limite la contamination de l’image de référence par des événements transitoires.

- le facteur d’élargissement temporel ou *stretch* (s pour SiFTO, x_1 pour SALT2 avec $x_1 = 10(s - 1)$).

Les incertitudes et corrélations entre ces paramètres sont aussi fournies.

Revenons sur ce que représente la magnitude *déredshiftée* m_B^* . Deux effets se cumulent dans le spectre d’une supernova suite à son éloignement. L’amplitude du spectre est diminuée par la distance et le spectre est décalé en longueur d’onde (voir figure 3.10 par exemple). Pour être utilisable et tirer partie du fait que les SNe Ia sont des chandelles standard, la magnitude apparente m_B doit être calculée en utilisant des portions identiques des spectres des supernovæ. Or les spectres étant décalés par le redshift, on retire cet effet. On définit alors une magnitude apparente *déredshiftée* m_B^* comme l’intégrale dans la bande B du spectre *déredshiftée*. Il ne subsiste alors que l’effet d’atténuation du spectre. Une autre façon de voir les choses est de s’imaginer que la bande passante du filtre B est décalée vers le rouge comme si nous observions le spectre de la supernova juste à côté d’elle, à " $z = 0$ ", en gardant toutefois la même amplitude de spectre. Les magnitudes m_B^* , alors comparables entre supernovæ car elles viennent d’objets standardisés, sont mesurées sur les mêmes parties des spectres, et seule la distance les différencie par l’atténuation des flux reçus.

Le catalogue fourni par le SNLS regroupe des données venant de quatre sources : SNLS, les supernovæ à bas redshift (Low- z), le Hubble Space Telescope (HST) et le SDSS. Le catalogue de données SNLS 3 ans (SNLS3) fournit 472 SNe Ia précisément identifiées et mesurées (dont 242 venant du SNLS [14]), munies de leur redshift spectroscopique, de leurs incertitudes systématiques et de leurs corrélations [15]. Ce jeu de données sera dénommé SNLS3 dans la suite. Plus récemment, en janvier 2014 SNLS et SDSS ont publié conjointement un nouveau catalogue de 740 SNe Ia, dont les erreurs systématiques ont été réévaluées et réduites par des calibrations croisées entre les deux expériences et une révision de la transmission des filtres (figure 3.6). Ce jeu de données sera dénommé JLA par la suite, pour Joint Light-curve Analysis. La publication des données complètes du SNLS 5 ans est prévue pour 2015.

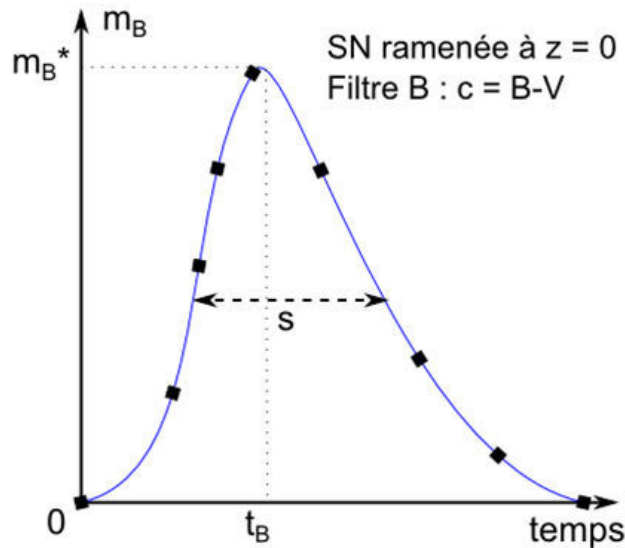


FIGURE 3.8 – Schéma d’une courbe de lumière d’une supernova dans la bande B définissant les paramètres caractéristiques.

3.1.3.2 Diagrammes de Hubble et paramètres de nuisance

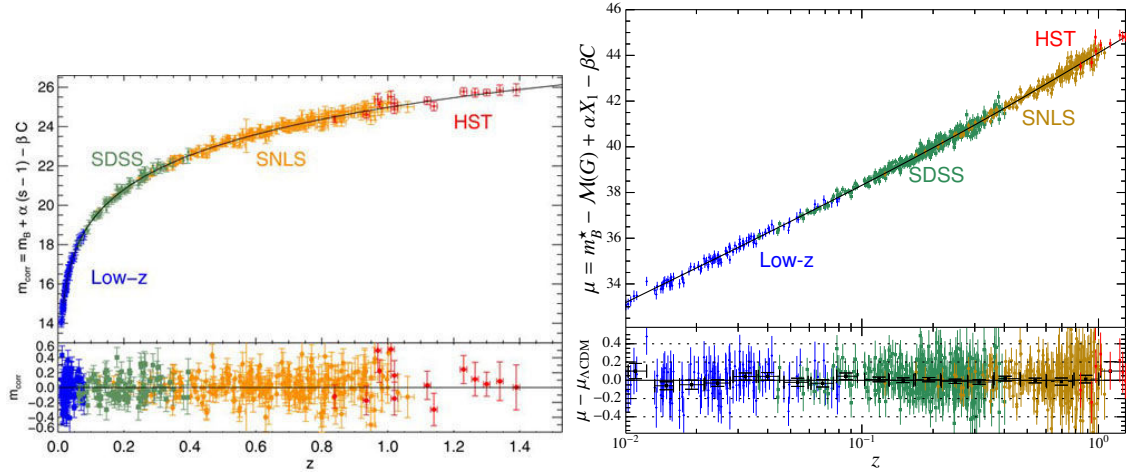


FIGURE 3.9 – Diagrammes de Hubble des supernovæ des catalogues SNLS3 (à gauche, paramétrisation SiFTO) et JLA (à droite, paramétrisation SALT2). Pour les données JLA, une échelle logarithmique est utilisée en z pour montrer l’abondance des mesures rajoutées par le SDSS. La courbe noire représente un modèle Λ CDM ajusté aux données. Un modèle sans énergie noire apparaîtrait significativement en dessous de la courbe décrite par les données (-0.6 mag à $z = 1$).

Le diagramme de Hubble rapporte la magnitude apparente de la supernova en fonction de son redshift. Dans un modèle cosmologique donné, la magnitude m_B^* est reliée à la distance de luminosité par :

$$m_B^*(z) = -2.5 \log_{10} \left[L \left(\frac{10 \text{ pc}}{d_L} \right)^2 \right] + C = 5 \log_{10} \frac{d_L(z)}{10 \text{ pc}} + M_B \quad (3.3)$$

avec M_B la magnitude absolue de la supernova et d_L la distance de luminosité définie section 1.1.2.5. Pour un univers en expansion à vitesse constante, on aurait $H(z) = H_0$ et :

$$m_B^*(z) = 5 \log_{10} \frac{cz(1+z)}{H_0} + M_B \quad (3.4)$$

Or il se trouve que les mesures $m_{B,mes}^*$ sont en moyenne plus grandes que ne le prévoit l’équation 3.4 (donc les luminosités des SNe Ia apparaissent plus faibles). Cela revient à dire que les supernovæ sont plus lointaines que prévu, par conséquent l’expansion de l’Univers ne s’effectue pas à vitesse constante (loi de Hubble) mais s’accélère.

A priori, $m_B^*(z)$ ne dépend que de la distance de la supernova car toutes les supernovæ sont censées être identiques. Or, nous avons vu qu’une dispersion intrinsèque existe parmi les SNe Ia, qu’il convient de corriger. On définit le module de distance μ_B en corrigeant la magnitude mesurée $m_{B,mes}^*$ par une modélisation empirique des deux règles *brighter-slower* et *brighter-bluer* :

$$\mu_B = m_{B,mes}^* - (M_B - \alpha(s-1) + \beta c) \quad (3.5)$$

où α , β et M_B sont des paramètres de nuisance supposés communs à toutes les SNIa. La quantité M_B est la magnitude absolue des supernova, à laquelle on apporte une correction

supplémentaire en fonction de la masse de la galaxie hôte $m_{\text{hôte}}$:

$$M_B = \begin{cases} M_1 & \text{si } m_{\text{hôte}} < 10^{10} M_{\odot} \\ M_2 & \text{si } m_{\text{hôte}} > 10^{10} M_{\odot} \end{cases}. \quad (3.6)$$

En effet, il semble que les galaxies massives contiennent beaucoup plus de métaux et que les supernovæ peuvent y apparaissent plus brillantes que dans les galaxies légères (voir la discussion section 5.5 de la référence [16]). Comme suggéré par la référence [16], on divise les données en deux lots selon la masse de la galaxie hôte. Au final, le tracé des mesures de μ_B pour toutes les SNe Ia détectées en fonction de leur redshift constitue un diagramme de Hubble corrigé des effets mentionnés plus haut (voir figure 3.9).

3.1.3.3 Étalonnages

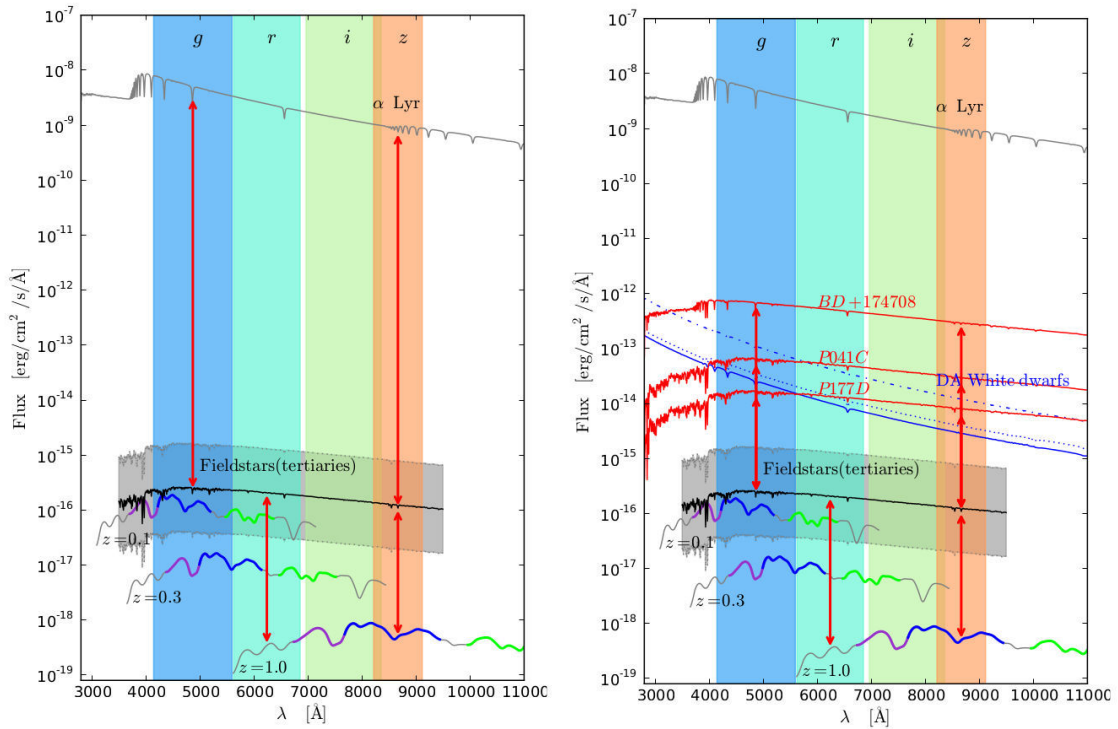


FIGURE 3.10 – Stratégies pour étalonner la mesure du flux lumineux des étoiles tertiaires (les étoiles secondaires ne sont pas représentées). A gauche : la stratégie standard utilisant Véga. A droite, d'autres stratégies utilisant l'étoile BD+174708 observée par le HST et des étoiles du catalogue CALSPEC P041C et P177D. La bande B redshiftée est représentée en bleu sur les spectres des SNe Ia. L'utilisation de naines blanches présentes dans les champs du SNLS serait aussi possible dans les expériences futures [17].

Pour mesurer le flux reçu d'une supernova, il faut le comparer à une étoile de référence. L'étoile Véga a été utilisée au début de la collaboration SNLS bien que celle-ci ne soit pas présente dans les champs observés par le SNLS : l'étalonnage des flux reçus est donc dépendant de données extérieures, obtenues avec un instrument différent. Ce système d'étalonnage est pourtant celui utilisé faute de mieux au début par le SNLS. Des étoiles de référence du catalogue dit de Landolt, étalonnées sur le flux de l'étoile Véga, sont observées par le SNLS dans des champs d'observation d'étalonnage (différents des champs où sont

recherchés les supernovæ). La photométrie est alors étalonnée sur ces références (étoiles dites secondaires, l'étoile Véga étant l'étoile primaire) et propagée aux étoiles présentes dans les champs de science (étoiles tertiaires). Le flux des supernovæ est alors connue par comparaison avec le flux reçu par les étoiles tertiaires présentes dans le champ observé.

Pour réduire les erreurs systématiques liées à l'étalonnage, l'idéal est donc de bénéficier d'étoiles primaires mesurées plus précisément et plus adaptées à nos besoins. En 2008, le catalogue d'étoiles de référence CALSPEC [18] fourni par le HST a été étendu à des étoiles rouges et faibles, plus fiables que l'étoile Véga (l'une est de couleur plus proche de celle des étoiles secondaires utilisées par SNLS, trois autres sont observables directement par SNLS). L'étalonnage sur ces étoiles primaires permet d'établir plus précisément les magnitudes des étoiles tertiaires et la cas échéant de la supernova. De plus, plusieurs champs d'observation du SDSS se recoupent avec ceux du SNLS, ce qui permet aussi un étalonnage croisé entre les étoiles tertiaires des deux expériences. Ce sont donc trois méthodes qui sont disponibles pour étalonner la photométrie de SNLS et SDSS. La combinaison de ces méthodes a permis de réduire les incertitudes systématiques liées à la calibration dans le catalogue JLA [19].

3.1.3.4 Incertitudes systématiques

Le SNLS a été le premier relevé de supernovæ à identifier et à prendre en compte les erreurs systématiques liées à la mesure des supernovæ, corrélations comprises. Aujourd'hui, pour les supernovæ l'erreur statistique sur les paramètres cosmologiques est du même ordre de grandeur que la contribution des incertitudes systématiques (cf [14]). Ces dernières ne sont donc pas à négliger et doivent être traitées correctement.

Comme s et c sont liés à α et β , l'incertitude statistique σ_{SN} sur le module de distance est une fonction de α et β :

$$\sigma_{SN}(\alpha, \beta) = \sigma_{m_B^*}^2 + \alpha^2 \sigma_s^2 + \beta^2 \sigma_c^2 + \sigma_{hôte}^2 + \left(\frac{5(1+z)}{z(1+z/2) \ln 10} \right) \sigma_z^2 + \sigma_{int}^2 = \mathbf{D}_{stat,ii} \quad (3.7)$$

- $\sigma_{m_B^*}$: erreur sur m_B^* (erreur diagonale seulement) ;
- σ_s : erreur sur s ;
- σ_c : erreur sur c ;
- $\sigma_{hôte}$: erreur sur la masse de l'hôte ;
- σ_z : erreur sur z ;
- σ_{int} : terme d'erreur rajouté pour avoir au final $\chi_{min}^2 = 1$ par degré de liberté (obsolète dans le catalogue JLA) ;
- $\mathbf{D}_{stat,ii}$: matrice diagonale des erreurs statistiques.

Les erreurs statistiques, systématiques et leurs corrélations sont regroupées dans la matrice de covariance :

$$\mathbf{C}(\alpha, \beta) = \mathbf{D}_{stat} + \mathbf{C}_{stat}(\alpha, \beta) + \mathbf{C}_{syst} \quad (3.8)$$

La matrice $\mathbf{C}_{stat}(\alpha, \beta)$ regroupe les corrélations entre les incertitudes statistiques des supernova. La matrice \mathbf{C}_{syst} regroupe les incertitudes systématiques liées [15] :

- à l'étalonnage des flux ;
- à l'utilisation des outils de caractérisation photométrique SALT2 et/ou SiFTO ;
- aux vitesses particulières des objets (importants à bas z),
- au biais de Malmquist (seuls les objets les plus brillants sont visibles aux redshifts lointains, ce qui biaise le catalogue) ;
- à la contamination possible du catalogue par des supernovæ de type non Ia ;
- à la modélisation de la magnitude en fonction de la masse de l'hôte ;

- au modèle d’absorption du flux lumineux par les poussières proches du plan galactique ;
- à l’évolution possible de β en fonction du redshift.

L’incertitude liée à l’étalonnage photométrique est de loin l’incertitude dominante (79% de l’incertitude mesurée sur w dans un modèle Λ CDM d’après la référence [15, Table 7]). Ces incertitudes systématiques, nombreuses, ont été précisément étudiées et doivent être prises en compte lors d’une utilisation rigoureuse des SNe Ia pour dériver des contraintes expérimentales sur des paramètres cosmologiques.

3.2 Fond diffus cosmologique

Le fond diffus cosmologique (CMB dans la suite) fournit des mesures précises de l’état de l’Univers 380 000 ans seulement après le Big Bang ($z \approx 1090$), ce qui permet de disposer d’un jalon précis dans le passé de l’Univers pour contraindre son histoire. Un modèle cosmologique doit donc à la fois être en accord avec des mesures relativement proches en redshift ($z \lesssim 1$) et avec celles du CMB, ce qui encadre fortement son évolution. Cette sonde fournit un jalon très contraignant pour le modèle Galiléon comme nous allons le voir au chapitre 4.

3.2.1 Le spectre de puissance angulaire du CMB

3.2.1.1 Propagation des fluctuations de densité dans le plasma primordial

Au commencement (i.e. juste après la phase d’inflation), l’Univers est un plasma de particules extrêmement chaud, qui se refroidit sous l’effet de son expansion (voir l’encadré sur la thermodynamique d’un Univers en expansion). Cependant, il n’est pas complètement homogène : il contient de petites fluctuations de densité, de vitesse, etc... dites primordiales (les modèles d’inflation les décrivent comme provenant des fluctuations quantiques pré-inflation). Ces fluctuations primordiales grandissent au cours du temps en agglomérant de la matière par gravitation. Elles sont les germes des futures grandes structures de l’Univers (galaxies, amas de galaxies).

Thermodynamique d’un Univers en expansion

Par des considérations thermodynamiques liées à la conservation de l’énergie, on peut montrer que l’évolution de l’Univers s’effectue à entropie S constante : $dS = 0$. Si on s’intéresse à un cube d’Univers de côté a , alors si s est la densité d’entropie volumique on a $S = \frac{\rho+p}{T}a^3 = sa^3 = \text{constante}$.

Dans l’Univers primordial, la matière relativiste domine donc globalement on a $p = \rho/3$ et $\rho \propto T^4$. On en déduit $s \propto T^3$ donc $T \propto a^{-1}$: un Univers en expansion se refroidit.

Les fluctuations peuvent être décrites mathématiquement par des perturbations des équations régissant le plasma. Les perturbations possibles peuvent être scalaires, vectorielles ou tensorielles. Concentrons-nous ici sur les perturbations scalaires, qui sont à l’origine du spectre de puissance angulaire du CMB et des oscillations acoustiques de baryons.

On considère des fluctuations de densité d'énergie adiabatiques⁴ :

$$\delta(x^\mu) = \frac{\delta\rho(x^\mu)}{\bar{\rho}(x^\mu)} = \frac{\rho(x^\mu) - \bar{\rho}(x^\mu)}{\bar{\rho}(x^\mu)}. \quad (3.9)$$

Avant la recombinaison, l'Univers est constitué d'un plasma de baryons, d'électrons, de photons, de neutrinos et de matière noire. Dans ce milieu, les fluctuations de densité du plasma ne peuvent croître sans fin sous l'effet de la gravitation car la forte pression de radiation des photons s'y oppose. Du combat entre ces deux forces naît une onde de propagation acoustique dans le plasma, se propageant à une vitesse c_s (vitesse du son dans le plasma). En revanche, les fluctuations de densité de la matière noire, non couplée aux photons, ne subissent pas cette pression de radiation et donc croissent sans osciller.

A quelle vitesse se propagent les ondes acoustiques dans le plasma de baryons ? En thermodynamique, la vitesse du son dans un fluide parfait est déterminée par :

$$c_s^2 = \frac{dp_p}{d\rho_p}, \quad (3.10)$$

où l'indice p désigne le plasma. Or la densité ρ_p et la pression p_p s'écrivent :

$$\rho_p = \rho_\gamma + \rho_b, \quad p_p = p_\gamma + p_b. \quad (3.11)$$

De plus, on a vu que $p_\gamma/\rho_\gamma = 1/3$ et $p_b=0$, donc on obtient :

$$c_s^2 = \frac{dp_\gamma}{d\rho_p} = \frac{1}{3 \left(1 + \frac{d\rho_b}{d\rho_\gamma}\right)}. \quad (3.12)$$

Avec les équations de conservation de l'énergie pour la matière 1.53 et le rayonnement 1.54 que l'on rappelle :

$$\frac{d\rho_b}{dt} = -3H\rho_b, \quad \frac{d\rho_\gamma}{dt} = -4H\rho_\gamma, \quad (3.13)$$

on obtient :

$$c_s^2 = \frac{1}{3 \left(1 + \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}\right)}. \quad (3.14)$$

De plus, avec ces mêmes équations de conservation de l'énergie on a $\rho_b/\rho_c = \Omega_b^0 a^{-3}$ et $\rho_\gamma/\rho_c = \Omega_\gamma^0 a^{-4}$ donc en terme de paramètre de densité on obtient finalement :

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{1 + a \frac{3\Omega_b^0}{4\Omega_\gamma^0}}}. \quad (3.15)$$

On voit donc que c_s dépend de l'expansion de l'Univers à travers a , et des paramètres de densité Ω_b^0 et Ω_γ^0 , mais vaut en première approximation⁵ $c/\sqrt{3}$ (voir figure 3.11). La vitesse de propagation est donc relativiste.

Durant 380 000 ans, les fluctuations de densité oscillent et des ondes de densité se propagent à des vitesses relativistes dans le milieu. Mais à la recombinaison, les photons se découplent du plasma, figeant ainsi soudainement les fluctuations de densité. Observer

4. La propriété d'adiabaticité est justifiée par les observations actuelles du CMB et la prédiction des modèles d'inflation.

5. La dernière mesure de la collaboration Planck [20] donne $\Omega_b^0 h^2 = 0.02205 \pm 0.00028$ et on calcule $\Omega_\gamma^0 h^2 = 2.469 \times 10^{-5}$ pour $T_{\text{CMB}} = 2.725 \text{ K}$, cependant avant la recombinaison on a $a < 10^{-3}$. Le rapport $a \frac{3\Omega_b^0}{4\Omega_\gamma^0}$ est donc bien petit devant 1.

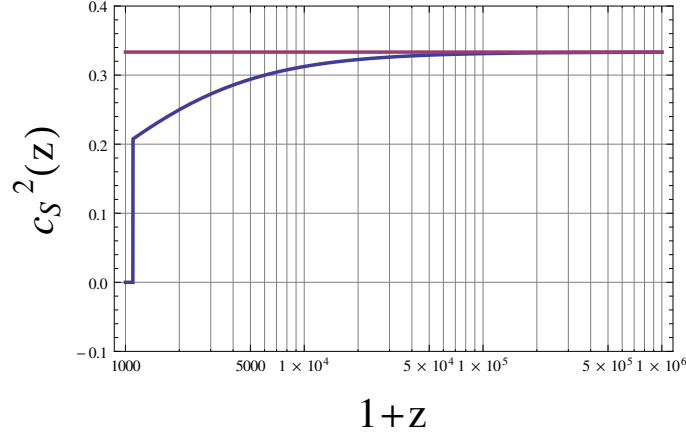


FIGURE 3.11 – Évolution de la vitesse du son $c_s^2(z)$ dans le plasma primordial, de $z = 1100$ à $z = 10^6$ (moins d'un an après le Big Bang). La vitesse tend vers $c/\sqrt{3}$ aux premiers instants de l'Univers.

les photons du CMB permet d'obtenir une photographie de la répartition et de la taille de ces fluctuations de densité à la recombinaison (carte de la collaboration Planck [20] représentée figure 1.3).

Le décalage spectral marquant le découplage des photons, noté z_* , est défini comme le moment où les photons ne subiront en moyenne qu'une seule interaction jusqu'à notre époque [21]. A $z = z_*$ les fluctuations sur le spectre en photon sont figées. Cet instant est appelé découplage. Ceci ne correspond pas à l'arrêt des fluctuations des baryons, qui a lieu à $z = z_d$, moment où les baryons ne subissent en moyenne qu'une seule interaction Compton avec les photons jusqu'à notre époque⁶ [21, 22]. La collaboration Planck a contraint $z_* = 1090.43 \pm 0.54$ et $z_d = 1059.25 \pm 0.58$ dans le cadre d'un modèle Λ CDM [20]. La physique très fine et très riche qui décrit les oscillations dans le plasma primordial est abondamment décrite dans [21, 22]. Les oscillations peuvent être décrites très précisément et beaucoup d'observables construites.

3.2.1.2 Construction du spectre de puissance angulaire

Le fond diffus cosmologique est un rayonnement de corps noir quasi-parfait de température T_{CMB} (figure 1.10). L'intensité $I(\nu, T_{\text{CMB}})$ du rayonnement reçu à une fréquence ν suit donc la loi de Planck :

$$I(\nu, T_{\text{CMB}}) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T_{\text{CMB}}} - 1} \quad (3.16)$$

avec k_B la constante de Boltzmann. La carte de rayonnement contient toutefois de petits écarts à la loi de Planck, de l'ordre de $\Delta T_{\text{CMB}}/T_{\text{CMB}} \approx 10^{-5}$, dus à la présence des fluctuations dans le plasma primordial. La température T_{CMB} mesurée en un point du ciel est reliée à la température T_p du plasma par la conjugaison de trois effets physiques :

- un changement intrinsèque de température dû aux fluctuations de densité (une compression entraîne un réchauffement),
- un décalage Doppler qui modifie la fréquence des photons ν et donc T_{CMB} induit par une perturbation de vitesse sur la surface de dernière diffusion,

6. Ces deux définitions ne tiennent pas compte de la période de réionisation, qui a lieu après la recombinaison lorsque les premières étoiles se forment et ionisent leur environnement gazeux.

- un décalage gravitationnel si la fluctuation n'est pas au même potentiel que l'observateur (effet Sachs-Wolfe) ou si la lumière traverse des potentiels variables au cours du temps (effet Sachs-Wolfe intégré ou ISW).

Ces trois mécanismes sont achromatiques (ne dépendent pas de la fréquence) et donc ne modifient pas le spectre de corps noir. Les fluctuations observées sur la carte de température du CMB traduisent donc directement les fluctuations de densité de matière au moment du découplage. Le processus dominant est l'effet Sachs-Wolfe [23] : les points froids sur la carte de température proviennent donc des sur-densités du plasma (donc de température plus chaudes que la moyenne) car les photons ont en moyenne perdu de l'énergie pour échapper au puits gravitationnel formé par la sur-densité.

Pour étudier les fluctuations de densité, il est possible de décomposer la carte de température $T(\theta, \phi)$ en harmoniques sphériques⁷ :

$$\frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T_{\text{CMB}}} = \frac{T(\theta, \phi) - T_{\text{CMB}}}{T_{\text{CMB}}} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (3.17)$$

où (θ, ϕ) correspondent aux coordonnées galactiques sur le ciel, et a_{lm} donne la puissance associée à l'harmonique sphérique Y_{lm} :

$$a_{lm} = \int_{4\pi} \frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T_{\text{CMB}}} Y_{lm}^*(\theta, \phi) d\Omega \quad (3.18)$$

Une illustration de cette décomposition en harmoniques sphériques est donnée figure 3.12. Le coefficient a_{lm} quantifie l'intensité en température aux échelles angulaires $\Delta\theta \equiv \pi/l$. Par exemple, l'harmonique Y_{00} est une constante correspondant à la température moyenne du CMB mesurée à $T_{\text{CMB}} = 2.7255 \text{ K}$ [24], d'où $a_{00} = 0$. Le paramètre a_{10} donne la température du dipôle ($l = 1$) engendré par la vitesse de déplacement du système solaire par rapport au CMB. Il est de l'ordre de 10^{-3} . On ne peut séparer ce dernier du dipôle cosmologique véritable engendré par les fluctuations de températures aux très larges échelles, c'est pourquoi on ne s'intéressera finalement qu'aux indices $l \geq 2$ par la suite, d'ordre encore plus faibles ($< 10^{-5}$).

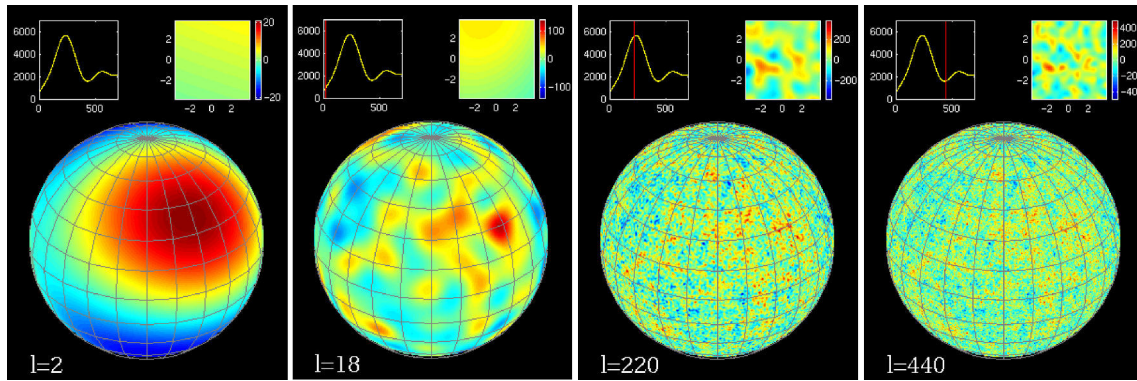


FIGURE 3.12 – Décomposition de la carte de température du CMB à des harmoniques sphériques caractéristiques ($l = 2, 18, 220, 440$). Une zone de $2^\circ \times 2^\circ$ est agrandie en haut à droite, et la position l dans le spectre de puissance angulaire est donné en haut à gauche. *Source* : <http://www.apc.univ-paris7.fr/blog/content/le-fond-diffus-cosmologique-cmb>.

7. Ceci correspond à une transformée de Fourier sur une sphère.

Toute l'information concernant les anisotropies du CMB étant contenue dans les coefficients a_{lm} (voir équation 3.17), une mesure du fond diffus cosmologique consiste à déterminer ces derniers. Si les fluctuations de température ΔT du CMB suivent une distribution gaussienne de moyenne nulle, alors chaque coefficient a_{lm} est une variable aléatoire gaussienne de moyenne statistique nulle⁸ :

$$\overline{a_{lm}} = 0. \quad (3.19)$$

La quantité intéressante à rechercher est donc une estimation de la variance $\overline{|a_{lm}|^2}$ pour avoir une prédiction de la taille typique des coefficients a_{lm} . La nature isotrope de l'Univers impose que cette moyenne ne dépendent que de l'indice⁹ l et non de m . On définit le spectre de puissance angulaire du CMB par une fonction C_l dépendante de l'indice l uniquement :

$$\overline{a_{lm}a_{l'm'}^*} = \delta_{ll'}\delta_{mm'}C_l. \quad (3.20)$$

Le spectre de puissance angulaire C_l du CMB est relié à la contribution du multipôle l à la variance statistique des fluctuations de température¹⁰ :

$$\overline{\left(\frac{\Delta T}{T_{\text{CMB}}}\right)^2} = \sum_{l'l' \geq 2} \sum_{mm'} Y_{lm}(\theta, \phi) Y_{l'm'}^*(\theta, \phi) \overline{a_{lm}a_{l'm'}^*} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l. \quad (3.21)$$

Toutefois, la moyenne statistique est réalisée ici sur un ensemble de réalisations de la variable a_{lm} , liées au processus aléatoire engendrant les perturbations primordiales. Pour pouvoir réaliser une telle moyenne d'ensemble, il faudrait donc pouvoir disposer de plusieurs réalisations d'univers¹¹. Cela étant impossible, nous ne pouvons observer qu'un exemplaire de cette variable a_{lm} , celui engendré par les conditions initiales de notre propre Univers. A défaut, on définit alors le spectre de puissance angulaire observé \hat{C}_l par :

$$\hat{C}_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2, \quad (3.22)$$

qui est lui relié à la variance sur la sphère céleste des anisotropies de températures observées¹² :

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\frac{\Delta T}{T_{\text{CMB}}}\right)^2 \right\rangle &= \frac{1}{4\pi} \int \left(\frac{\Delta T}{T_{\text{CMB}}}\right)^2 d\Omega \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{l'l' \geq 2} \sum_{mm'} a_{lm} a_{l'm'}^* \int Y_{lm}(\theta, \phi) Y_{l'm'}^*(\theta, \phi) d\Omega \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2 = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) \hat{C}_l. \end{aligned} \quad (3.23)$$

On peut approximer la somme par l'intégrale [25] :

$$\left\langle \left(\frac{\Delta T}{T_{\text{CMB}}}\right)^2 \right\rangle \approx \frac{1}{4\pi} \int_2^{\infty} l(2l+1) \hat{C}_l \frac{dl}{l} = \frac{1}{4\pi} \int_2^{\infty} l(2l+1) \hat{C}_l d \ln l, \quad (3.24)$$

8. Au premier ordre, la théorie des perturbations décrivant les fluctuations de température du CMB est linéaire ce qui lie linéairement ΔT aux coefficients a_{lm}

9. L'indice l est lié à la taille angulaire typique des fluctuations alors que m traduit son orientation sur la voûte céleste.

10. Pour un indice l donné, on a la relation de fermeture $\sum_m |Y_{lm}(\theta, \phi)|^2 = (2l+1)/4\pi$.

11. Ou bien, il faudrait pouvoir observer le CMB depuis d'autres points de vue que la Terre, autrement dit pouvoir se trouver au centre d'une autre sphère de dernière diffusion.

12. On a la relation d'orthogonalité $\int d\Omega Y_{lm}(\theta, \phi) Y_{l'm'}^*(\theta, \phi) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$.

donc la fonction $\Delta_T^2(l) = (2l+1)\hat{C}_l/4\pi$ représente directement la distribution de puissance des fluctuations de température par unité de $\ln l$. Il est cependant usuel de représenter ce spectre de puissance angulaire par la quantité $\Delta_T^2(l) = l(l+1)\hat{C}_l/2\pi$, qui pour des grandes valeurs de l rejoint la proposition précédente, mais pour des petites valeurs de l a la remarquable propriété d'être en première approximation constante (plateau de Sachs-Wolfe, voir figure 3.13).

La valeur attendue pour un grand nombre de réalisations d'univers de l'estimateur \hat{C}_l de C_l est bien égale à C_l :

$$\overline{\hat{C}_l} = C_l \Rightarrow \overline{\hat{C}_l - C_l} = 0, \quad (3.25)$$

donc cet estimateur n'est pas biaisé. Cependant, la valeur actuelle des \hat{C}_l est nécessairement différente du spectre de puissance angulaire théorique C_l , bien que statistiquement proche. On appelle variance cosmique la différence au carré entre l'estimateur \hat{C}_l et la valeur attendue C_l :

$$\overline{\left(\frac{\hat{C}_l - C_l}{C_l}\right)^2} = \frac{2}{2l+1}. \quad (3.26)$$

Cette moyenne statistique ne s'effectuant que sur $(2l+1)$ valeurs, la variance statistique pour les \hat{C}_l devient logiquement importante pour les valeurs de l proche de l'unité. La variance cosmique limite donc la précision des comparaisons aux grandes échelles cosmologiques entre les mesures du CMB et la théorie.

3.2.2 Contraindre les paramètres cosmologiques

Des prédictions théoriques du spectre de puissance peuvent être obtenues dans différents modèles cosmologiques. Dans un modèle Λ CDM standard, ce spectre de puissance est composé de quatre parties (figure 3.13), sensibles aux différents paramètres de densité Ω_i^0 :

- $l \lesssim 10$: on constate une montée aux plus grandes échelles du spectre de puissance angulaire à cause de l'effet Sachs-Wolfe intégré (ISW). Cette montée est en partie due à l'expansion de l'Univers, qui aplatit les puits gravitationnels aux échelles cosmologiques et permet aux photons qui les traversent de ressortir avec plus d'énergie que lors de leur entrée (d'où plus de puissance à ces échelles dans le spectre). Cette partie du spectre de puissance est donc sensible à l'énergie noire Ω_Λ^0 ;
- $10 \lesssim l \lesssim 100$: c'est le plateau de Sachs-Wolfe, constant en l . Il est essentiellement sensible à la courbure de l'Univers Ω_k^0 ;
- $100 \lesssim l \lesssim 1000$: cette partie du spectre de puissance est dominée par les pics acoustiques engendrés par les oscillations du plasma primordial. Le premier pic, le plus puissant, correspond aux sur-densités qui ont atteint leur compression maximale. Les pics suivants correspondent ensuite successivement à des compressions minimales et maximales, amorties. Ils fournissent beaucoup d'informations sur les paramètres cosmologiques (voir figure 3.13) :
 - la position globale des pics renseigne sur Ω_Λ^0 et Ω_k^0
 - la hauteur et la largeur des pics contraignent $\Omega_m^0 h^2$
 - l'importance relative des pics permet de contraindre $\Omega_b^0 h^2$
- $l \gtrsim 1000$: le spectre de puissance angulaire s'amortit aux petites échelles à cause de la non-instantanéité de la recombinaison. Ceci a pour effet de gommer les anisotropies les plus petites, et donne une sensibilité à $\Omega_b^0 h^2$ et Ω_m^0 (voir figure 3.13).

Nous avons vu que le premier pic est particulièrement sensible aux paramètres cosmologiques. Sa position dans le spectre de puissance angulaire est liée à la taille de l'horizon

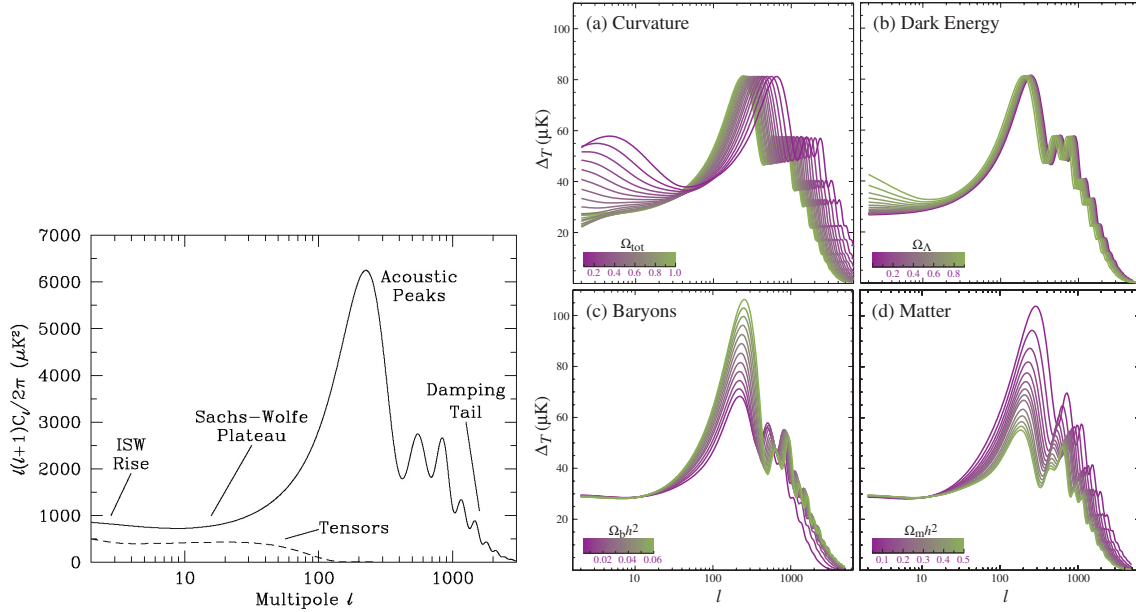


FIGURE 3.13 – Gauche : allure du spectre de puissance angulaire C_l pour un modèle Λ CDM (Source : <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/March05/Scott/Scott4.html>). Droite : variation du spectre de puissance angulaire théorique en fonction de la variation des paramètres Ω_i^0 [26].

acoustique au découplage $r_s(z_*)$ défini par :

$$r_s(z_*) = \frac{c}{H_0} \int_{z_*}^{\infty} \frac{c_s(z')}{\bar{H}(z')} dz' \quad (3.27)$$

C'est la distance propre maximum sur laquelle a pu se propager une onde acoustique créée par une fluctuation de densité, des débuts de l'Univers jusqu'au découplage. Le redshift du découplage z_* peut être estimé à partir des paramètres cosmologiques grâce à la formule de Hu et Sugiyama [21] :

$$z_* = 1048 \left[1 + 0.00124(\Omega_b^0 h^2)^{-0.738} \right] \left[1 + g_1(\Omega_m^0 h^2)^{g_2} \right] \quad (3.28)$$

$$g_1 = \frac{0.0783(\Omega_b^0 h^2)^{-0.238}}{1 + 39.5(\Omega_b^0 h^2)^{0.763}} \quad (3.29)$$

$$g_2 = \frac{0.560}{1 + 21.1(\Omega_b^0 h^2)^{1.81}}. \quad (3.30)$$

Cette formule a été élaborée à partir de la simulation d'un grand nombre de modèles cosmologiques. Elle est estimée fiable à quelques pour-cents près pour un grand nombre de scénarios cosmologiques [21]. On y reviendra au chapitre 4.

En combinant $r_s(z_*)$ et la distance angulaire comobile au découplage $d_A(z_*)$ (définie section 1.1.2.5), on peut en déduire la taille angulaire comobile de l'horizon acoustique sur la carte de température :

$$\theta_a = \frac{r_s(z_*)}{d_A(z_*)}, \quad (3.31)$$

qui traduite en échelle l donne l'échelle acoustique l_a :

$$l_a = \frac{\pi}{\theta_a} = \frac{\pi d_A(z_*)}{r_s(z_*)} = (1 + z_*) \frac{\pi D_A(z_*)}{r_s(z_*)} \quad (3.32)$$

échelle à laquelle est mesurée la position du premier pic, avec D_A la distance angulaire définie section 1.1.2.5. On verra par la suite que l'on mesure $l_a \approx 300$ alors que la position du premier pic sur les spectres de puissance mesurés est à $l \approx 220$ (angle de 1°). La différence vient de l'effet Sachs-Wolfe intégré survenant juste après le découplage. A ce moment de l'histoire de l'Univers, celui-ci est encore dominé par le rayonnement, qui a pour effet d'aplanir les puits gravitationnels. Ce lissage du paysage gravitationnel a pour effet de décaler l'ensemble des pics acoustiques de $\Delta l \approx -80$ [26].

3.2.3 Mesures

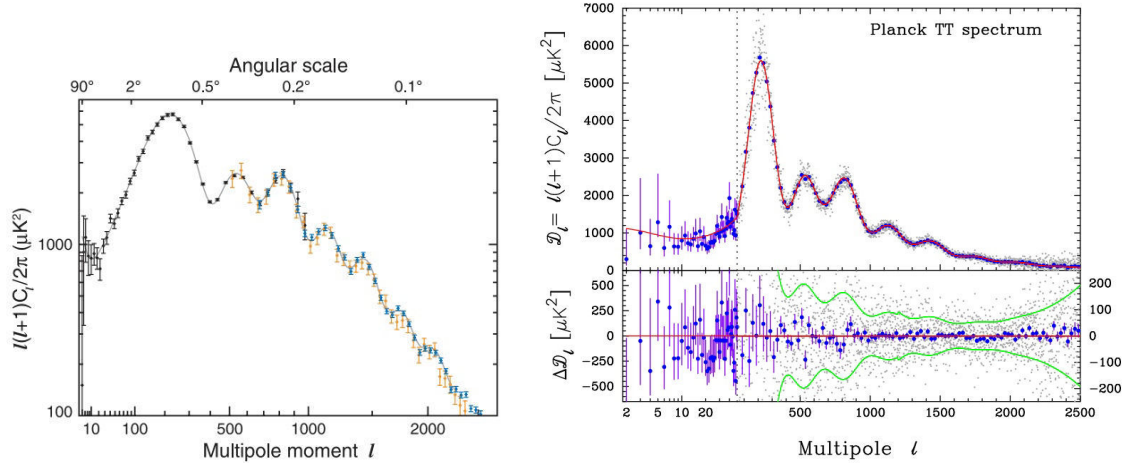


FIGURE 3.14 – Gauche : spectre de puissance angulaire des anisotropies de température \hat{C}_l du CMB observé par WMAP9 (mission WMAP après 9 ans de prises de données) en noir, SPT en bleu et ACT en jaune, comparé à un modèle de spectre de puissance angulaire C_l issu du modèle Λ CDM ajusté aux données (ligne grise) [27]. Droite : spectre de puissance des anisotropies de température du CMB \hat{C}_l mesuré par Planck (bleu), comparé au modèle Λ CDM ajusté aux données (rouge) [20].

Le spectre de puissance angulaire a été mesuré récemment par les satellites WMAP et Planck, ainsi que par des expériences au sol (ACT et SPT, sensibles à partir de $l \gtrsim 500$). La mesure du spectre de puissance consiste à capter les photons sur plusieurs bandes de fréquence autour de 200 GHz (maximum d'émission du CMB) et au delà pour pouvoir capter l'émission venant des avant-plans (émission des poussières galactiques à environ 18 K, amas, etc...). Une carte précise de la température du CMB peut alors être construite, avec des incertitudes maîtrisées, de laquelle on tire le spectre de puissance angulaire (voir les mesures de WMAP9 et Planck figure 3.14).

Pour confronter les spectres de puissance angulaires à des modèles cosmologiques, il faut être capable de prédire dans ces derniers la forme du spectre. Pour des modèles cosmologiques standard (Λ CDM, FWCDM,...) cette prédiction est connue (figure 3.13 par exemple). En revanche, pour des modèles plus complexes, il peut être très difficile à calculer. Dans le cas du modèle Galiléon, une telle prédiction n'existait pas au début de ma thèse en 2011. Mais en août 2012 les équations permettant la prédiction d'un spectre de puissance angulaire dans le cadre d'un modèle Galiléon ont été publiées [28] puis confrontées aux données en 2013 [29].

A partir du spectre des fluctuations de température, il est cependant possible d'extraire un certain nombre de paramètres qui soient indépendants du choix de la cosmologie. Les

références [30, 31, 32] montrent qu'il existe deux paramètres, liés au premier pic acoustique, dérivables du spectre de puissance et indépendants de la cosmologie. Ces deux paramètres sont l'échelle acoustique l_a déjà introduite et le paramètre de shift R défini par :

$$R = \frac{\sqrt{\Omega_m^0 H_0^2}}{c} (1 + z_*) D_A(z_*) = \sqrt{\Omega_m^0} \int_0^{z_*} \frac{dz'}{\bar{H}(z')} \quad (3.33)$$

Plus précisément, ces paramètres peuvent être déduits des spectres de puissance dans différentes cosmologies et les auteurs montrent que les valeurs centrales et les incertitudes sont quasi-identiques dans toutes ces configurations (voir figure 3.15).

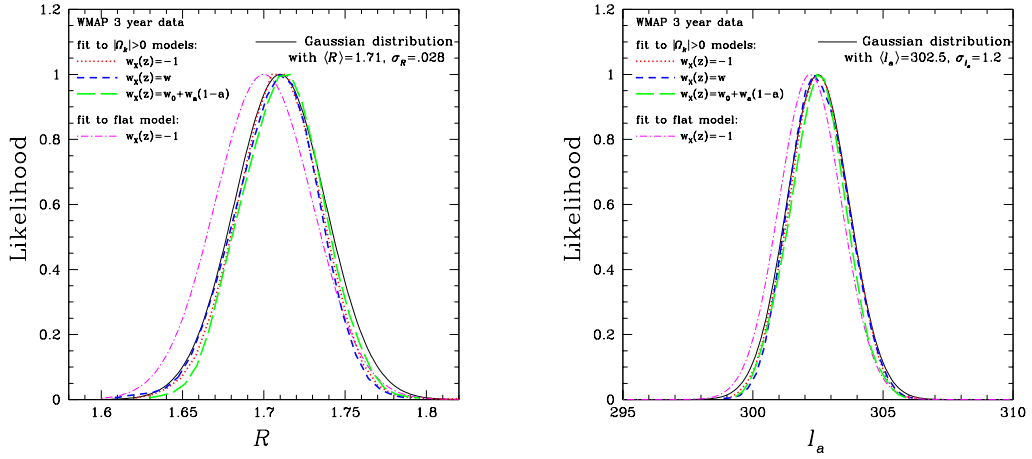


FIGURE 3.15 – Densités de probabilité obtenues pour les paramètres R (gauche) et l_a (droite) à partir du spectre de puissance WMAP3 pour différents modèles cosmologiques, tirées de la référence [31].

	WMAP7	WMAP9
l_a	302.09 ± 0.76	302.40 ± 0.69
R	1.725 ± 0.018	1.725 ± 0.018
z_*	1091.3 ± 0.91	1090.88 ± 1.00
\mathbf{C}_{CMB}^{-1}	$\begin{pmatrix} 2.305 & 29.698 & -1.333 \\ 29.698 & 6825.270 & -113.180 \\ -1.333 & -113.180 & 3.414 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.182 & 18.253 & -1.429 \\ 18.253 & 11887.879 & -193.808 \\ -1.429 & -193.808 & 4.556 \end{pmatrix}$

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres l_a , R et z_* (nécessaire au calcul des deux premiers paramètres), et leurs matrices de covariance inverses associées, extraites des données WMAP7 [33] et WMAP9 [27].

La collaboration WMAP a publié les mesures de ces paramètres à partir de leur spectre de puissance angulaire, accompagnées de leur matrice de covariance. En revanche, la collaboration Planck [20] ne les fournit pas. Un groupe indépendant les a dérivés à partir du spectre de puissance angulaire de Planck [34], mais ceux-ci ne sont peut-être pas indépendants de toute hypothèse cosmologique à cause de l'inclusion des effets de lentille gravitationnelle dans le spectre de puissance observé par le satellite Planck (pour illustration, une utilisation de ces données est présentée en annexe D). Au cours de ma thèse, j'ai utilisé les mesures de WMAP7 [33] puis WMAP9 [27] (voir tableau 3.1).

La référence [35] signale cependant que les valeurs mesurées des paramètres l_a , R et z_* ne peuvent être utilisées que pour contraindre des modèles cosmologiques satisfaisant un certain nombre d'hypothèses (utiliser une métrique FLRW, utiliser $N_{\text{eff}} = 3.04$, avoir des conditions initiales identiques,...). Le modèle du Galiléon remplit bien toutes ces conditions [36].

3.3 Oscillations acoustiques de baryons

Les oscillations acoustiques de baryons (BAO) sont intimement liées à la physique du fond diffus cosmologique. Elles correspondent à la trace laissée dans le spectre de la matière par les oscillations acoustiques qui ont eu lieu avant le découplage et ont été figées à $z = z_d$. On a vu que le premier pic acoustique possède une taille angulaire $\theta \approx 1^\circ$, ce qui correspond à une distance comobile transverse de 150 Mpc. Cette distance caractéristique séparant les fluctuations de température du CMB se retrouve ensuite dans le spectre de la matière, car les sur-densités de baryons au découplage sont les germes des futures grandes structures de l'Univers. Une distance transverse comobile caractéristique de 150 Mpc est donc attendue entre les galaxies : c'est une règle standard. Une description complète et pédagogique de la mesure des BAOs est donnée dans la référence [37].

3.3.1 Spectre de puissance de la matière

Au moment du découplage entre les photons et les baryons, l'image de la carte des fluctuations $\delta(t, \vec{r})$ est donnée par la carte des fluctuations de température. On construit un spectre de puissance défini par $\langle (\Delta T/T_{\text{CMB}})^2 \rangle$ représenté en fonction d'une échelle l . Nous allons faire de même pour le spectre de puissance de la matière. La matière étant constituée essentiellement de matière sombre non visible, il est supposé que les baryons suivent bien la distribution totale de la matière. Les galaxies sont alors supposées être un bon traceur de la distribution de la matière. Toutefois, les fluctuations de densité des galaxies ne sont probablement pas égales aux fluctuations de densité de la matière. Ce désaccord est modélisé par un biais b :

$$\delta_g = \frac{\delta n_g}{n_g} = b \frac{\delta \rho_m}{\rho_m} = b \delta_m, \quad (3.34)$$

qui aura beaucoup d'importance pour les mesures de croissance des structures (voir section 3.4). On le suppose ici indépendant de z et de l'échelle k .

La stratégie pour mesurer le spectre de puissance de la matière consiste à relever la position d'un grand nombre de galaxies. Cette position inclut la donnée de la position angulaire sur la carte du ciel, mais aussi du décalage spectral z , qui doit être mesuré précisément pour chaque galaxie par spectroscopie. La carte des fluctuations de galaxies s'exprime dans l'espace de Fourier :

$$\delta_g(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \delta_g(\vec{k}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3\vec{k} \quad (3.35)$$

où \vec{r} et donc \vec{k} sont en coordonnées comobiles (on se place ici dans un espace plat cartésien). Par analogie avec le fond diffus cosmologique, on définit le spectre de puissance des fluctuations de matière $\delta_g(\vec{k}, t)$ par :

$$P(k) = \langle |\delta_g(\vec{k}, t)|^2 \rangle \quad (3.36)$$

où la moyenne est effectuée sur tous les modes \vec{k} tels que $\|\vec{k}\| = k$ ¹³. La variance $\langle \delta_g^2(\vec{r}, t) \rangle$ est reliée au spectre de puissance par la relation :

$$\langle \delta_g^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} |\delta_g(\vec{k}, t)|^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk P(k). \quad (3.37)$$

On s'attend à retrouver dans le spectre de puissance de la matière l'empreinte des oscillations primordiales des baryons. Ce sera chose faite en 2005 avec la première détection du pic acoustique principal dans le spectre de puissance de la matière par les collaborations SDSS [38] et 2dFGRS [39]. Aujourd'hui, dans les expériences récentes comme celle menée par le Baryonic Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS), plusieurs oscillations baryoniques sont même visibles (voir figure 3.16, [40]).

3.3.2 Fonction de corrélation

La fonction de corrélation à deux points permet de mettre en évidence l'échelle caractéristique de 150 Mpc. Elle est définie par :

$$\xi(r) = \langle \delta_g(\vec{r}_1) \delta_g(\vec{r}_2) \rangle_r \quad (3.38)$$

où la moyenne est effectuée sur tous les points \vec{r}_1 et \vec{r}_2 vérifiant $r = \|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|$. Avec les notations de la section précédente, on obtient :

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{k} |\delta_g(\vec{k}, t)|^2 e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk P(k) \frac{\sin(kr)}{kr}. \quad (3.39)$$

La fonction de corrélation $\xi(r)$ est donc liée directement au spectre de puissance de la matière $P(k)$ par une relation de transformée de Fourier :

$$P(k) = \int_0^\infty r^2 dr \xi(r) \frac{\sin(kr)}{kr}. \quad (3.40)$$

Les deux quantités $P(k)$ et $\xi(r)$ contiennent donc la même information sur la répartition de la matière dans l'Univers. Si une oscillation régulière est présente dans l'espace de Fourier k dues aux différents modes d'oscillation des fluctuations de baryons, un pic est attendu en revenant dans l'espace réel r . La mesure de la fonction de corrélation à deux points $\xi(r)$ à partir du relevé de galaxies fait apparaître clairement ce pic à $r = 150$ Mpc (voir par exemple figure 3.16).

3.3.3 Mesures

La fonction de corrélation peut être calculée pour différents lots de galaxies¹⁴ à des intervalles en décalage spectral différents, ce qui permet de mesurer cette règle standard à

13. Ceci est équivalent à la moyenne effectuée sur les indices m dans la cadre du CMB, et à s'intéresser aux modes l seulement.

14. Par exemple avec des *Luminous Red Galaxies* (LRG) : vieilles galaxies très lumineuses de couleur plutôt rouge, ou des Emission Line Galaxies ELG : jeunes galaxies bleues lointaines présentant un doublet marqué de raies d'émission de l'oxygène.

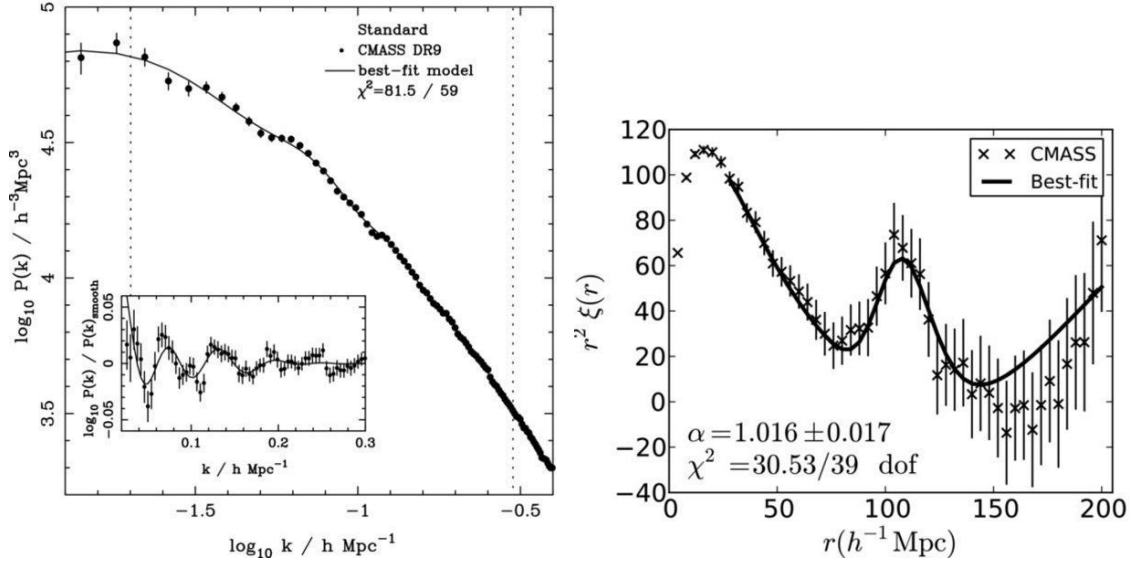


FIGURE 3.16 – Gauche : spectre de puissance des galaxies $P(k)$. Droite : Fonction de corrélation des galaxies $\xi(r)$ de l'échantillon. Ces mesures ont été fournies par la collaboration BOSS (détection du pic à 6.7σ) [40].

différents moments de l'évolution de l'Univers. La position du pic BAO peut être ajustée pour un modèle cosmologique donné à partir de simulations à N-corps. Elle est sensible à une distance dite volumique¹⁵ [38] :

$$D_V(z) = \left[(1+z)^2 D_A^2(z) \frac{cz}{H(z)} \right]^{1/3}, \quad (3.41)$$

et bien entendu à la taille de l'horizon sonique au découplage des baryons $r_s(z_d)$. Les mesures BAO sont données sous la forme :

$$y_s(z) = r_s(z_d) / D_V(z) \quad (3.42)$$

Le redshift z_d de découplage des baryons est calculé en utilisant la formule [22] :

$$z_d = \frac{1291(\Omega_m^0 h^2)^{0.251}}{1 + 0.659(\Omega_m^0 h^2)^{0.828}} \left[1 + b_1(\Omega_b^0 h^2)^{b_2} \right] \quad (3.43)$$

$$b_1 = 0.313(\Omega_m^0 h^2)^{-0.419} \left[1 + 0.607(\Omega_m^0 h^2)^{0.674} \right] \quad (3.44)$$

$$b_2 = 0.238(\Omega_m^0 h^2)^{0.223}. \quad (3.45)$$

D'autres méthodes pour dériver la position du pic sont possibles, en utilisant le test géométrique d'Alcock-Paczynski [41] (qui permet d'obtenir une mesure orthogonale et le long de la ligne de visée, et sera expliqué section 3.4.2) ou bien en comparant directement le spectre $P(k)$ mesuré aux simulations [40].

Dans cette thèse, j'ai sélectionné les mêmes trois mesures BAO que celles utilisées dans l'analyse cosmologique de BOSS [40, 42]. Ces mesures ont été sélectionnées de sorte que les lots de galaxies en jeu ne se recoupent pas et donc qu'il n'y ait pas de corrélations cachées

z	$y_s^{mes}(z)$	Expérience	Référence
0.106	0.336 ± 0.015	6dFGRS	[45]
0.35	0.1126 ± 0.0022	SDSS LRG	[43]
0.57	0.0732 ± 0.0012	BOSS CMASS	[40]

TABLE 3.2 – Mesures BAO utilisées.

entre les mesures. Les mesures des trois collaborations sont présentées dans la table 3.2¹⁶.

D'autres méthodes sont possibles pour mesurer la règle standard au cours de l'histoire de l'Univers. En particulier, en 2012 cette distance caractéristique a été détectée pour la première fois dans les forêts¹⁷ Lyman- α , à un redshift lointain $z = 2.3$ [46]. Une mesure à un redshift si lointain pourrait être contraignante pour le modèle du Galiléon. Cependant, son incertitude était telle qu'aucune distance exploitable n'a pu être extraite de la fonction de corrélation.

Pour le moment, les incertitudes invoquées sont dominées par la taille du volume d'Univers sur lequel s'effectue le relevé de galaxies et la méthode d'extraction de la mesure. Dans le futur, des relevés de taille importante, en surface sur le ciel et en profondeur, tels que eBOSS ou DESI fourniront des mesures plus précises et surtout plus lointaines en redshift.

3.4 Croissance des structures

La Galiléon étant une théorie de gravité modifiée, la façon dont les structures se forment dans une gravité Galiléon est une observable importante pour distinguer ce modèle du modèle Λ CDM. Une observable importante dérivée des modèles de croissance des structures est fournie par les distorsions dans l'espace des redshifts. Une introduction est présentée dans la référence [47].

3.4.1 Distorsions dans l'espace des redshifts (RSD)

Pour mesurer la position des galaxies, on relève leur position angulaire sur le ciel et leur décalage spectral. Afin d'en extraire le signal BAO, on suppose que ce décalage spectral est uniquement dû à l'expansion de l'Univers ($z = 1/a - 1$). Or, si la galaxie a une vitesse particulière propre le long de la ligne de visée, le redshift mesuré par spectroscopie sera la somme de deux effets : le redshift cosmologique et le décalage spectral dû à l'effet Doppler.

15. Cette distance correspond à la longueur du côté d'un cube de volume $\propto d_A(z)^2/H(z)$. Son introduction permet de gagner en sensibilité dans la mesure du pic BAO, notamment en prenant en compte les effets d'expansion d'Univers le long de la ligne de visée à travers $1/H(z)$ [38].

16. A noter qu'une amélioration de la mesure à $z = 0.35$ [43] a été publiée dans la référence [44]. Cette dernière bénéficie de plus de galaxies, ce qui a permis de décroître les incertitudes.

17. Les quasars, des astres très brillants et très lointains, présentent une raie d'émission de l'hydrogène Lyman- α très marquée dans leur spectre ($\lambda_{\text{Ly-}\alpha}^0 = 121.5 \text{ nm}$). Leur lumière se propageant dans le milieu interstellaire, leur spectre se décale vers le rouge du fait de l'expansion de l'Univers et en traversant des nuages d'hydrogène des raies d'absorption associées à cette raie apparaissent dans le spectre. Sur Terre, on mesure alors un spectre présentant une forte raie d'émission en $\lambda_{\text{Ly-}\alpha}^{z_{\text{quasar}}} = \lambda_{\text{Ly-}\alpha}^0 (1 + z_{\text{quasar}})$ suivie d'une succession dense de raies d'absorption en $\lambda_{\text{Ly-}\alpha}^{z_H} < \lambda_{\text{Ly-}\alpha}^{z_{\text{quasar}}}$ dues aux nuages d'hydrogène situés aux redshifts $z_H < z_{\text{quasar}}$. Cet ensemble de raies d'absorption est appelé forêt Lyman- α .

Ce dernier correspond à une correction du second ordre dans le calcul du spectre de la matière et n'est donc pas pris en compte dans le calcul du signal BAO. Cependant, il contient des informations intéressantes à exploiter pour mesurer la croissance des structures dans l'Univers.

Considérons une galaxie comme une particule ponctuelle, située au bord d'un puits de potentiel profond créé par un amas. Cette galaxie va alors tomber dans le puits et acquérir une vitesse particulière avec une composante pointant vers le centre du puits. Si cette galaxie se situe entre nous et l'amas, le redshift mesuré est alors plus grand par effet Doppler, car elle s'éloigne encore plus vite de nous du fait de l'expansion de l'Univers. Si elle se situe derrière l'amas, c'est l'effet inverse. Dans tous les cas, dans un référentiel comobile centré sur l'observateur, la position mesurée par le redshift \vec{s} le long de la ligne de visée sera biaisée et ne reflétera pas la position réelle \vec{r} de la galaxie. Plus précisément, on aura :

$$\vec{s}(\vec{r}) = \vec{r} + \vec{u}_z \cdot \vec{v}(\vec{r}) \quad (3.46)$$

avec \vec{u}_z un vecteur unitaire parallèle à la ligne de visée et $\vec{v}(\vec{r})$ la vitesse particulière de la galaxie (voir illustration figure 3.17). Cette distorsion de l'espace réel est observable et renseigne sur la gravité engendrée par la masse centrale.

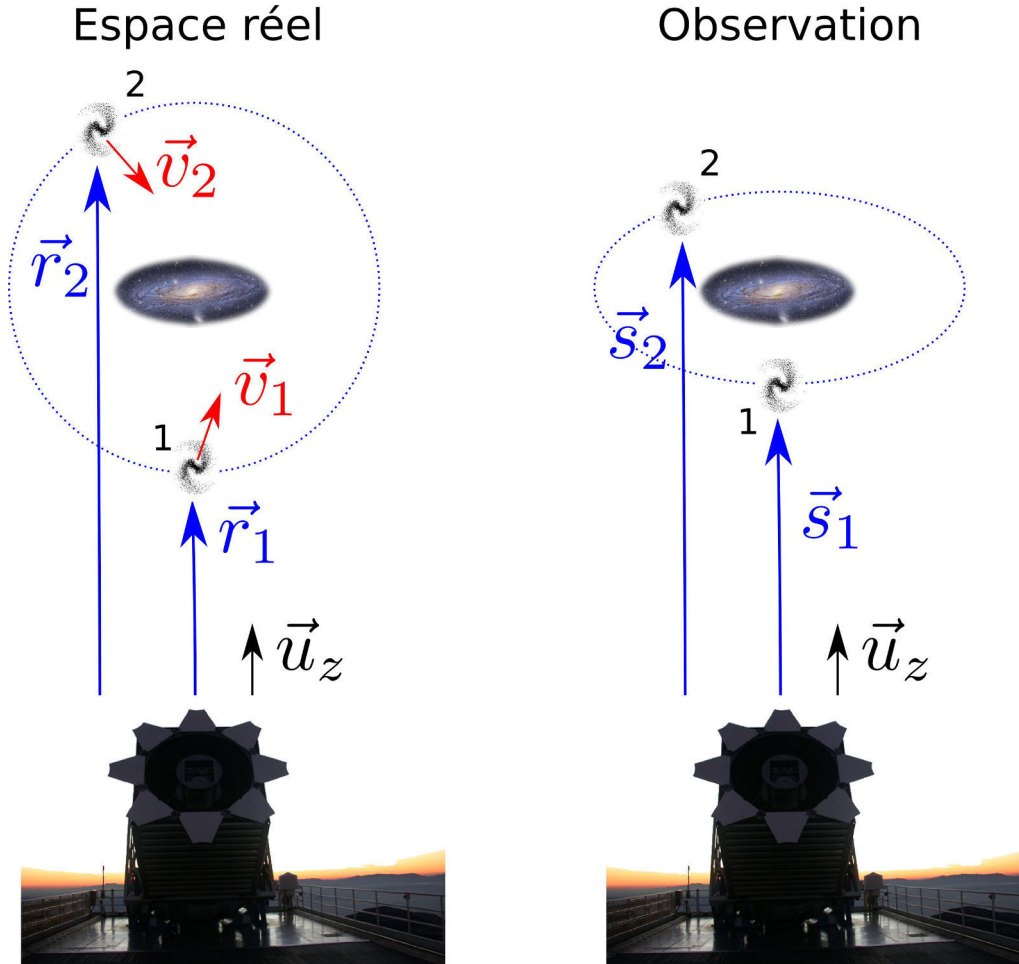


FIGURE 3.17 – Illustration de la distorsion observée entre positions réelles et positions déduites du redshift, pour deux galaxies 1 et 2 tombant sur un objet massif. La distorsion observée dans l'espace des redshifts est due à la vitesse particulière des galaxies.

Dans l'hypothèse où le champ de vitesse est issu d'une théorie linéaire de la croissance des structures et est irrotationnel, par conservation de l'énergie en coordonnées comobiles on a :

$$\dot{\delta}_m + \frac{1}{a} \text{div} \vec{v} = 0, \quad (3.47)$$

d'où ¹⁸ :

$$\delta_m \frac{d \ln \delta_m}{d \ln a} H + \frac{1}{a} \text{div} \vec{v} = 0 \Leftrightarrow f \delta_m = -\frac{1}{Ha} \text{div} \vec{v} \quad (3.48)$$

On définit ainsi le champ de vitesse $\theta = -\frac{1}{Ha} \text{div} \vec{v}$ et le taux de croissance des structures f par :

$$f = \frac{d \ln D(a)}{d \ln a} \quad (3.49)$$

où la fonction $D(a) = \delta_m(a)/\delta_m(1)$ code la croissance des structures au cours du temps.

De plus, si on réécrit l'équation 3.46 dans l'espace de Fourier, la position observée de la galaxie $\delta_g^s(k)$ est liée à sa position réelle $\delta_g^r(k)$ par :

$$\delta_g^s(k, \mu) = \delta_g^r(k) - \mu^2 \theta(k) + \dots \quad (3.50)$$

avec $\mu^2 = \cos^2 \alpha$ (où α est l'angle entre la ligne de visée et le mode \vec{k}). Le spectre de puissance des galaxies observé s'écrit alors :

$$P_g^s(k, \mu) = \langle |\delta_g^s(k, \mu)|^2 \rangle = P_{gg}(k) - 2\mu^2 P_{g\theta} + \mu^4 P_{\theta\theta}(k), \quad (3.51)$$

avec $P_{gg}(k) = \langle |\delta_g^r(\vec{k})|^2 \rangle$ (spectre des galaxies au premier ordre duquel on déduit la mesure du pic BAO), $P_{g\theta}(k) = \langle \delta_g^r(\vec{k}) \theta(\vec{k}) \rangle$ et $P_{\theta\theta}(k) = \langle |\theta(\vec{k})|^2 \rangle$.

Or le champ de vitesse θ est relié à la croissance des structures par le paramètre f : $\theta(k) = -f \delta_m(k)$. On peut alors directement lier le spectre mesuré $P_g^s(k, \mu)$ au spectre de puissance de la matière (si $\delta_g, b\delta_g \ll 1$) par :

$$P_g^s(k, \mu) = P_m(k)(b^2 + 2\mu^2 fb + \mu^4 f^2) = P_{gg}(k)(1 + 2\mu^2 \beta + \mu^4 \beta^2), \quad (3.52)$$

avec le biais b introduit équation 3.34 avec $\delta_g = b\delta_m$ et $\beta = f/b$. Le spectre mesuré $P_g^s(k, \mu)$ est donc directement relié au spectre réel des galaxies $P_{gg}(k)$ comme pour les BAO, mais avec des corrections dépendant de μ, f et b . C'est la formule dite de Kaiser [48].

La normalisation du spectre est usuellement définie par l'amplitude de l'écart type des fluctuations dans une sphère de rayon 8 Mpc/h :

$$\sigma_{8,g}^2(\mu) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk W_8^2(k) P_g^s(k) \quad (3.53)$$

où $W_8(k)$ correspond à la transformée de Fourier d'une fonction de fenêtrage de largeur 8 Mpc/h. A partir de l'équation 3.51, en utilisant le fait que les spectres P_{gg} , $P_{\theta g}$ et $P_{\theta\theta}$ sont isotropes, on obtient :

$$\sigma_{8,g}^2(\mu) = (b\sigma_{8,m})^2 + 2\mu^2 (br\sigma_{8,m})(f\sigma_{8,m}) + \mu^4 (f\sigma_{8,m})^2, \quad (3.54)$$

où r est le coefficient de corrélation entre les distributions de masse et de galaxies [47]. Grâce à la dépendance en μ , on peut mesurer directement à partir du spectre $P_g^s(k, \mu)$ les paramètres $f\sigma_{8,m}$, $br\sigma_{8,m}$ et $b\sigma_{8,m}$. C'est la mesure de $f\sigma_{8,m}$ qui sera l'observable utilisée pour tester la croissance des structures dans le modèle Galiléon, car le biais n'est pas modélisable.

18. On a la relation $H = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{d \ln a}{dt}$.

3.4.2 Test d'Alcock-Paczynski

Il est important de noter ici que pour extraire une mesure du taux de croissance des structures f du spectre de puissance de la matière, il faut avant toute chose faire l'hypothèse d'un modèle cosmologique. En effet, les observations sont effectuées en angles et redshifts dans l'espace réel. Pour aboutir à un mode k et à un angle μ dans l'espace comobile, il faut faire l'hypothèse d'une géométrie d'Univers donc choisir un modèle cosmologique. Les mesures tirées du spectre $P_g^s(k, \mu)$ ne sont donc a priori valables que pour un modèle cosmologique muni d'un jeu de paramètres. Cependant, il existe une manière de s'affranchir du choix d'une cosmologie en faisant une hypothèse sur la géométrie des objets observés.

Le test d'Alcock-Paczynski [49] est une mesure de la géométrie basée sur la comparaison des dimensions tangentielle et radiale d'objets, qui sont supposés isotropes dans le bon choix de modèle cosmologique [50]. Prenons un objet sphérique. Dans une cosmologie donnée, celui-ci peut apparaître ellipsoïdal pour un observateur. Si on sait que dans un espace comobile celui-ci est censé apparaître sphérique, alors on peut retrouver la cosmologie qui le fait apparaître ainsi distordu. Ce test géométrique peut donc tout à fait s'appliquer à la fonction de corrélation à deux points des galaxies que l'on suppose isotrope.

Plus formellement, considérons un objet sphérique de diamètre L_0 (voir figure 3.18). Alors sa taille angulaire comobile observée est :

$$\Delta\theta = \frac{L_0}{(1+z)D_A(z)}. \quad (3.55)$$

De même, sa dimension radiale est reliée au redshift à travers la distance propre par :

$$L_0 = \int_0^{z+\Delta z} \frac{cdz}{H(z)} - \int_0^z \frac{cdz}{H(z)} = \frac{c\Delta z}{H(z)}. \quad (3.56)$$

On construit alors le paramètre d'Alcock-Paczynski pour un objet isotrope par :

$$F(z) = \frac{\Delta z}{\Delta\theta} = (1+z) \frac{D_A(z)H(z)}{c} \quad (3.57)$$

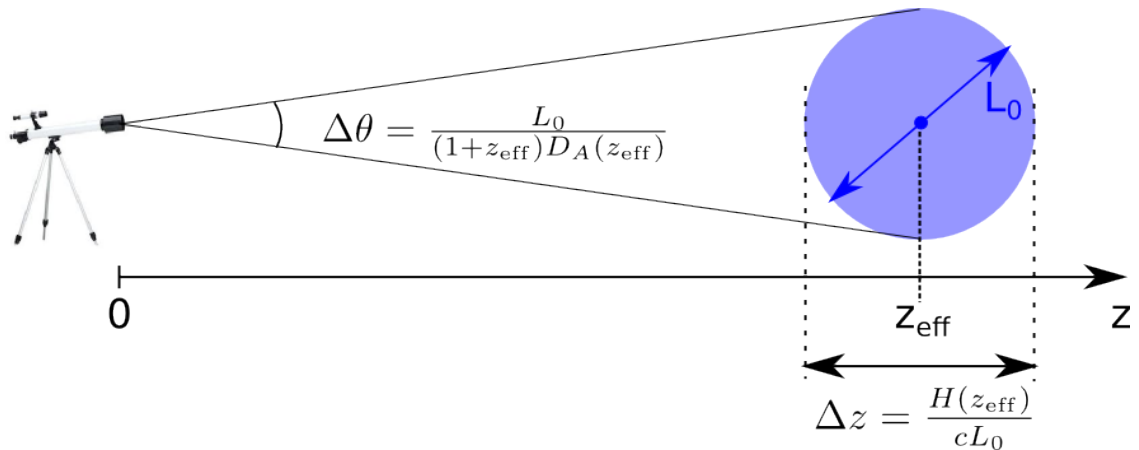


FIGURE 3.18 – Illustration de la construction du paramètre d'Alcock-Paczynski.

Dans le spectre de puissance, on n'a aucune distance caractéristique L_0 à laquelle se rattacher a priori. En revanche, le paramètre d'Alcock-Paczynski peut être ajusté sur le

spectre avec les autres grandeurs telles que $f\sigma_{8,m}$ de sorte qu'aucune cosmologie ne doit alors être supposée. En effet, en pratique, il faut toujours supposer une cosmologie pour convertir les angles et redshifts en modes \vec{k} . Cependant, on paramètre l'écart entre la cosmologie réelle et la cosmologie adoptée par deux facteurs d'échelle $f_{\perp} = D_A(z)/D_{A,fid}(z)$ et $f_{\parallel} = H_{fid}(z)/H(z)$, qui relient les valeurs observées des modes $(k'_{\perp}, k'_{\parallel})$ à leurs véritables valeurs $(k_{\perp}, k_{\parallel})$ par $k'_{\perp} = f_{\perp}k_{\perp}$ et $k'_{\parallel} = f_{\parallel}k_{\parallel}$ (\parallel et \perp sont définis par rapport à la ligne de visée). Dans le cadre du test d'Alcock-Paczynski, ces deux paramètres sont liés au seul paramètre $F(z)$ par :

$$\frac{f_{\parallel}}{f_{\perp}} = \frac{D_A(z)H(z)}{D_{A,fid}(z)H_{fid}(z)} = \frac{F(z)}{F_{fid}(z)}. \quad (3.58)$$

On peut alors choisir de fixer $f_{\parallel} = 1$ et ne s'intéresser qu'à $f_{\perp} = F(z)/F_{fid}(z)$. Avec $\mu' = k'_{\parallel}/k = \cos^2 \alpha'$, l'équation 3.52 devient alors [50] :

$$P_g^s(k', \mu') = \frac{b^2}{(F/F_{fid})^2} \left[\frac{1 + \mu'^2 \left(\frac{1+\beta}{(F/F_{fid})^2} - 1 \right)}{1 + \mu'^2 \left(\frac{F_{fid}^2}{F^2} - 1 \right)} \right]^2 P_m \left(k' \frac{F}{F_{fid}} \sqrt{1 + \mu'^2 \left(\frac{F_{fid}^2}{F^2} - 1 \right)} \right) \quad (3.59)$$

Comme précédemment, on peut alors tirer du spectre de puissance l'observable $f\sigma_{8,m}$, mais cette fois-ci accompagnée de la mesure du paramètre $F(z)$. Le paramètre $f\sigma_{8,m}$ est alors indépendant du modèle cosmologique car la cosmologie sous-jacente a été déduite du spectre à travers la recherche de $F(z)$. Cependant, pour réaliser la mesure il est nécessaire de connaître la forme du spectre de puissance de la matière P_m [50]. Ce dernier peut être obtenu par des simulations mais limite la solidité de la méthode de mesure.

z	$f\sigma_8(z)$	$F(z)$	r	Expérience	Référence
0.067	0.423 ± 0.055	-	-	6dFGRS (a)	[51]
0.17	0.51 ± 0.06	-	-	2dFGRS (a)	[52]
0.22	0.53 ± 0.14	0.28 ± 0.04	0.83	WiggleZ	[50]
0.25	0.351 ± 0.058	-	-	SDSS LRG (b)	[53]
0.37	0.460 ± 0.038	-	-	SDSS LRG (b)	[54]
0.41	0.40 ± 0.13	0.44 ± 0.07	0.94	WiggleZ	[50]
0.57	0.430 ± 0.067	0.677 ± 0.042	0.871	BOSS CMASS	[41]
0.6	0.37 ± 0.08	0.68 ± 0.06	0.89	WiggleZ	[50]
0.78	0.49 ± 0.12	0.49 ± 0.12	0.84	WiggleZ	[50]

TABLE 3.3 – Mesures de croissance des structures. r est le coefficient de corrélation entre les paramètres $f\sigma_{8,m}$ et $F(z)$. (a) L'effet Alcock-Paczynski est argumenté comme étant négligeable à bas redshift. (b) L'effet Alcock-Paczynski est pris en compte dans la mesure de $f\sigma_8$ mais aucune mesure de $F(z)$ n'est fournie.

3.4.3 Mesures

Parmi les mesures disponibles de $f\sigma_{8,m}$, j'ai pris soin de ne choisir que celles indépendantes du choix d'un modèle cosmologique. En effet, un certain nombre d'entre elles ont été dérivées dans le cadre d'un modèle Λ CDM, et ne sont donc pas appropriées pour l'étude du modèle Galiléon. Les mesures choisies sont rassemblées dans le tableau 3.3. Certaines mesures n'ont pas été dérivées avec un paramètre d'Alcock-Paczynski, car les auteurs ont justifié que l'impact du test d'Alcock-Paczynski est faible à bas redshifts¹⁹.

Comme les paramètres $f\sigma_{8,m}$ et $F(z)$ sont dérivés conjointement, la corrélation (forte) entre les deux paramètres est prise en compte. Les incertitudes invoquées ici sont en général dominées par des incertitudes systématiques liées au choix du modèle pour $P(k)$. En effet, la formule 3.52 a été dérivée à partir d'hypothèses de linéarité, mais peut être modifiée pour prendre en compte des effets non-linéaires tels que des frottements. Plusieurs choix de modélisation sont alors possibles, et n'en retenir qu'un serait un choix arbitraire non nécessairement motivé. Les mesures de la référence [50] sont par exemple pourvues d'une grande erreur systématique liée au fait que plusieurs modélisations sont retenues. On reviendra sur l'impact des non-linéarités section 4.5.1.

3.5 Résumé

En résumé, au chapitre suivant je vais utiliser les observables suivantes et détailler comment elles sont calculées dans les modèles Λ CDM, FWCDM et Galiléon :

- supernovæ de type Ia : $m_B^*(z)$;
- fond diffus cosmologique : l_a, R, z_* ;
- oscillations baryoniques acoustiques : $y_s(z)$;
- croissance des structures : $f\sigma_8(z), F(z)$.

Bibliographie

- [1] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, *et al.*, *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, The Astronomical Journal **116**, 1009 (1998), [doi:10.1086/300499](https://doi.org/10.1086/300499).
- [2] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, *et al.*, *Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae*, The Astrophysical Journal **517**, 565 (1999), [doi:10.1086/307221](https://doi.org/10.1086/307221), [arXiv:9812133](https://arxiv.org/abs/9812133) [astro-ph].
- [3] H. Sana, S. E. de Mink, A. de Koter, N. Langer, *et al.*, *Binary interaction dominates the evolution of massive stars.*, Science (New York, N.Y.) **337**, 444 (2012), [doi:10.1126/science.1223344](https://doi.org/10.1126/science.1223344).
- [4] K. Nomoto, Y. Kamiya, et N. Nakasato, *Type Ia Supernova Models and Progenitor Scenarios*, Proceedings of the International Astronomical Union **7**, 253 (2013), [doi:10.1017/S1743921312015165](https://doi.org/10.1017/S1743921312015165), [arXiv:1302.3371](https://arxiv.org/abs/1302.3371).
- [5] S. Baumont, Thèse de doctorat, Université Denis Diderot - Paris VII (2007), <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00196934>.

19. A bas décalage spectral, on a environ $F(z) \approx z$ donc f/b peut être mesuré indépendamment de la cosmologie.

- [6] A. Goobar, J. Johansson, R. Amanullah, Y. Cao, *et al.*, *The rise of SN2014J in the nearby galaxy M82* (2014), [arXiv:1402.0849](#).
- [7] M. Hamuy, M. M. Phillips, N. B. Suntzeff, R. A. Schommer, *et al.*, *The Absolute Luminosities of the Calan/Tololo Type Ia Supernovae*, *The Astronomical Journal* **112**, 2391 (1996), [doi:10.1086/118190](#).
- [8] D. Kasen et S. E. Woosley, *On the origin of the Type Ia Supernova width-luminosity relation*, *The Astrophysical Journal* **656**, 661 (2007), [doi:10.1086/510375](#), [arXiv:0609540 \[astro-ph\]](#).
- [9] O. Boulade, X. Charlot, P. Abbon, S. Aune, *et al.*, in *Astronomical Telescopes and Instrumentation*, édité par M. Iye et A. F. M. Moorwood (International Society for Optics and Photonics, 2003), pp. 72–81, <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=873928>.
- [10] J. Guy, P. Astier, S. Baumont, D. Hardin, *et al.*, *SALT2 : using distant supernovae to improve the use of type Ia supernovae as distance indicators*, *Astronomy and Astrophysics* **466**, 11 (2007), [doi:10.1051/0004-6361:20066930](#), [arXiv:0701828 \[astro-ph\]](#).
- [11] A. Conley, M. Sullivan, E. Y. Hsiao, J. Guy, *et al.*, *SiFTO : An Empirical Method for Fitting SN Ia Light Curves*, *The Astrophysical Journal* **681**, 482 (2008), [doi:10.1086/588518](#), [arXiv:0803.3441](#).
- [12] P. Astier, J. Guy, N. Regnault, R. Pain, *et al.*, *The Supernova Legacy Survey : measurement of Ω_M , Ω_Λ and w from the first year data set*, *Astronomy and Astrophysics* **447**, 31 (2006), [doi:10.1051/0004-6361:20054185](#).
- [13] D. W. Hogg, *Distance measures in cosmology*, **1**, 1 (1999), [arXiv:9905116 \[astro-ph\]](#).
- [14] J. Guy, M. Sullivan, A. Conley, N. Regnault, *et al.*, *The Supernova Legacy Survey 3-year sample : Type Ia supernovae photometric distances and cosmological constraints*, *Astronomy & Astrophysics* **523**, A7 (2010), [doi:10.1051/0004-6361/201014468](#), [arXiv:1010.4743v1](#).
- [15] A. Conley, J. Guy, M. Sullivan, N. Regnault, *et al.*, *Supernova constraints and systematic uncertainties from the first 3 years of the Supernova Legacy Survey*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **192**, 1 (2011), [doi:10.1088/0067-0049/192/1/1](#), [arXiv:1104.1443](#).
- [16] M. Sullivan, A. Conley, D. A. Howell, J. D. Neill, *et al.*, *The dependence of Type Ia Supernovae luminosities on their host galaxies*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **23**, no (2010), [doi:10.1111/j.1365-2966.2010.16731.x](#), [arXiv:1003.5119](#).
- [17] C. Lidman, V. Ruhlmann-Kleider, M. Sullivan, J. Myziska, *et al.*, *An Efficient Approach to Obtaining Large Numbers of Distant Supernova Host Galaxy Redshifts*, p. 22 (2012), [arXiv:1205.1306](#).
- [18] R. C. Bohlin et M. Cohen, *NICMOS spectrophotometry and models for A stars*, *The Astronomical Journal* **136**, 1171 (2008), [doi:10.1088/0004-6256/136/3/1171](#).

- [19] M. Betoule, J. Marriner, N. Regnault, J.-C. Cuillandre, *et al.*, *Improved photometric calibration of the SNLS and the SDSS supernova surveys*, *Astronomy & Astrophysics* **552**, A124 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201220610](#), [arXiv:1212.4864](#).
- [20] Planck Collaboration, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, p. 67 (2013), [arXiv:1303.5076](#).
- [21] W. Hu et N. Sugiyama, *Small-Scale Cosmological Perturbations : An Analytic Approach*, *The Astrophysical Journal* **471**, 542 (1996), [doi:10.1086/177989](#), [arXiv:9510117v2 \[arXiv:astro-ph\]](#).
- [22] D. J. Eisenstein et W. Hu, *Baryonic Features in the Matter Transfer Function*, *The Astrophysical Journal* **496**, 605 (1998), [doi:10.1086/305424](#), [arXiv:9709112 \[astro-ph\]](#).
- [23] R. K. Sachs et A. M. Wolfe, *Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background*, *The Astrophysical Journal* **147**, 73 (1967), [doi:10.1086/148982](#).
- [24] D. J. Fixsen, *The temperature of the cosmic microwave background*, *The Astrophysical Journal* **707**, 916 (2009), [doi:10.1088/0004-637X/707/2/916](#), [arXiv:0911.1955](#).
- [25] A. Gangui, *Cosmic microwave background bispectrum from active models of structure formation*, *Physical Review D* **64**, 043001 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.64.043001](#), [arXiv:0101453 \[astro-ph\]](#).
- [26] W. Hu et S. Dodelson, *Cosmic Microwave Background Anisotropies*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **40**, 52 (2001), [doi:10.1146/annurev.astro.40.060401.093926](#), [arXiv:0110414 \[astro-ph\]](#).
- [27] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel, *et al.*, *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological parameter results*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **208**, 19 (2013), [doi:10.1088/0067-0049/208/2/19](#), [arXiv:1212.5226](#).
- [28] A. Barreira, B. Li, C. M. Baugh, et S. Pascoli, *Linear perturbations in Galileon gravity models*, *Physical Review D* **86**, 124016 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.86.124016](#), [arXiv:1208.0600](#).
- [29] A. Barreira, B. Li, A. Sanchez, C. M. Baugh, *et al.*, *The parameter space in Galileon gravity models*, p. 21 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.103511](#), [arXiv:1302.6241](#).
- [30] Y. Wang et P. Mukherjee, *Robust dark energy constraints from supernovae, galaxy clustering, and 3 yr Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations*, *The Astrophysical Journal* **650**, 1 (2006), [doi:10.1086/507091](#), [arXiv:0604051 \[astro-ph\]](#).
- [31] Y. Wang et P. Mukherjee, *Observational constraints on dark energy and cosmic curvature*, p. 12 (2007), [doi:10.1103/PhysRevD.76.103533](#), [arXiv:0703780 \[astro-ph\]](#).
- [32] O. Elgarøy et T. Multamäki, *On using the cosmic microwave background shift parameter in tests of models of dark energy*, *Astronomy and Astrophysics* **471**, 65 (2007), [doi:10.1051/0004-6361:20077292](#), [arXiv:0702343 \[astro-ph\]](#).

- [33] E. Komatsu, K. M. Smith, J. Dunkley, C. L. Bennett, *et al.*, *Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological interpretation*, The Astrophysical Journal Supplement Series **192**, 18 (2010), [doi:10.1088/0067-0049/192/2/18](https://doi.org/10.1088/0067-0049/192/2/18), [arXiv:1001.4538](https://arxiv.org/abs/1001.4538).
- [34] Y. Wang et S. Wang, *Distance priors from Planck and dark energy constraints from current data*, Physical Review D **88**, 043522 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.043522](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.043522), [arXiv:arXiv:1304.4514v2](https://arxiv.org/abs/1304.4514v2).
- [35] E. Komatsu, J. Dunkley, M. R.olta, C. L. Bennett, *et al.*, *Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological interpretation*, The Astrophysical Journal Supplement Series **180**, 330 (2009), [doi:10.1088/0067-0049/180/2/330](https://doi.org/10.1088/0067-0049/180/2/330), [arXiv:0803.0547](https://arxiv.org/abs/0803.0547).
- [36] S. Nesseris, A. De Felice, et S. Tsujikawa, *Observational constraints on Galileon cosmology*, Physical Review D **82**, 124054 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.124054](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.124054), [arXiv:1010.0407](https://arxiv.org/abs/1010.0407).
- [37] W. J. Percival, *Large Scale Structure Observations*, pp. 1–37 (2013), [arXiv:1312.5490](https://arxiv.org/abs/1312.5490).
- [38] D. J. Eisenstein, I. Zehavi, D. W. Hogg, R. Scoccimarro, *et al.*, *Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies*, pp. 560–574 (2005), [doi:10.1086/466512](https://doi.org/10.1086/466512), [arXiv:0501171](https://arxiv.org/abs/0501171) [astro-ph].
- [39] S. Cole, W. J. Percival, J. A. Peacock, P. Norberg, *et al.*, *The 2dF Galaxy Redshift Survey : power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **362**, 505 (2005), [doi:10.1111/j.1365-2966.2005.09318.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09318.x), [arXiv:0501174](https://arxiv.org/abs/0501174) [astro-ph].
- [40] L. Anderson, E. Aubourg, S. Bailey, D. Bizyaev, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : baryon acoustic oscillations in the Data Release 9 spectroscopic galaxy sample*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **427**, 3435 (2013), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.22066.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.22066.x).
- [41] B. A. Reid, L. Samushia, M. White, W. J. Percival, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : measurements of the growth of structure and expansion rate at $z = 0.57$ from anisotropic clustering*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **426**, 2719 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21779.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21779.x), [arXiv:1203.6641](https://arxiv.org/abs/1203.6641).
- [42] A. G. Sánchez, C. G. Scóccola, A. J. Ross, W. Percival, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : cosmological implications of the large-scale two-point correlation function*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **425**, 415 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21502.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21502.x), [arXiv:1203.6616](https://arxiv.org/abs/1203.6616).
- [43] N. Padmanabhan, X. Xu, D. J. Eisenstein, R. Scalzo, *et al.*, *A 2 per cent distance to $z = 0.35$ by reconstructing baryon acoustic oscillations – I. Methods and application to the Sloan Digital Sky Survey*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **427**, 2132 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21888.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21888.x), [arXiv:1202.0090](https://arxiv.org/abs/1202.0090).

- [44] L. Anderson, E. Aubourg, S. Bailey, F. Beutler, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : Baryon Acoustic Oscillations in the Data Release 10 and 11 galaxy samples*, p. 40 (2013), [arXiv:1312.4877](#).
- [45] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. H. Jones, *et al.*, *The 6dF Galaxy Survey : baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **416**, 3017 (2011), [doi:10.1111/j.1365-2966.2011.19250.x](#), [arXiv:1106.3366](#).
- [46] N. G. Busca, T. Delubac, J. Rich, S. Bailey, *et al.*, *Baryon acoustic oscillations in the Ly α forest of BOSS quasars*, *Astronomy & Astrophysics* **552**, A96 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201220724](#), [arXiv:arXiv:1211.2616v2](#).
- [47] W. J. Percival et M. White, *Testing cosmological structure formation using redshift-space distortions*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **393**, 297 (2009), [doi:10.1111/j.1365-2966.2008.14211.x](#), [arXiv:0808.0003](#).
- [48] N. Kaiser, *Clustering in real space and in redshift space*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **227**, 1 (1987), [doi:10.1093/mnras/227.1.1](#).
- [49] C. Alcock et B. Paczyński, *An evolution free test for non-zero cosmological constant*, *Nature* **281**, 358 (1979), [doi:10.1038/281358a0](#).
- [50] C. Blake, K. Glazebrook, T. M. Davis, S. Brough, *et al.*, *The WiggleZ Dark Energy Survey : measuring the cosmic expansion history using the Alcock-Paczynski test and distant supernovae*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **418**, 1725 (2011), [doi:10.1111/j.1365-2966.2011.19606.x](#), [1108.2637](#).
- [51] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. H. Jones, *et al.*, *The 6dF Galaxy Survey : $z \approx 0$ measurements of the growth rate and σ_8* , *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **423**, 3430 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21136.x](#), [arXiv:1204.4725](#).
- [52] W. J. Percival, D. Burkey, A. Heavens, A. Taylor, *et al.*, *The 2dF Galaxy Redshift Survey : spherical harmonics analysis of fluctuations in the final catalogue*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **353**, 1201 (2004), [doi:10.1111/j.1365-2966.2004.08146.x](#), [arXiv:0406513 \[astro-ph\]](#).
- [53] L. Samushia, W. J. Percival, et A. Raccanelli, *Interpreting large-scale redshift-space distortion measurements*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **420**, 2102 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2011.20169.x](#), [arXiv:1102.1014](#).
- [54] L. Samushia, B. A. Reid, M. White, W. J. Percival, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III DR9 Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : testing deviations from and general relativity using anisotropic clustering of galaxies*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **429**, 1514 (2012), [doi:10.1093/mnras/sts443](#), [arXiv:1206.5309](#).

Chapitre 4

Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon

Sommaire

4.1 Méthodologie	122
4.1.1 Outils statistiques et numériques	122
4.1.2 Calcul des observables et des χ^2	125
4.2 Résultats ΛCDM et FWCDM	129
4.2.1 Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM	129
4.2.2 Contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM	132
4.3 Résultats Galiléon non couplé	134
4.3.1 Supernovæ	134
4.3.2 Contraintes combinées CMB+BAO	137
4.3.3 Contraintes de croissance des structures	140
4.3.4 Contraintes combinées	140
4.4 Résultats Galiléon avec couplage disformel	145
4.4.1 Contraintes combinées	145
4.5 Discussion	149
4.5.1 Non-linéarités et croissance des structures	149
4.5.2 Questions fantomatiques autour du couplage disformel	150
4.5.3 Comparaison aux autres études expérimentale sur le modèle du Galiléon	150
4.5.4 Comparaison aux modèles Λ CDM et FWCDM	153
4.6 Conclusion et perspectives	157
Bibliographie	158

DANS les chapitres précédents, nous avons décrit les équations régissant l'évolution d'un Univers dans le cadre du modèle Galiléon, et détaillé les mesures cosmologiques disponibles pour contraindre expérimentalement les paramètres du modèle. Nous allons maintenant décrire comment sont calculées les observables cosmologiques, et comment elles sont comparées aux données. Les contraintes expérimentales sur les paramètres du modèle Galiléon seront ensuite présentées, puis analysées et discutées. Ce chapitre rassemble une partie de mon travail personnel mené au cours de ma thèse et les résultats que j'ai publiés dans deux articles [1, 2].

4.1 Méthodologie

A partir des mesures et prédictions des modèles cosmologiques, on élabore une fonction de vraisemblance par le calcul de χ^2 , fonction des paramètres cosmologiques en jeu. Ces fonctions construites pour chaque sonde cosmologique peuvent être combinées et représentées en terme de densité de probabilité associée aux paramètres cosmologiques. Tous ces calculs sont effectués par un code GALILEON_COSFITTER que j'ai écrit à partir du code original COSFITTER d'Alex Conley¹. Ma contribution à ce programme a été d'implémenter la totalité des équations liées au modèle Galiléon et leur résolution numérique, de développer le calcul des observables liées au fond diffus cosmologiques et aux oscillations acoustiques de baryons, et d'introduire le calcul des observables liées à la croissance des structures.

4.1.1 Outils statistiques et numériques

4.1.1.1 Calcul de la fonction de vraisemblance

Dans la suite, j'appellerai "scénario" une réalisation particulière des équations cosmologiques pour un jeu de paramètres Galiléon $\theta = \{\Omega_m^0, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4, \bar{c}_G\}$, ou un jeu de paramètres standard $\theta = \{\Omega_m^0, \Omega_\Lambda^0/w\}$ dans un modèle Λ CDM ou FWCDM.

Pour construire la fonction de vraisemblance, la méthode utilisée est celle du programme COSFITTER pour l'exploitation des données du SNLS, adapté au modèle du Galiléon et aux autres sondes cosmologiques. Pour chaque sonde, une fonction de vraisemblance \mathcal{L} est dérivée à partir du calcul de χ^2 pour chaque scénario visité :

$$\mathcal{L}(\theta) \propto e^{-\chi^2/2}. \quad (4.1)$$

Des boucles sont réalisées sur l'ensemble des paramètres cosmologiques afin de construire cette fonction². La façon dont h et $\Omega_b^0 h^2$ sont traités sera détaillée section 4.1.2.2. On obtient alors une nappe paramétrée par les paramètres cosmologiques, normalisée à 1 pour être ensuite convertie en densité de probabilité. En effet, *in fine* nous voulons obtenir une distribution de probabilités $p(\theta | D)$ pour les paramètres cosmologiques testés θ compte tenu des données D . Cette probabilité est donnée par la formule de Bayes³ par :

$$p(\theta | D) = \frac{p(D | \theta) \times \text{prior}(\theta)}{p(D)}, \quad (4.2)$$

où $\text{prior}(\theta)$ est la probabilité a priori supposée pour les paramètres θ , appelée prior. La quantité $p(D | \theta)$ est la probabilité d'obtenir les données D dans le scénario θ : c'est la définition de la fonction de vraisemblance $\mathcal{L}(\theta)$. La quantité $p(D)$ est la probabilité intégrée d'obtenir des données D dans le modèle, parfois appelée vraisemblance marginalisée :

$$p(D) = \int d\theta p(D | \theta) \times \text{prior}(\theta) = \int d\theta \mathcal{L}(\theta) \times \text{prior}(\theta). \quad (4.3)$$

On remarque donc que dans le cas de priors plats (les paramètres cosmologiques testés sont recherchés entre deux valeurs a priori raisonnables avec des probabilités uniformes),

1. <http://casa.colorado.edu/~aaconley/Software.html>

2. On rappelle que \bar{c}_5 est calculé par l'équation d'Einstein (00) en fonction des autres paramètres.

3. La formule de Bayes ne fait toutefois pas partie du *credo* de tous les physiciens. Le point discutable dans cette formule est le choix du prior. Dans notre étude, on choisit un prior plat pour tous les paramètres et choix de paramétrisation ce qui permet notamment de largement simplifier le tracé des contours de probabilité présenté section 4.1.1.4. Mais ce choix simple, même s'il donne des résultats similaires à d'autres choix plus justes, limite la portée et la justesse de la méthode utilisée.

la surface de probabilité $p(\theta | D)$ pour les paramètres θ est obtenue simplement par la fonction de vraisemblance normalisée à l'unité :

$$p(\theta | D) = \frac{p(D | \theta) \times \text{prior}(\theta)}{p(D)} = \frac{\mathcal{L}(\theta) \times \text{prior}(\theta)}{\int d\theta \mathcal{L}(\theta) \times \text{prior}(\theta)} = \frac{\mathcal{L}(\theta)}{\int d\theta \mathcal{L}(\theta)}. \quad (4.4)$$

Or nous nous situons précisément dans ce cas-ci car nous effectuons une boucle sur tous les paramètres cosmologiques possibles sans en privilégier un en particulier. Les valeurs des paramètres testés sont donc a priori équiprobables (prior plat). Dans GALILEON_COSFITTER et COSFITTER, la fonction de vraisemblance est calculée directement par $\mathcal{L}(\theta) = e^{-\chi^2/2}$, puis est normalisée à 1 à la fin du programme pour donner la surface de probabilité $p(\theta | D)$.

4.1.1.2 Méthode de calcul numérique utilisée

Pour résoudre numériquement les équations différentielles 2.122 et 2.123, on utilise une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour calculer les fonctions $\bar{H}(z)$ et $\bar{x}(z)$ de façon itérative. Les équations sont intégrées pas à pas en partant de l'instant présent où les conditions initiales sont connues (voir section 2.3.1.2), vers le passé à grand redshift z .

J'ai optimisé le pas en z ou a de façon à éviter des divergences numériques. Cela a été difficile en raison des non-linéarités importantes contenues dans les équations à résoudre. En particulier, le pas doit être adapté selon l'ordre de grandeur de z ou a de façon à accélérer le calcul⁴ mais ne doit pas être trop grossier ni faire diverger l'intégration itérative des équations. Pour limiter ces déviations numériques, le pas d'intégration a été estimé en utilisant l'équation (00) d'Einstein 2.121 normalisée par \bar{H}^2 . Tout au long de l'intégration, je demande que cette équation soit vérifiée à 10^{-5} près à chaque pas⁵. En cas de divergence à cause d'un pas trop large, cette condition n'est plus vérifiée et cela m'amène à diminuer le pas d'intégration. Ainsi, le pas a été optimisé de $a = 1$ à $a = 10^{-7}$.

De plus, j'ai implémenté le système d'équations différentielles du modèle Galiléon dans le logiciel MATHEMATICA, ce qui m'a permis de vérifier les résultats de GALILEON_COSFITTER en utilisant les méthodes de Runge-Kutta et les méthodes plus sophistiquées présentes dans ce logiciel. Ceci m'a permis de valider l'implémentation des équations dans GALILEON_COSFITTER et leur intégration correcte par les bibliothèques numériques GSL.

A chaque itération, on vérifie aussi que les conditions théoriques présentées section 2.3.3 sont vérifiées. Les scénarios qui échouent à vérifier l'une d'entre elles sont automatiquement rejetés et leur vraisemblance mise à zéro. Le résultat de ces contraintes théoriques sera présenté dans la suite (par exemple figure 4.6) par les régions pointillées noires. La contrainte 2.130 concerne un nombre négligeable de scénarios, mais les quatre autres contraintes amènent une réduction significative de l'espace des paramètres du modèle Galiléon.

4.1.1.3 Estimation des paramètres cosmologiques

Comment exprimer correctement l'incertitude sur un des paramètres ajustés sachant que les paramètres qui ont été évalués en même temps que lui ont aussi des incertitudes ? Chacun des paramètres ajustés doit donc présenter une incertitude qui comprend l'incertitude sur les autres paramètres. Propager ces incertitudes consiste à marginaliser.

4. Il est impossible informatiquement d'envisager un pas $\Delta z = 0.0001$, suffisant pour les supernovæ de $z = 0$ à 1.4, mais bien trop petit pour calculer les observables du CMB en intégrant de $z = 0$ à $z = 10^7$.

5. Cette valeur garantit que l'impact des divergences sur l'estimation des paramètres cosmologiques sera d'ordre 10^{-5} donc négligeable au vu des incertitudes invoquées.

Pour illustrer la technique de marginalisation, nous allons prendre l'exemple d'une fonction de vraisemblance calculée à partir des données du SNLS. Ceci nous permettra d'illustrer du même coup le traitement des paramètres de nuisance α, β, M_B (voir section 3.1.3.2). Tout d'abord, on ramène la fonction de vraisemblance $\mathcal{L}(\text{cosmo}, \alpha, \beta, M_B)$ obtenue après avoir calculé les χ^2 pour tous les jeux de paramètres $(\text{cosmo}, \alpha, \beta, M_B)$, à une nappe de probabilité $p(\text{cosmo}, \alpha, \beta, M_B)$ en normalisant à l'unité. Une façon simple d'obtenir une densité de probabilité sur un nombre réduit de paramètres, par exemple les paramètres cosmologiques, est de garder les paramètres à éliminer fixés :

$$p(\text{cosmo}) \propto p(\text{cosmo}, \alpha_{\text{best fit}}^{fix}, \beta_{\text{best fit}}^{fix}, M_B^{fix}). \quad (4.5)$$

Seulement en faisant cela, on n'a pas pris en compte l'incertitude sur les paramètres fixés. L'opération a été équivalente à considérer que la densité de probabilité associée à chacun des paramètres éliminés était une fonction de Dirac, donc que les paramètres omis avaient été calculés avec une précision infinie.

Par la technique de marginalisation, on prend en compte la densité de probabilité associée à chacun des paramètres à éliminer par l'opération suivante :

$$p(\text{cosmo}) \propto \int \text{prior}(\alpha, \beta, M_B) d\alpha d\beta dM_B p(\text{cosmo}, \alpha, \beta, M_B). \quad (4.6)$$

Ceci revient à faire la moyenne, sur les différents paramètres que l'on veut omettre, de la nappe $p(\text{cosmo}, \alpha, \beta, M_B)$. On reporte leur incertitude sur les paramètres cosmologiques par cette moyenne sur les paramètres omis. Fixer les paramètres tel que dans l'équation 4.5 revient à ne prendre qu'une tranche de la nappe. Les priors sont bien entendu plats ici. L'illustration des deux méthodes est donnée figure 4.1. La méthode correcte pour évaluer la densité de probabilité d'un des paramètres du modèle est donc de marginaliser sur tous les autres paramètres.

GALILEON_COSFITTER déduit pour chaque paramètre une densité de probabilité en marginalisant sur tous les autres paramètres, et à partir de cette fonction retourne trois valeurs pour chaque paramètre ajusté (cf figure 4.2) :

- la valeur x_{max} associée au maximum de probabilité,
- l'interpolation parabolique inverse du maximum de probabilité P_{max} ,
- la valeur moyenne $\langle x \rangle$ de la densité de probabilité du paramètre et les erreurs calculées autour de la moyenne à 1σ par interpolation linéaire inverse de la fonction de probabilité cumulée $P_{cum}(\langle x \rangle) \pm 0.68/2$.

La valeur qui sera rapportée dans les tables comme la valeur ajustée sur les données sera la valeur moyenne accompagnée de ses incertitudes à 1σ supérieures et inférieures.

Notons que la région explorée de l'espace des paramètres doit être suffisamment large pour inclure la quasi-totalité⁶ de la nappe de probabilité. En effet, les intervalles explorés pour chaque paramètre doivent être suffisants pour contenir l'essentiel de la densité de probabilité du paramètre, afin de ne pas fausser le calcul de sa moyenne et de son incertitude. Les bornes de l'espace exploré sont donc choisies de façon à ne pas obtenir une nappe de probabilité tronquée à des valeurs de probabilité non négligeables, et la nappe de probabilité elle-même doit tendre vers une probabilité nulle à l'approche de ces bornes. Les contraintes théoriques exposées section 2.3.3 aident à remplir cette dernière condition.

4.1.1.4 Représentation graphique

Les nappes de probabilité obtenues sont multi-dimensionnelles. Pour les représenter graphiquement, on peut se ramener au tracé de contours de probabilité 2D pour toutes les

6. La contribution de la nappe de probabilité située en dehors de la région explorée doit être négligeable.

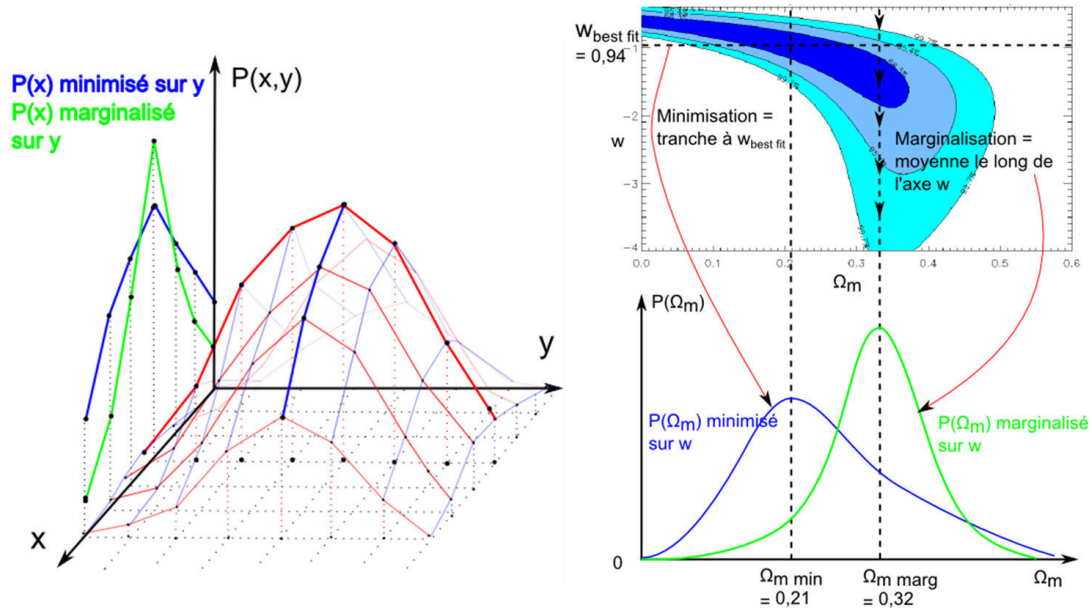


FIGURE 4.1 – Principe de la marginalisation illustré sur une nappe $p(x,y) \propto \exp(-\chi^2(x,y)/2)$. A gauche la nappe $p(x,y)$, avec en rouge les sections à x fixé et en bleu les sections à y fixé. La densité de probabilité $p(x)$ minimisée sur y correspond à une tranche $p(x, y_{\text{best fit}})$ de la nappe, celle marginalisée correspond à la moyenne de la nappe $p(x,y)$ le long de y . A droite, le principe illustré sur de vraies données SNLS : il apparaît explicitement que marginaliser et minimiser sont deux opérations qui donnent des résultats différents suivant la forme de la nappe.

paires de paramètres du modèle. La densité de probabilité 2D est obtenue en marginalisant sur tous les paramètres sauf deux, puis convertie en contour de probabilité à 68.3, 95.4 et 99.7% de niveau de confiance (correspondant à 1, 2, 3 σ pour une densité de probabilité 1D). Le contour à 68.3% de niveau de confiance signifie que l'intégrale de la densité de probabilité encadrée par le contour vaut 0.683.

Pour le modèle Galiléon comme pour les autres modèles, cette technique sera utilisée pour représenter l'allure de la nappe de probabilité. Les contours marginalisés peuvent être vus comme des projections de la nappe sur une surface 2D. Pour représenter les régions exclues par les contraintes théoriques (de probabilité nulle) sur une surface 2D, on assigne un point noir pour une probabilité marginalisée strictement nulle sur la surface 2D, ce qui signifie que dans le processus de marginalisation pour cette paire de paramètres tous les scénarios concernant cette paire de paramètres ont été exclus théoriquement.

4.1.2 Calcul des observables et des χ^2

Dans les modèles standard Λ CDM et FWCDM, on dispose d'une formule analytique pour $H(z)$ qui suffit à construire toutes les observables cosmologiques présentées au chapitre précédent. Pour le modèle Galiléon, le paramètre de Hubble $H(z)$ est obtenu par intégration des équations différentielles 2.122 et 2.123. La façon de calculer les observables cosmologiques est ensuite identique concernant les mesures de distances. Pour le calcul de l'observable $f\sigma_8$ liée à la croissance des structures, la fonction $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)$ doit aussi être calculée avec la donnée de $\bar{x}(z)$. Nous allons détailler ici précisément comment nos observables sont élaborées numériquement.

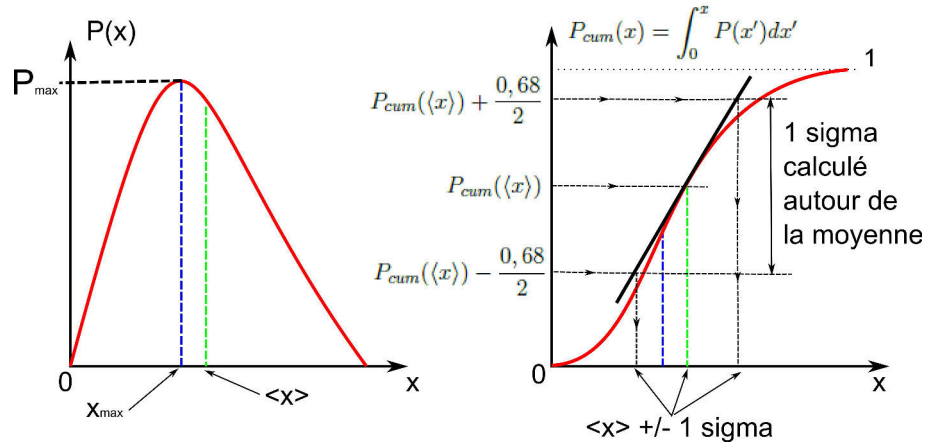


FIGURE 4.2 – Utilisation des densité de probabilité pour déduire les valeurs centrales des paramètres ajustés et leurs incertitudes.

4.1.2.1 Supernovæ

La mesure cosmologique associée aux supernovæ est le module de distance $\mu_B = \mu_B(m_{B,mes}^*, \alpha, \beta, M_B)$. Ce module dépend de paramètres de nuisance α , β et M_B qui sont ajustés aux données en même temps que les paramètres cosmologiques. Ce module de distance est comparé à la distance de luminosité théorique pour une supernova située à un redshift z convertie en magnitude⁷ :

$$m_B^*(z) = 5 \log_{10} \frac{d_L(z)}{10 \text{ pc}}. \quad (4.7)$$

Pour calculer la distance de luminosité $d_L(z)$, on néglige la densité d'énergie de radiation dans le calcul de $\bar{H}(z)$, car les mesures utilisées sont situées à des redshifts inférieurs à $z = 1.4$, donc à des époques où la radiation est largement sous-dominante. Cette simplification nous permet de gagner en rapidité de calcul car le paramètre Ω_r^0 n'est donc pas à ajuster.

Le calcul du χ^2 revient à faire le produit vectoriel :

$$\chi_{SN}^2 = (\mathbf{m}_B^{*T} - \boldsymbol{\mu}_B^T(m_{B,mes}^*, \alpha, \beta, M_B)) \mathbf{C}^{-1}(\alpha, \beta) (\mathbf{m}_B^* - \boldsymbol{\mu}_B(m_{B,mes}^*, \alpha, \beta, M_B)) \quad (4.8)$$

avec la matrice de covariance $\mathbf{C}^{-1}(\alpha, \beta)$ définie équation 3.8. On remarque donc que χ_{SN}^2 dépend des paramètres de nuisance à la fois dans les quantités comparées et dans les incertitudes.

4.1.2.2 Fond diffus cosmologique

Les observables associées au CMB sont l'échelle acoustiques l_a , le paramètre de shift R et le redshift au découplage z_* . On rappelle ici leur définition :

$$l_a = (1 + z_*) \frac{\pi D_A(z_*)}{r_s(z_*)}, \quad (4.9)$$

$$R = \frac{\sqrt{\Omega_m^0 H_0^2}}{c} (1 + z_*) D_A(z_*) = \sqrt{\Omega_m^0} \int_0^z \frac{dz'}{\bar{H}(z')}. \quad (4.10)$$

7. On omet ici la magnitude absolue M_B qui sera ajustée comme paramètre de nuisance dans μ_B .

$r_s(z_*)$ est donné par la formule 3.27 et z_* par l'équation 3.28. La référence [3] montre que la formule utilisée pour z_* est valide pour une grande plage de paramètres $\Omega_m^0 h^2$ et $\Omega_b^0 h^2$. Son utilisation est valide dans le cadre du modèle Galiléon.

Pour comparer ces observables aux prédictions théoriques, nous suivons la procédure numérique de la référence [4]. Le point clé de cette méthode est que pour chaque jeu de paramètres cosmologiques on doit minimiser χ_{CMB}^2 sur h et $\Omega_b^0 h^2$, qui apparaissent dans l'équation de z_* 3.28 et dans le calcul de $\bar{H}(z)$ à travers Ω_r^0 . On rappelle que le paramètre de densité de la radiation est calculé par $\Omega_r^0 = (\Omega_\gamma^0 h^2)(1 + 0.2271 N_{\text{eff}})/h^2$. Les quantités $\Omega_\gamma^0 h^2$ et N_{eff} étant fixées par T_{CMB} , le paramètre de densité de rayonnement Ω_r^0 est donc obtenu par la donnée de h .

Un détail important à noter est que nous devons intégrer les équations différentielles 2.122 et 2.123 de $a = 1$ à $a = 0$ pour calculer les observables du CMB. Numériquement, on ne peut cependant pas atteindre $a = 0$ ($z = \infty$) à cause de divergences numériques dans le calcul de la taille de l'horizon acoustique $r_s(z_*)$. Pour les éviter, on stoppe les calculs à $a = 10^{-7}$ et ensuite on extrapole linéairement la valeur de l'intégrale de $r_s(z_*)$ jusqu'à $a = 0$ (pour plus de détails sur la validité de cette approximation, voir l'appendice C). C'est pourquoi les contraintes théoriques présentées section 2.3.3 sont vérifiées uniquement entre $a = 1$ et $a = 10^{-7}$.

Les mesures utilisées sont celles de WMAP7 et WMAP9 résumées dans le tableau 3.1 avec leur matrice de covariance \mathbf{C}_{CMB}^{-1} . Comme mentionné dans [5], le modèle du Galiléon remplit toutes les hypothèses requises [4] pour utiliser ces mesures.

Une fois calculée dans un scénario cosmologique donné, la différence entre les prédictions $\{l_a, R, z_*\}$ et les mesures sont assemblées dans un vecteur :

$$\Delta \mathbf{V}_{CMB} = \begin{pmatrix} l_a \\ R \\ z_* \end{pmatrix} - \langle \mathbf{V}_{CMB} \rangle \quad (4.11)$$

et on calcule la contribution du CMB au χ^2 total :

$$\chi_{CMB}^2 = \Delta \mathbf{V}_{CMB}^T \mathbf{C}_{CMB}^{-1} \Delta \mathbf{V}_{CMB} \quad (4.12)$$

4.1.2.3 Oscillations acoustiques de baryons

L'observable liée au BAO est définie par $y_s(z) = r_s(z_d)/D_V(z)$. Par conséquent, la seule donnée nécessaire pour calculer cette observable dans un modèle cosmologique est la fonction $\bar{H}(z)$. Comme le calcul de l'horizon acoustique $r_s(z_d)$ implique de connaître $\bar{H}(z)$ jusqu'à⁸ $z = 10^7$, l'évolution de la densité de radiation est importante dans ce calcul. L'observable $y_s(z)$ dépend donc de la donnée de h et Ω_b^0 comme pour les observables du CMB. On suit donc la même procédure numérique qui consiste à minimiser sur ces deux valeurs. Cette minimisation peut être effectuée indépendamment de celle effectuée dans le cadre du calcul des observables du CMB. Mais si cette sonde est utilisée en même temps que les observables du fond diffus cosmologique pour dériver des contraintes sur les paramètres cosmologiques, alors l'ajustement de h et Ω_b^0 doit être commun aux deux sondes. Dans cette thèse, les deux sondes seront donc utilisées simultanément, avec une procédure de minimisation commune.

8. La même approximation que dans le cas du CMB est faite pour extrapoler l'intégrale de $r_s(z_d)$ vers $z \rightarrow \infty$.

La contribution commune du CMB et des BAO au χ^2 total est donc calculée simultanément pour les deux sondes et est donnée par :

$$\chi_{CMB+BAO}^2 = \Delta \mathbf{V}_{CMB}^T \mathbf{C}_{CMB}^{-1} \Delta \mathbf{V}_{CMB} + \sum_z \frac{(y_s(z) - y_s^{mes}(z))^2}{\sigma_{y_s}^2} \quad (4.13)$$

4.1.2.4 Croissance des structures

Dans une théorie des perturbations linéaires, la croissance des perturbations de matière $\delta_m = \delta\rho_m/\rho_m$ est gouvernée par l'équation :

$$\ddot{\delta}_m + 2H\dot{\delta}_m - 4\pi G_N \rho_m \delta_m = 0. \quad (4.14)$$

Cependant, d'après les références [6] et [4], il est préférable d'étudier la croissance des structures par la fonction $g(a) \equiv D(a)/a \equiv \delta_m(a)/(a\delta_m(1))$. Dans le cas du modèle du Galiléon, la constante de Newton G_N est remplacée par le couplage effectif $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(a)$ donné équation 2.146. La fonction $g(a)$ est obtenue en résolvant l'équation différentielle 4.14 réécrite de la façon suivante :

$$\frac{d^2 g}{da^2} + \frac{1}{a} \left(5 + \frac{a}{\bar{H}} \frac{d\bar{H}}{da} \right) \frac{dg}{da} + \frac{1}{a^2} \left(3 + \frac{a}{\bar{H}} \frac{d\bar{H}}{da} - \frac{3}{2} \frac{G_{\text{eff}}^{(\psi)}}{G_N} \frac{\Omega_m^0}{a^3 \bar{H}^2} \right) = 0. \quad (4.15)$$

Un choix naturel de conditions initiales pour $g(a)$ est $g(a_{\text{initial}}) = 1$ et $dg/da|_{a_{\text{initial}}} = 0$ [4], où a_{initial} est pris à $0.001 \approx a_* = 1/(1+z_*)$. J'ai vérifié que les contraintes dérivées à partir des mesures de croissance des structures ne dépendent pas de ce choix tant que a_{initial} est compris entre 10^{-2} et 10^{-5} . On a donc $a_{\text{initial}} \approx a_*$.

Les mesures de croissance des structures venant des distorsions dans l'espace des redshifts peuvent s'exprimer en terme de $f(a) = d \ln D(a)/d \ln a$ ou $f\sigma_8(a)$. L'observable $f\sigma_8(a)$ est connue pour être moins sensible à la normalisation globale du modèle de spectre de puissance de la matière utilisé pour dériver les mesures [7]. On choisira donc cette observable dans cette thèse.

Pour obtenir une prédiction de $f\sigma_8(a)$ dans un scénario cosmologique, on résout l'équation différentielle 4.15 pour obtenir l'évolution de la fonction $g(a)$, de laquelle on déduit $f(a)$ et $D(a)$. On calcule ensuite $\sigma_8(a)$ de la manière suivante [8] :

$$\sigma_8(a) = \sigma_8(a_{\text{initial}}) \frac{D(a)}{D(a_{\text{initial}})}, \quad (4.16)$$

où

$$\sigma_8(a_{\text{initial}}) = \sigma_8^{\text{CMB}}(a=1) \frac{D^{\Lambda\text{CDM}}(a_*)}{D^{\Lambda\text{CDM}}(a=1)}. \quad (4.17)$$

En effet, les mesures du CMB fournissent une mesure de σ_8 en $a=1$, mais dérivée dans le cas d'un modèle ΛCDM . Avec l'équation 4.17, on suppose que la normalisation du spectre du CMB est identique à l'époque du découplage pour le modèle Galiléon et les modèles standard ΛCDM et FWCDM , ce qui est cohérent avec notre hypothèse que la présence du champ scalaire Galiléon ne modifie pas la physique du plasma primordial. L'équation 4.17 permet de retirer la dépendance des mesures de WMAP et Planck au modèle ΛCDM entre $z=0$ et $z=z_*$, et l'équation 4.16 permet de recalculer ensuite l'évolution de σ_8 de $z=z_*$ à $z=0$ pour le modèle du Galiléon. A noter que ces équations ne sont valables que si $D(a)$ ne dépend pas de l'échelle k , ce qui est le cas ici car les modèles sont étudiés au niveau linéaire et il n'y a aucune dépendance en k dans $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(a)$. Dans mon premier article [1],

j'ai utilisé la valeur $\sigma_8^{\text{WMAP7}}(a=1) = 0.811^{+0.030}_{-0.031}$ de WMAP7 [9], puis dans le second [2] celle de Planck publiée entre temps $\sigma_8^{\text{Planck}}(z=0) = 0.829 \pm 0.012$. C'est cette dernière qui sera utilisée dans tous les résultats présentés dans cette thèse.

Cependant, nous avons vu que les mesures de $f\sigma_8(a)$ sont extraites du spectre de puissance de la matière en utilisant une cosmologie fiducielle, sauf si l'effet Alcock-Paczynski est pris en compte [10]. Ce dernier cas doit être préféré [11, 12], car alors les mesures sont bien indépendantes de toute hypothèse sur le modèle cosmologique. La mesure de $f\sigma_8(a)$ est associée à celle du paramètre d'Alcock-Paczynski $F(a) \equiv c^{-1}D_A(a)H(a)/a$. La seule donnée de $\bar{H}(a)$ est nécessaire pour avoir une prédiction de ce paramètre dans un modèle cosmologique.

Concrètement, dans GALILEON_COSFITTER les équations différentielles 2.122 et 2.123 sont d'abord intégrées de $a=1$ à a_{initial} pour obtenir les fonctions $\bar{H}(a)$, $F(a)$ et $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(a)/G_N$. Puis on résout l'équation d'évolution de la matière 4.15 de a_{initial} à $a=1$, ce qui nous permet d'aboutir aux prédictions sur $f\sigma_8(z)$.

Comme les mesures de $F(z)$ et $f\sigma_8(z)$ sont corrélées, une matrice de covariance \mathbf{C}_{GoS} est construite à partir des mesures du tableau 3.3. De plus l'incertitude sur σ_8^{CMB} est aussi propagée dans nos prédictions de $f\sigma_8$ sur les termes diagonaux et non-diagonaux de la matrice \mathbf{C}_{GoS} . Ensuite, un vecteur \mathbf{V}_{GoS} contenant toutes les prédictions à chaque z_i est construit :

$$\mathbf{V}_{GoS} = \begin{pmatrix} \vdots \\ f\sigma_8(z_i) \\ F(z_i) \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

La contribution de la croissance des structures au χ^2 global est alors :

$$\chi_{GoS}^2 = \Delta \mathbf{V}_{GoS}^T \mathbf{C}_{GoS}^{-1} \Delta \mathbf{V}_{GoS}, \quad (4.19)$$

avec $\Delta \mathbf{V}_{GoS} = \mathbf{V}_{GoS} - \langle \mathbf{V}_{GoS} \rangle$, où $\langle \mathbf{V}_{GoS} \rangle$ contient les mesures de la table 3.3.

Notons que l'équation 2.128 requiert une valeur pour Ω_r^0 , et donc en principe cette équation doit être résolue simultanément avec les contraintes BAO et CMB de façon à utiliser le même h . Cependant, j'ai vérifié que le paramètre h et donc la radiation n'avait aucun effet sur nos contraintes (ce qui peut être attendu car elle est sous-dominante aux époques sondées par les mesures de croissance des structures). Par conséquent, on ne minimise pas sur h pour dériver ces contraintes. La valeur de h est laissée fixée à la valeur de H_0 publiée dans la référence [13] pour accélérer les calculs.

4.2 Résultats Λ CDM et FWCDM

Dans cette partie, je vais présenter les contraintes expérimentales obtenues pour les modèles standard Λ CDM et FWCDM, avec les données choisies et le programme GALILEON_COSFITTER. Ceci a valeur de test pour vérifier que l'utilisation des données est correcte (on verra que les contraintes obtenues sont tout à fait comparables aux autres études sur le sujet), et servira à être comparé par la suite au modèle du Galiléon. En particulier, des contraintes employant les données de croissance de structures seront présentées sur ces modèles.

4.2.1 Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM

Les contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM obtenues à partir des différentes sondes sont présentées figure 4.3 et tables 4.1 et 4.2. Les contraintes obtenues sont iden-

Méthode	Ω_m^0	Ω_Λ^0	α	β	M_1	M_2	χ^2
SNLS3							
Stat only	$0.193^{+0.082}_{-0.083}$	$0.650^{+0.124}_{-0.127}$	1.451	3.165	24.037	23.962	441.2
Stat+sys	$0.178^{+0.100}_{-0.092}$	$0.664^{+0.170}_{-0.166}$	1.428	3.263	24.016	23.965	419.7
Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.178^{+0.097}_{-0.094}$	$0.664^{+0.168}_{-0.168}$	$1.428^{+0.110}_{-0.104}$	$3.263^{+0.112}_{-0.109}$	24.016	23.964	408.7
JLA							
JLA Stat+sys	$0.214^{+0.107}_{-0.105}$	$0.588^{+0.157}_{-0.159}$	0.141	3.101	24.085	24.094	691.0
JLA Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.214^{+0.107}_{-0.106}$	$0.584^{+0.158}_{-0.159}$	$0.141^{+0.006}_{-0.005}$	$3.101^{+0.083}_{-0.081}$	24.086	24.095	687.1

TABLE 4.1 – Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM obtenues à partir des données SNLS3 et JLA. Les résultats ont été obtenus soit en utilisant les incertitudes statistiques et systématiques, soit les incertitudes statistiques seulement. Dans la troisième ligne, on marginalise sur α et β , alors que dans les autres lignes α et β sont laissés fixés à leurs valeurs marginalisées. Aucune incertitude n'est donnée sur les paramètres M_1 et M_2 car ils sont marginalisés analytiquement [14]. La différence en α observée entre les données SNLS3 et JLA est simplement due à une paramétrisation différente de la largeur des courbes de lumière : pour SNLS3 le paramètre de stretch s est utilisé, alors que pour JLA c'est X_1 qui est utilisé et vaut $10 \times (s - 1)$.

Probe	Ω_m^0	Ω_Λ^0	h	$\Omega_b^0 h^2$	χ^2
CdS	$0.298^{+0.036}_{-0.031}$	$0.648^{+0.066}_{-0.071}$	-	-	8.5
BAO+WMAP9	$0.292^{+0.014}_{-0.012}$	$0.712^{+0.016}_{-0.014}$	0.681	0.0226	0.8
SNLS3+BAO+WMAP9	$0.281^{+0.013}_{-0.010}$	$0.722^{+0.015}_{-0.013}$	0.691	0.0227	423.5
JLA+BAO+WMAP9	$0.286^{+0.013}_{-0.010}$	$0.712^{+0.015}_{-0.013}$	0.689	0.0226	693.0
SNLS3+BAO+WMAP9+CdS	$0.280^{+0.012}_{-0.009}$	$0.724^{+0.015}_{-0.012}$	0.691	0.0227	435.6
JLA+BAO+WMAP9+CdS	$0.284^{+0.012}_{-0.009}$	$0.720^{+0.015}_{-0.012}$	0.689	0.0226	705.5

TABLE 4.2 – Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM obtenues à partir des diverses sondes cosmologiques. Les données SNLS3 et JLA sont utilisées avec leurs incertitudes systématiques, α et β fixés à leur valeurs marginalisées. Les quantités h et $\Omega_b^0 h^2$ sont minimisées donc aucune incertitude n'est calculée pour ces paramètres.

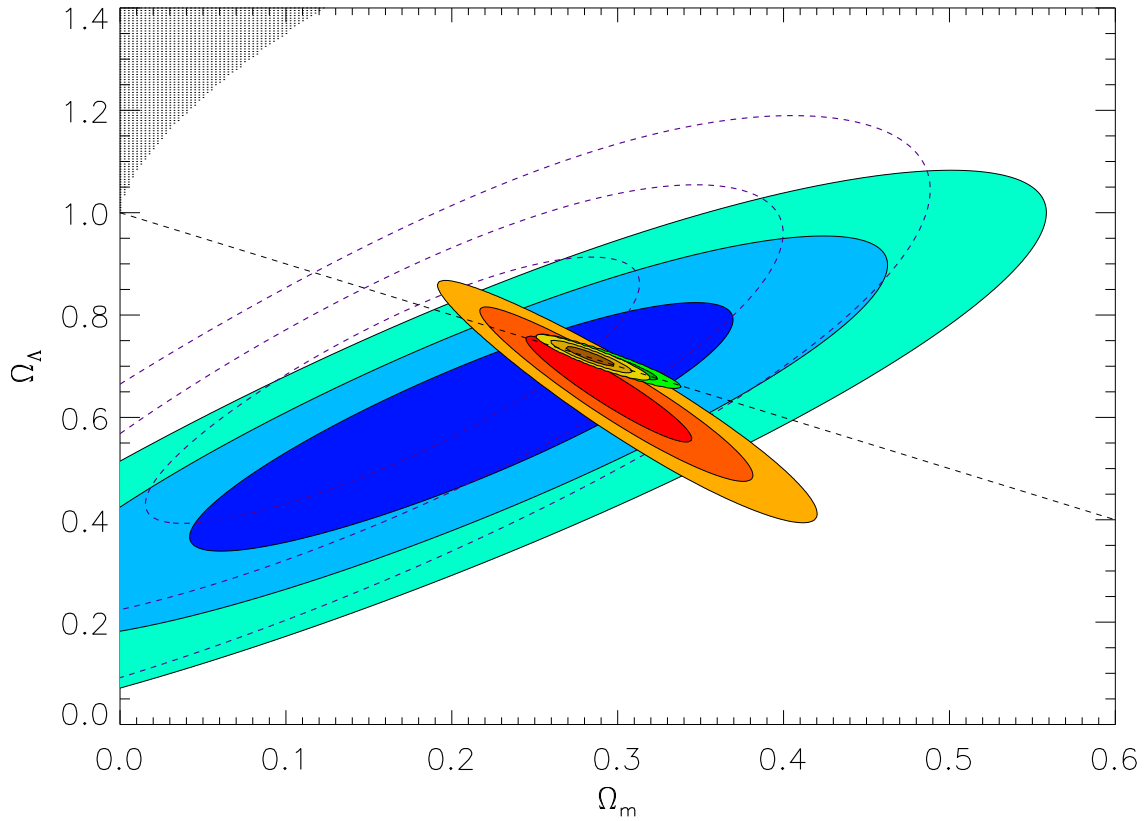


FIGURE 4.3 – Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM obtenues à partir des données JLA (bleu), BAO+WMAP9 (vert), de croissance des structures (rouge), et de toutes les sondes combinées (jaune). Le contour violet tireté représente les contraintes obtenues en utilisant les données SNLS3 seulement. La ligne pointillée noire indique la condition de platitude $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$.

tiques à celles obtenues par les différentes collaborations WMAP [15], SNLS [14, 16, 17] et BOSS [18] en se restreignant aux mesures de distances. Ceci confirme que le programme ne contient pas d'erreurs et que les données sont utilisées correctement.

On remarque que les différentes sondes sont bien complémentaires et permettent de contraindre fortement les valeurs des paramètres cosmologiques (environ 3% d'incertitudes). On note toutefois une légère tension entre les contours utilisant la croissance des structures et le contour BAO+WMAP9, en particulier en ce qui concerne les valeurs de Ω_Λ^0 .

Concernant l'utilisation des données des SNe Ia, on remarque que les données JLA favorisent des valeurs supérieures de Ω_m^0 en comparaison avec les données SNLS3. Ceci est attendu d'après les observations de la référence⁹ [17]. De plus, entre SNLS3 et JLA, on note une réduction de 10% de la surface du contour intérieur. L'ajout des supernovæ du SDSS est donc favorable à la réduction des incertitudes bien que les incertitudes systématiques soient importantes. En revanche, les incertitudes sur les valeurs des paramètres cosmolo-

9. D'après la référence [17], le nouvel étalonnage et le changement d'outil de caractérisation photométrique sont les principales causes de l'augmentation de la valeur ajustée pour Ω_m^0 dans les données JLA par rapport aux données SNLS3.

giques évoluent faiblement finalement. En ce qui concerne l'utilisation des paramètres de nuisance, on remarque que si α et β sont laissés fixés à leurs valeurs marginalisées, les valeurs ajustées des paramètres cosmologiques et leurs incertitudes ne varient quasiment pas. On peut donc se permettre, dans un souci de rapidité de calcul, de laisser ces valeurs fixées, pour un jeu de données et un modèle fixés.

4.2.2 Contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM

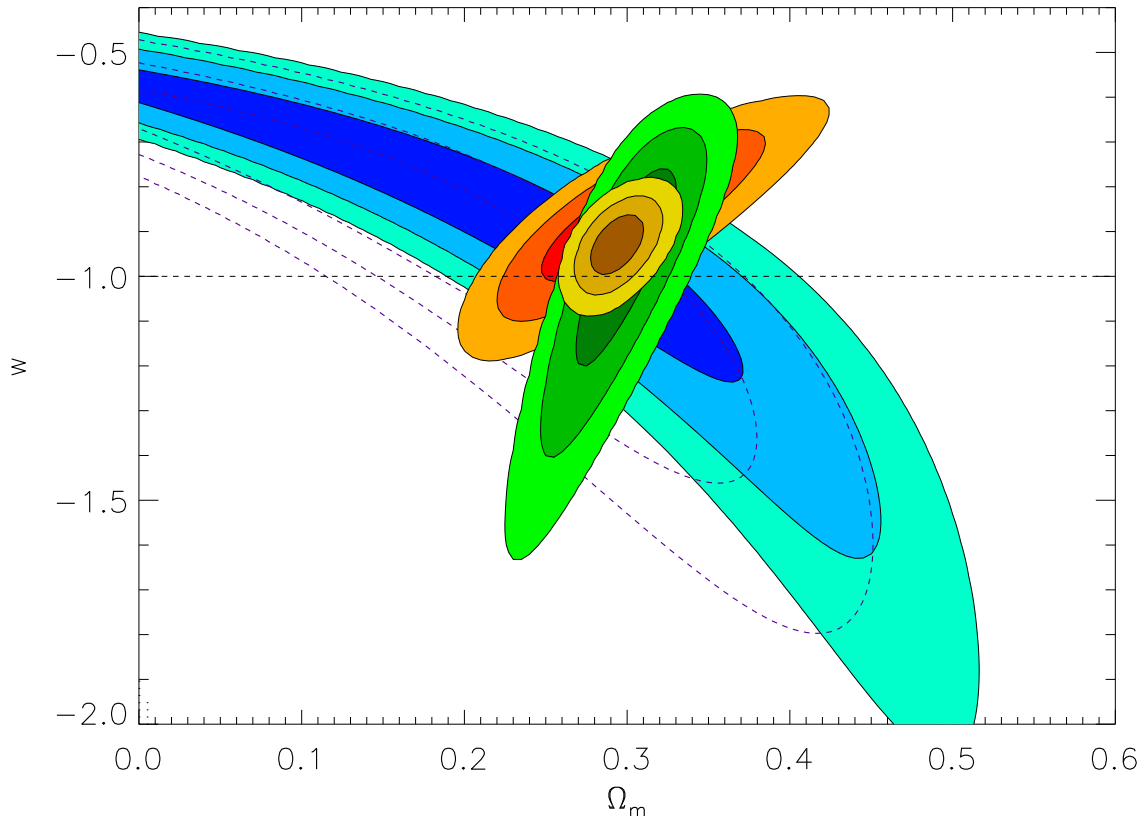


FIGURE 4.4 – Contraintes expérimentales sur le modèle Λ CDM obtenues à partir des données JLA (bleu), BAO+WMAP9 (vert), des données de croissance des structures (rouge), et de toutes les sondes combinées (jaune). Le contour violet tireté représente les contraintes obtenues en utilisant les données SNLS3 seulement. La ligne pointillée noire indique l'équation d'état d'un modèle Λ CDM $w_\Lambda = -1$.

Les contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM obtenues à partir des différentes sondes sont présentées figure 4.4 et tables 4.3 et 4.4. Les contraintes obtenues à partir des distances sont identiques à celles obtenues par les différentes collaborations WMAP [15], SNLS [14, 17] et BOSS [18]. Ceci confirme encore une fois que le programme ne contient pas d'erreurs et que les données sont utilisées correctement.

On remarque que les différentes sondes sont là encore complémentaires et permettent de contraindre fortement les valeurs des paramètres cosmologiques. Une légère tension est à noter cette fois entre la combinaison des données JLA+BAO+WMAP9 et des données de la croissance des structures sur le paramètre w_Λ . Le fait que ces dernières préfèrent des valeurs petites de w_Λ en valeur absolue entraîne que la valeur préférée pour w_Λ est différente de -1

Méthode	Ω_m^0	w_Λ	α	β	M_1	M_2	χ^2
SNLS3							
Stat only	$0.195^{+0.085}_{-0.099}$	$-0.899^{+0.157}_{-0.194}$	1.451	3.165	24.027	23.954	441.2
Stat+sys	$0.183^{+0.095}_{-0.102}$	$-0.914^{+0.172}_{-0.147}$	1.428	3.263	24.006	23.956	419.6
Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.183^{+0.094}_{-0.003}$	$-0.914^{+0.173}_{-0.225}$	$1.427^{+0.110}_{-0.104}$	$3.262^{+0.112}_{-0.109}$	24.006	23.956	408.6
JLA							
JLA Stat+sys	$0.231^{+0.113}_{-0.131}$	$-0.916^{+0.199}_{-0.282}$	0.141	3.101	24.070	24.078	691.1
JLA Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.230^{+0.114}_{-0.131}$	$-0.911^{+0.197}_{-0.281}$	$0.141^{+0.006}_{-0.005}$	$3.101^{+0.083}_{-0.081}$	24.070	24.079	679.2

TABLE 4.3 – Contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM obtenues à partir des données SNLS3 et JLA. Les résultats ont été obtenus soit en utilisant les incertitudes statistiques et systématiques, soit les incertitudes statistiques seulement. Dans la troisième ligne, on marginalise sur α et β , alors que dans les autres lignes α et β sont laissés fixés à leurs valeurs marginalisées dans le modèle Λ CDM. Aucune incertitude n'est donnée sur les paramètres M_1 et M_2 car ils sont marginalisés analytiquement [14]. Comme dans la table 4.1, la différence en α observée entre les données SNLS3 et JLA est simplement due à une paramétrisation différente de la largeur des courbes de lumière : pour SNLS3 le paramètre de stretch s est utilisé, alors que pour JLA c'est X_1 qui est utilisé et vaut $10 \times (s - 1)$.

Probe	Ω_m^0	w_Λ	h	$\Omega_b^0 h^2$	χ^2
CdS	$0.297^{+0.034}_{-0.032}$	$-0.880^{+0.084}_{-0.086}$	-	-	8.2
BAO+WMAP9	$0.298^{+0.020}_{-0.021}$	$-0.984^{+0.133}_{-0.163}$	0.682	0.0224	1.5
SNLS3+BAO+WMAP9	$0.285^{+0.016}_{-0.011}$	$-1.074^{+0.084}_{-0.077}$	0.701	0.0223	423.3
JLA+BAO+WMAP9	$0.295^{+0.015}_{-0.010}$	$-0.992^{+0.068}_{-0.060}$	0.684	0.0224	693.1
SNLS3+BAO+WMAP9+CdS	$0.289^{+0.015}_{-0.010}$	$-0.955^{+0.056}_{-0.048}$	0.685	0.0226	435.4
JLA+BAO+WMAP9+CdS	$0.294^{+0.014}_{-0.010}$	$-0.929^{+0.050}_{-0.041}$	0.678	0.0226	703.3

TABLE 4.4 – Contraintes expérimentales sur le modèle FWCDM obtenues à partir des diverses sondes cosmologiques. Les données SNLS3 et JLA sont utilisées avec leurs incertitudes systématiques, α et β fixés à leurs valeurs marginalisées. Les quantités h et $\Omega_b^0 h^2$ sont minimisées donc aucune incertitude n'est calculée pour ces paramètres.

à 1.7σ lorsque toutes les sondes sont combinées. Ce résultat un peu étonnant suggère que l'utilisation des données de croissance des structures doit être discutée (voir section 4.5.1).

Concernant l'utilisation des données des SNe Ia, on remarque que les données JLA favorisent encore des valeurs supérieures de Ω_m^0 en comparaison avec les données SNLS3. Notons aussi que les valeurs marginalisées pour les paramètres de nuisance α et β sont identiques à celles obtenues dans le modèle Λ CDM ce qui suggère que ces paramètres sont indépendants du choix de modèle cosmologique. Nous y reviendrons avec l'étude du modèle Galiléon.

Les évolutions des paramètres de densité d'énergie pour les modèles Λ CDM et FWCDM sont comparées dans la figure 4.5. On observe qu'ils se superposent quasi-parfaitement, et qu'ils présentent la succession de trois périodes au cours de l'histoire de l'Univers successivement dominée par le rayonnement, la matière et l'énergie noire comme attendu.

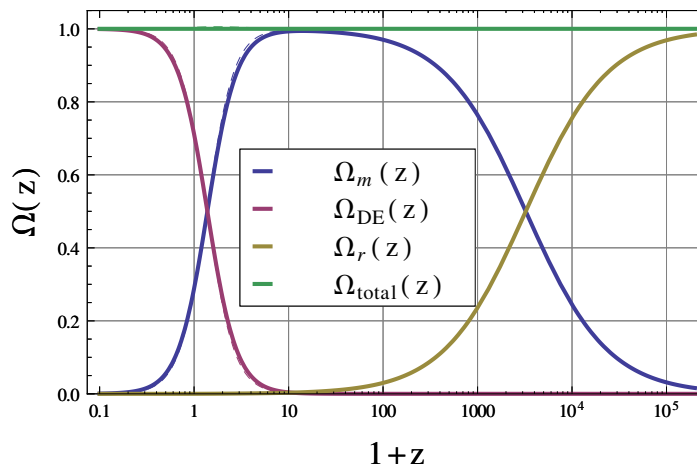


FIGURE 4.5 – Évolution de $\Omega_i(z)$ pour les modèles Λ CDM (courbes tiretées) et FWCDM (courbes pleines) pour les scénarios préférés par les données (dernières lignes des tables 4.2 et 4.4).

4.3 Résultats Galiléon non couplé

Dans cette partie, je vais présenter les contraintes expérimentales sur les paramètres d'un Galiléon non couplé ($\bar{c}_0 = \bar{c}_G = 0$) obtenus grâce aux mesures décrites au chapitre précédent. Ces contraintes ont fait l'objet d'un premier article [1], et ont été mises à jour avec les dernières données dans un second article [2].

4.3.1 Supernovæ

Les contraintes obtenues à partir des données de SNe Ia sont présentées figure 4.6 et tableau 4.5. Malgré un grand nombre de paramètres libres dans le modèle, on obtient des contours fermés dans chaque représentation 2D. Des corrélations fortes sont observées entre les \bar{c}_i , et plus spécialement entre \bar{c}_2 et \bar{c}_3 .

Notons que la valeur ajustée pour Ω_m^0 est de ≈ 0.32 avec les données JLA, supérieures à la valeur ≈ 0.27 obtenues avec les données SNLS3. Cette augmentation d'environ 1σ est aussi observée avec les données Λ CDM (voir section 4.2.1 et [17]). Les \bar{c}_i sont globalement

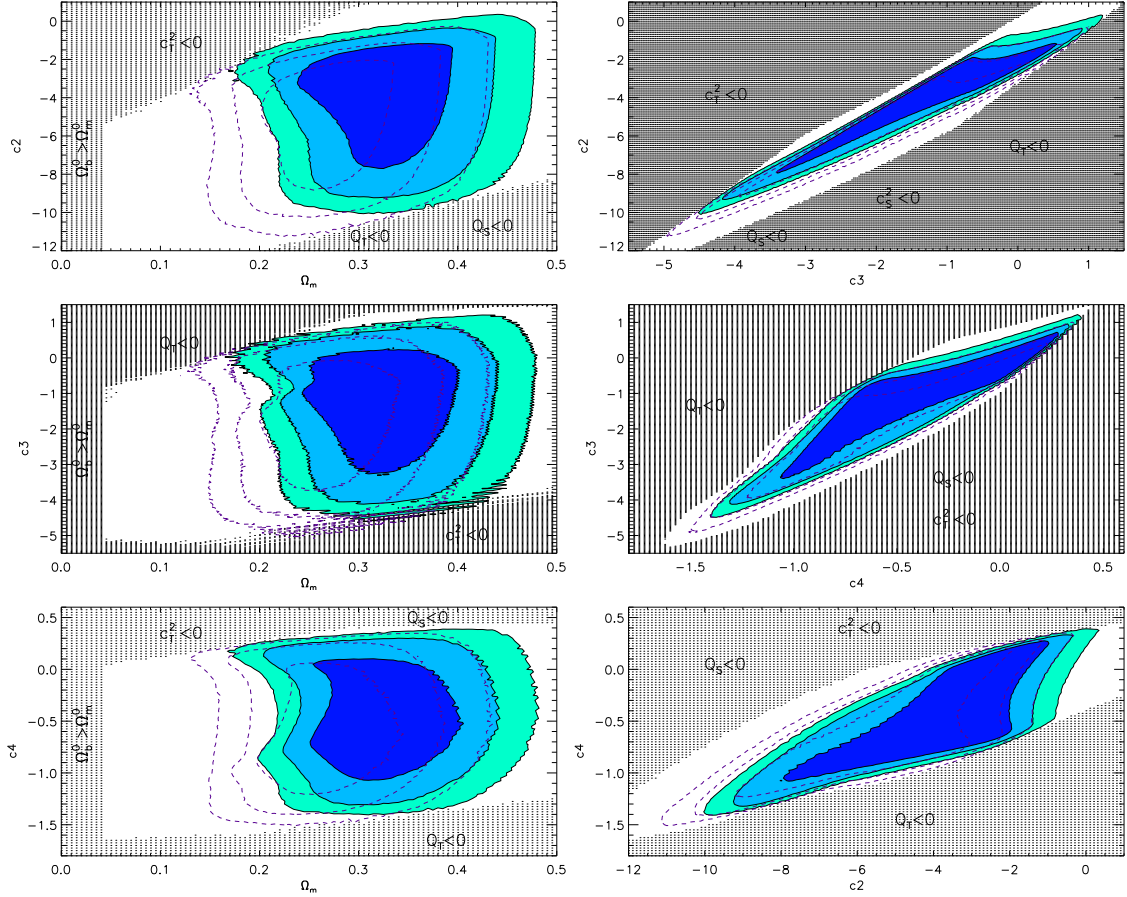


FIGURE 4.6 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues à partir des données JLA (contours pleins) et SNLS3 (pointillés), avec α et β fixés à leurs valeurs marginalisées obtenues pour le modèle Λ CDM [16]. Les contours pleins bleu foncé, intermédiaire et clair représentent des niveaux de confiance de 68.3, 95.4, et 99.7% respectivement. Ces contraintes incluent les incertitudes statistiques et systématiques. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle). Le texte écrit dans ces régions indique la contrainte théorique la plus contraignante pour chaque zone.

d'ordre ≈ -1 , et ne changent pas significativement que l'on prenne les données JLA ou SNLS3.

Dans la suite, nous allons discuter de l'impact de la fixation des paramètres de nuisance α et β sur l'estimation des paramètres cosmologiques, et de l'effet des systématiques sur les valeurs ajustées.

Méthode	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	α	β	M_1	M_2	χ^2
SNLS3									
Stat only	$0.294^{+0.045}_{-0.039}$	$-4.765^{+1.725}_{-2.921}$	$-1.586^{+0.987}_{-1.474}$	$-0.541^{+0.502}_{-0.338}$	1.451	3.165	24.022	23.951	441.8
Stat+sys	$0.273^{+0.054}_{-0.042}$	$-5.240^{+1.880}_{-2.802}$	$-1.781^{+1.071}_{-1.426}$	$-0.588^{+0.516}_{-0.348}$	1.428	3.263	23.997	23.950	420.1
Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.273^{+0.057}_{-0.042}$	$-5.235^{+1.875}_{-2.767}$	$-1.779^{+1.073}_{-1.416}$	$-0.587^{+0.515}_{-0.349}$	$1.428^{+0.121}_{-0.098}$	$3.263^{+0.121}_{-0.103}$	23.997	23.950	415.4
JLA									
JLA Stat+sys	$0.328^{+0.055}_{-0.047}$	$-4.175^{+1.726}_{-3.027}$	$-1.345^{+0.968}_{-1.542}$	$-0.475^{+0.464}_{-0.349}$	0.141	3.101	24.072	24.081	692.8

TABLE 4.5 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues à partir des données SNLS3 et JLA. Les résultats ont été obtenus soit en utilisant les incertitudes statistiques et systématiques, soit les incertitudes statistiques seulement. Dans la troisième ligne, on marginalise sur α et β , alors que dans les autres α et β sont laissés fixés à leurs valeurs marginalisées dans le modèle Galiléon. Aucune incertitude n'est donnée sur les paramètres M_1 et M_2 car ils sont marginalisés analytiquement [14]. Là aussi la différence en α observée entre les données SNLS3 et JLA est simplement due à une paramétrisation différente de la largeur des courbes de lumière : pour SNLS3 le paramètre de stretch s est utilisé, alors JLA utiliser $X_1 = 10 \times (s - 1)$.

4.3.1.1 Impact des paramètres de nuisance

Lorsque l'on marginalise sur les paramètres cosmologiques, les valeurs ajustées pour les paramètres de nuisance des SNe Ia α , β , M_1 , et M_2 dans un modèle Galiléon sont identiques à ceux publiés pour le modèle Λ CDM, comme illustré figure 4.7 et tableau 4.5. C'est un point très important à noter. Cela signifie que la modélisation empirique de la variabilité des SNe Ia à travers ces paramètres de nuisance donne les mêmes résultats dans nos deux modèles cosmologiques. C'est donc une paramétrisation robuste et a priori indépendante du choix de la cosmologie, ce qui est heureux si on considère qu'elle modélise seulement la luminosité intrinsèque de la supernova.

En principe, la méthode rigoureuse pour utiliser les données des SNe Ia est de balayer l'espace des paramètres α et β et de marginaliser sur ces paramètres pour obtenir des contraintes valables sur les paramètres cosmologiques. Cependant, il apparaît qu'une fois les valeurs de ces deux paramètres ajustées et connues dans un modèle, laisser ceux-ci fixés à leurs valeurs ajustées dans toute étude utilisant le même lot de supernova a un impact négligeable sur les valeurs des paramètres cosmologiques et leurs incertitudes (voir table 4.5). Dans le cas du Galiléon, les contours de probabilité des paramètres cosmologiques diminuent de seulement 0.7% tout en gardant leur forme. Pour des études futures utilisant les SNe Ia de JLA ou SNLS3, notre analyse démontre donc qu'il est raisonnable

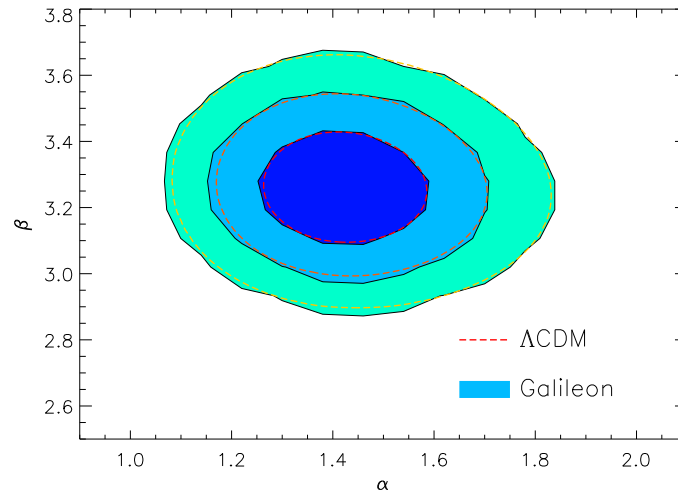


FIGURE 4.7 – Contours de probabilité pour les paramètres de nuisance des SNe Ia, marginalisés sur tous les autres paramètres du modèle. Les contours rouges tiretés représentent des contours à 68.3%, 95.4%, et 99.7% de niveau de confiance pour le modèle Λ CDM. Les contours pleins bleus correspondent au modèle du Galiléon non couplé. Les données utilisées ici sont celles de SNLS3. Notons que les deux contours sont quasi-identiques, le contour Galiléon étant seulement 2.8% plus grand en surface, ce qui est dû à des pas plus larges en α et β pour des raisons de temps de calcul et de mémoire. Voir la table 4.5 pour les valeurs numériques correspondantes.

d’ajuster les valeurs de α et β sur le modèle Λ CDM (très rapide) et d’utiliser ces valeurs fixées sur le modèle du Galiléon. Le gain en temps de calcul et en mémoire informatique est considérable pour un impact quasi-nul sur les paramètres cosmologiques.

4.3.1.2 Impact des incertitudes systématiques

A partir des résultats de la table 4.5, on note que les incertitudes systématiques ont pour effet de décaler les valeurs ajustées des paramètres du Galiléon. Ce décalage est cependant inférieur aux valeurs des erreurs statistiques.

L’ajout des systématiques a aussi pour effet d’augmenter l’aire du contour à 1σ de 53%, ce qui est bien moins que ce qui est observé pour les modèles Λ CDM et FWCDM (103% et 80% respectivement, voir [14]).

4.3.2 Contraintes combinées CMB+BAO

Les contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues avec les données CMB et BAO sont présentées figure 4.8 et table 4.7.

La combinaison des données WMAP9+BAO fournit une sonde très puissante pour contraindre le paramètre Ω_m^0 , mais équivalente aux SNe Ia concernant les paramètres \bar{c}_i . La valeur $\Omega_m^0 = 0.272^{+0.014}_{-0.009}$ est, comme pour les supernovæ, proche des valeurs obtenues dans les cosmologies standard pour ce paramètre, avec des incertitudes également petites. Cependant, les valeurs ajustées des paramètres \bar{c}_i sont équivalentes à celles obtenues avec les SNe Ia.

Pour utiliser les données CMB+BAO, h et $\Omega_b^0 h^2$ doivent être minimisées pour chaque scénario Galiléon exploré. Les valeurs minimisées de ces paramètres sont présentées dans

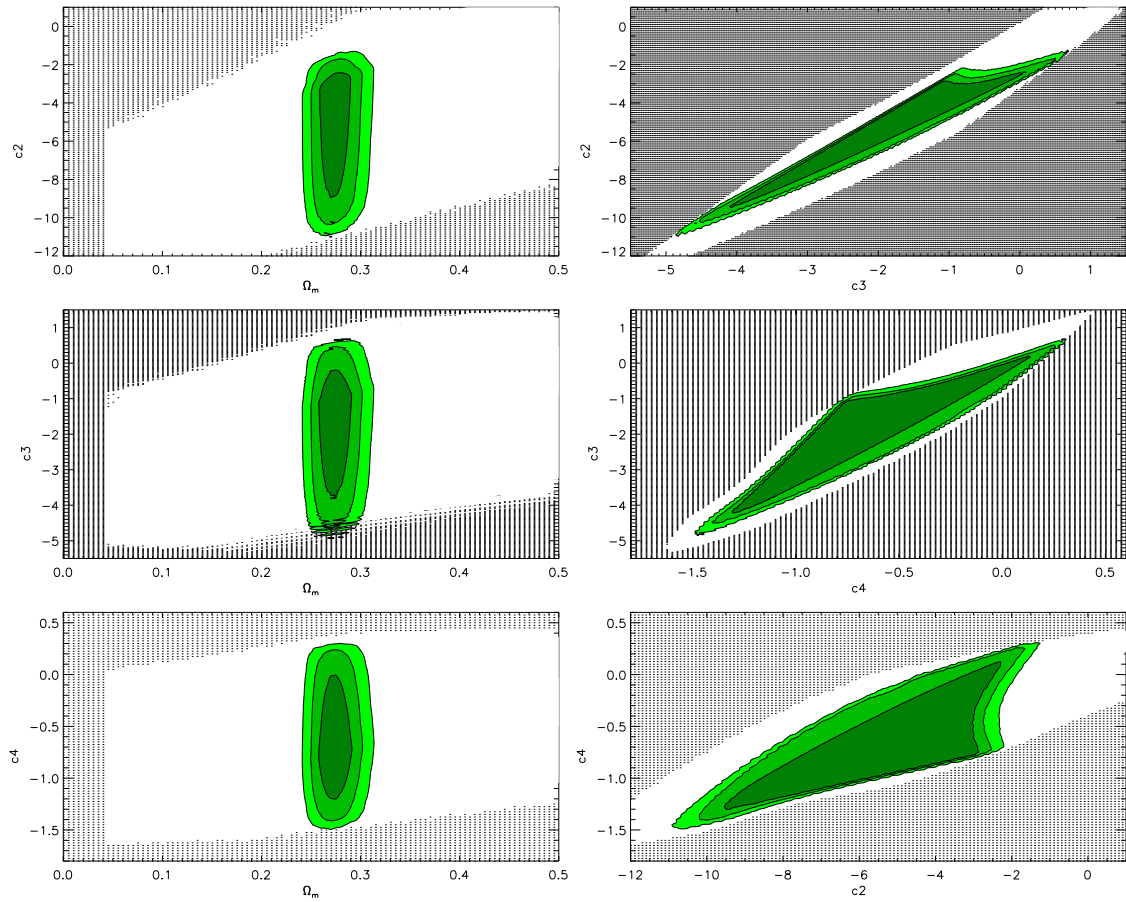


FIGURE 4.8 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues par les données WMAP9+BAO. Les contours verts foncé, intermédiaire et clair représentent les contours de probabilité à 68.3, 95.4, and 99.7% de niveau de confiance respectivement. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle).

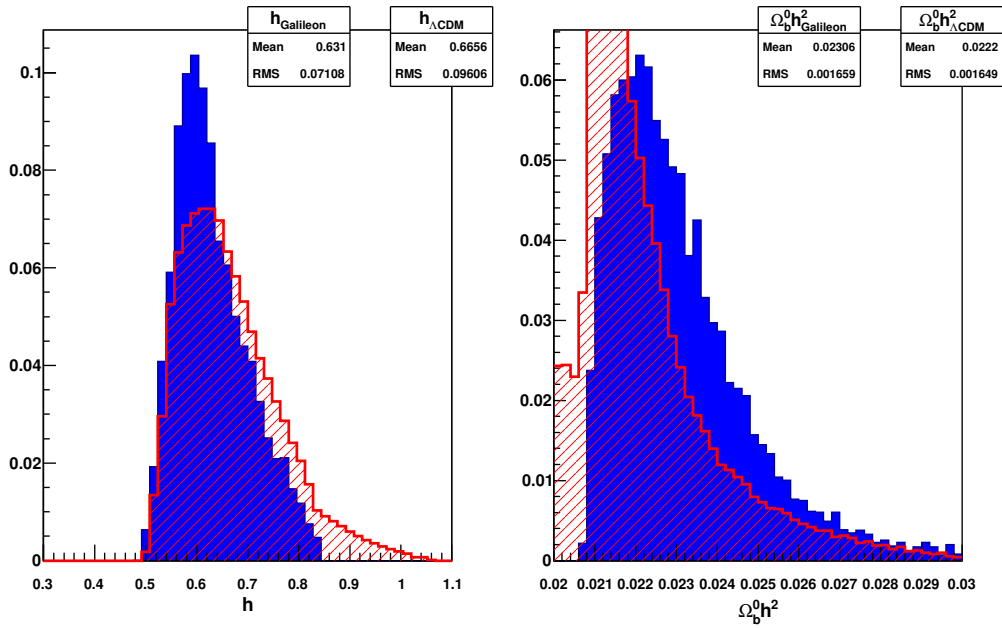


FIGURE 4.9 – Valeurs minimisées de h et $\Omega_b^0 h^2$ pour un large échantillon représentatif des scénarios testés, dans le modèle Λ CDM (histogramme rouge hachuré) et dans le modèle de Galiléon non couplé (histogramme bleu plein). Une coupure $\chi^2 < 200$ a été ajoutée pour ne comparer que des scénarios statistiquement équivalents.

les histogrammes de la figure 4.9, pour un ensemble représentatif de scénarios passant les contraintes théoriques. Elles sont aussi indiquées dans le tableau 4.7 pour le scénario cosmologique ajusté aux données (aux valeurs des paramètres marginalisés).

Pour le modèle Galiléon, la distribution de h a une moyenne de 0.65 et une dispersion de 0.10, compatible avec la mesure de H_0 [13] ou les contraintes sur h de WMAP [9, 15] et Planck [19]. La contrainte sur h est bien plus lâche pour le modèle Λ CDM. En revanche les distributions obtenues pour $\Omega_b^0 h^2$ ont la même dispersion dans les deux modèles, mais sont centrées sur des valeurs différentes (néanmoins compatibles).

4.3.2.1 Impact d'un prior sur H_0

Dans mon premier article, un prior Gaussien sur H_0 a été implémenté, utilisant la mesure du HST par Adam Riess [13] :

$$H_0 = 73.8 \pm 2.4 \text{ km/s/Mpc} \quad (4.20)$$

Cette mesure a été dérivée en utilisant des SNe Ia à bas redshifts étalonnées sur des étoiles variables Céphéides. Indépendante des autres mesures déjà utilisées, elle peut fournir une contrainte supplémentaire sur H_0 en contraignant la minimisation de h . Seulement, lorsque la collaboration Planck a publié ses résultats, un désaccord entre cette mesure et la contrainte dérivée par la collaboration Planck est apparue dans le modèle Λ CDM. Afin de mesurer l'impact que cette mesure a sur l'estimation des paramètres du Galiléon, nos contraintes ont été dérivées avec et sans prior sur H_0 . Les résultats sur Ω_m^0 et \bar{c}_2 sont présentés dans la table 4.6. On observe que l'impact de ce prior est faible dans le cas du Galiléon non couplé.

Le χ^2 aux valeurs marginalisées augmente de 0.7 à 2.1 par l'ajout du prior, traduisant une petite tension entre les données WMAP9 et la mesure de H_0 . Les mêmes observations peuvent être tirées dans le cas d'un modèle de Galiléon couplé ou dans le modèle Λ CDM. En raison de la controverse liée à la mesure de H_0 publiée par [13] et de son faible impact sur nos résultats, j'ai donc décidé de ne plus utiliser ce prior dans mon second article et dans cette thèse.

H_0 (km/s/Mpc)	Ω_m^0	\bar{c}_2	h	χ^2
73.8 ± 2.4	$0.270^{+0.014}_{-0.009}$	$-5.614^{+1.970}_{-2.650}$	0.714	2.1
No prior	$0.274^{+0.015}_{-0.009}$	$-5.467^{+1.962}_{-2.659}$	0.704	0.7

TABLE 4.6 – Impact d'un prior Gaussien en H_0 sur les contraintes expérimentales obtenues pour deux paramètres du Galiléon non couplé, avec les données BAO+WMAP9 data.

A noter qu'un nouvel étalonnage de la distance absolue de la galaxie NGC4258, un des trois jalons impliqués dans la mesure directe de H_0 de Riess et al. [13], a été publiée récemment [20]. De plus, Efstathiou et al. [21] suggère qu'un possible biais était présent dans la sélection des Céphéides utilisées pour la mesure de Riess et al. [13]. La combinaison de ces effets aboutit à une réévaluation de H_0 à :

$$H_0^{rec} = 72.5 \pm 2.5 \text{ km/s/Mpc}, \quad (4.21)$$

qui reste en tension avec la contrainte dérivée par la collaboration Planck dans le modèle Λ CDM, bien que dans une moindre mesure.

4.3.3 Contraintes de croissance des structures

Les contraintes expérimentales du modèle du Galiléon non couplé obtenues par les données de croissance des structures sont présentées figure 4.10 et tableau 4.7. Leur utilisation est commentée plus en détail section 4.5.1.

D'après la figure 4.10, on voit que cette sonde cosmologique est bien complémentaire des autres. Les valeurs des paramètres \bar{c}_i sont compatibles, mais la valeur ajustée pour $\Omega_m^0 \approx 0.21$ est en deçà de celle obtenue à partir des autres sondes, tout en restant compatible avec à 1.4σ . C'est la principale différence observée entre cette sonde et les autres. Les données associées aux croissances des structures seront dénommées par le sigle CdS dans la suite.

4.3.4 Contraintes combinées

Les contraintes sur le modèle du Galiléon non couplé utilisant l'ensemble des sondes cosmologiques sont présentées figure 4.11. La complémentarité entre les données de croissance des structures et les autres sondes se voit dans la forte réduction des contours de probabilité. La table 4.7 présente les valeurs ajustées des paramètres du Galiléon. La valeur de \bar{c}_5 est évaluée par l'équation 2.148 à :

$$\bar{c}_5 = -0.581^{+0.123}_{-0.183}. \quad (4.22)$$

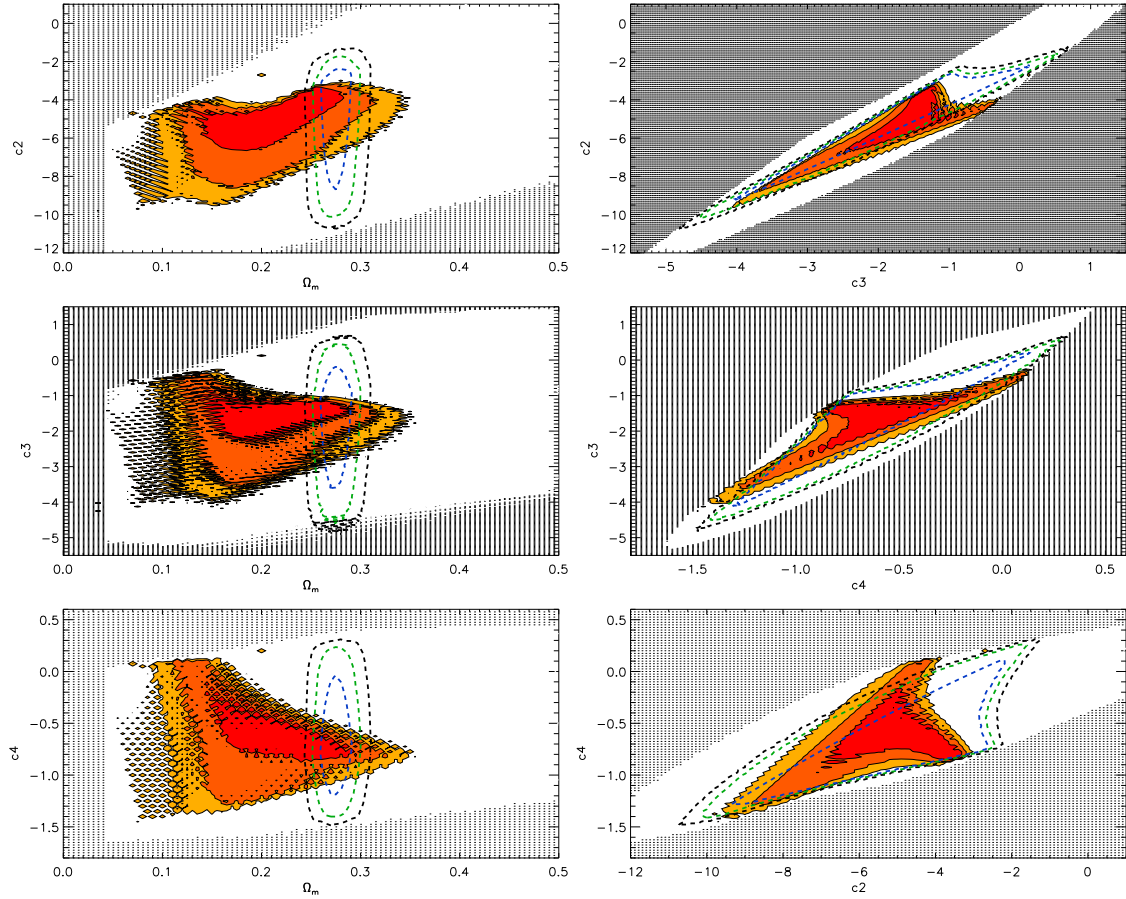


FIGURE 4.10 – Contraintes sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues par les données de croissance des structures (rouge), superposées aux contraintes obtenues avec les données JLA+BAO+WMAP9 combinées (pointillés). Les contours rouges foncé, intermédiaire et clair représente les contours de probabilité à 68.3, 95.4, and 99.7% de niveau de confiance respectivement. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle).

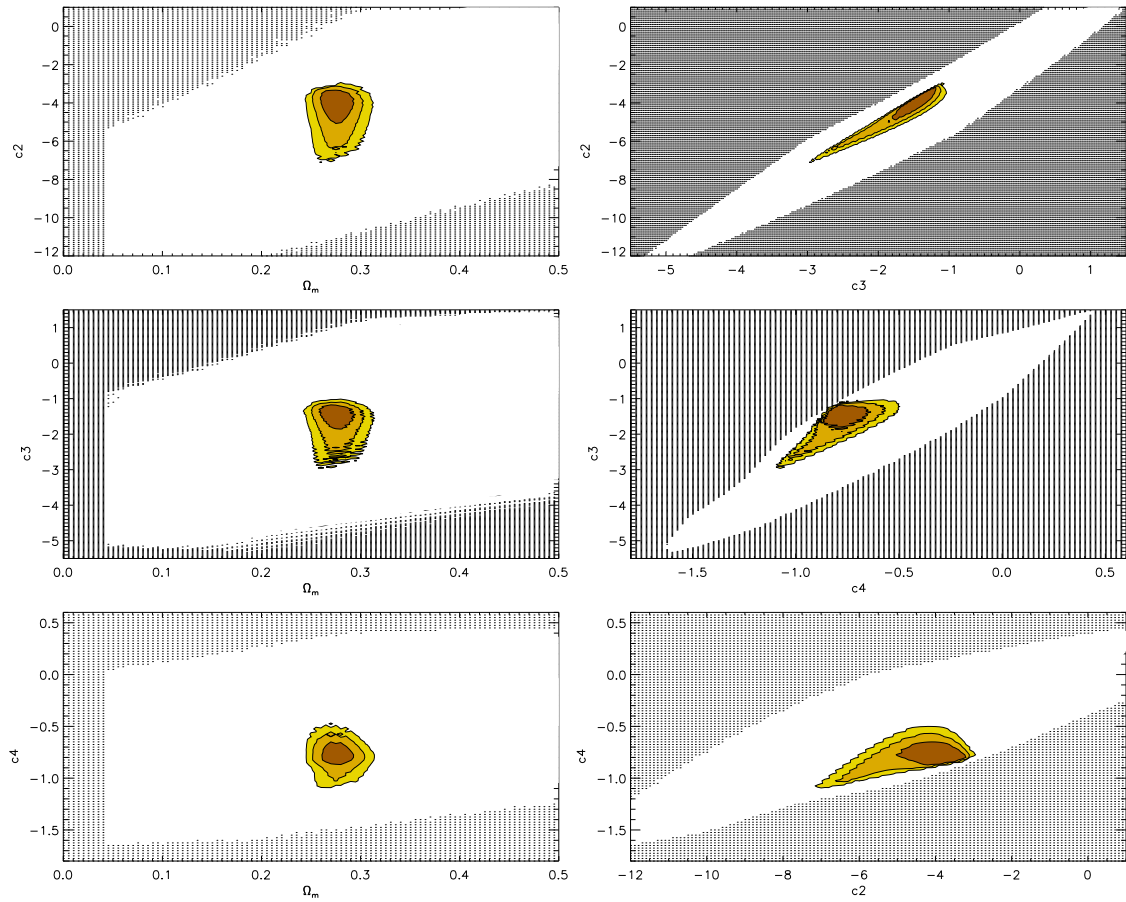


FIGURE 4.11 – Contraintes sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues en combinant toutes les données (CdS+JLA+BAO+WMAP9). Les contours jaunes foncé, intermédiaire et clair représentent les contours de probabilité à 68.3, 95.4, and 99.7% de niveau de confiance respectivement. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle).

avec les données CdS+JLA+BAO+WMAP9 (systématiques incluses). On note que des valeurs négatives pour les paramètres \bar{c}_i sont significativement préférées à au moins 5σ . On constate aussi que la valeur minimisée pour h dans le scénario Galiléon ajusté aux données est compatible avec les mesures de H_0 et H_0^{rec} .

De plus, a posteriori j'ai vérifié que les scénarios Galiléon testés présentent une densité d'énergie Ω_π négligeable lorsque l'Univers n'était encore qu'un plasma de baryons. Ceci permet de s'assurer que les formules utilisées pour les calculs de z_* et z_d sont bien valables. Au découplage, on trouve que $\Omega_\pi(z_*)$ n'est supérieur à $10\%\Omega_r(z_*)$ que pour des scénarios viables théoriquement tels que $\Omega_m^0 > 0.3$, $\bar{c}_2 > -4$, $\bar{c}_3 > -1$ et $\bar{c}_4 > 0$, donc loin des valeurs ajustées. Ce test ne peut être fait qu'a posteriori car seules la comparaison aux données permet de contraindre h et $\Omega_b^0 h^2$ et donc Ω_r^0 . Pour les scénarios Galiléon qui sont dans les contours de probabilités à au moins 3σ , on a donc un nombre négligeable de jeux de paramètres conduisant à la présence d'un peu d'énergie noire au moment du découplage.

Sonde	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	h	$\Omega_b^0 h^2$	χ^2
CdS	$0.205^{+0.046}_{-0.046}$	$-5.337^{+0.883}_{-1.293}$	$-1.721^{+0.299}_{-0.732}$	$-0.628^{+0.221}_{-0.189}$	-	-	20.1
BAO+WMAP9	$0.274^{+0.015}_{-0.009}$	$-5.467^{+1.962}_{-2.659}$	$-1.896^{+0.996}_{-1.403}$	$-0.622^{+0.462}_{-0.327}$	0.704	0.0226	0.7
SNLS3+BAO+WMAP9	$0.274^{+0.014}_{-0.009}$	$-5.463^{+1.952}_{-2.650}$	$-1.892^{+0.992}_{-1.399}$	$-0.621^{+0.462}_{-0.327}$	0.704	0.0226	422.1
JLA+BAO+WMAP9	$0.275^{+0.014}_{-0.009}$	$-5.269^{+1.832}_{-2.726}$	$-1.837^{+0.924}_{-1.408}$	$-0.630^{+0.461}_{-0.304}$	0.701	0.0227	692.5
CdS+SNLS3+BAO+WMAP9	$0.270^{+0.013}_{-0.008}$	$-4.315^{+0.525}_{-1.308}$	$-1.568^{+0.201}_{-0.808}$	$-0.759^{+0.101}_{-0.068}$	0.733	0.0220	449.9
CdS+JLA+BAO+WMAP9	$0.276^{+0.014}_{-0.009}$	$-4.278^{+0.484}_{-1.097}$	$-1.580^{+0.194}_{-0.597}$	$-0.772^{+0.102}_{-0.058}$	0.726	0.0219	720.9

TABLE 4.7 – Contraintes sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues à partir des diverses sondes cosmologiques. Les données SNLS3 et JLA sont utilisées avec leurs incertitudes systématiques, α et β fixés à leur valeurs marginalisées. Les paramètres h et $\Omega_b^0 h^2$ sont minimisés donc aucune incertitude n'est donnée pour ces paramètres.

4.3.4.1 Analyse du scénario Galiléon ajusté aux données

A quoi ressemble l'évolution du scénario d'Univers Galiléon non couplé préféré par les données ? Les évolutions de $w_\pi(z)$, $\Omega_\pi(z)$ et $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)/G_N$ pour ce scénario sont illustrées figures 4.12 et 4.13.

La figure 4.12 gauche montre que le scénario Galiléon préféré par les données alterne les périodes dominées par la radiation, la matière puis l'énergie noire comme dans un modèle Λ CDM standard. Cette alternance de trois époques est marquée aussi dans l'évolution de $w_\pi(z)$, qui tend dans le futur vers une solution $w_\pi = -1$ comme pour la constante cosmologique. La valeur $w_\pi = -1$ est de plus un attracteur des solutions du modèle Galiléon [22] (i.e. une convergence obligée du modèle), on retrouve donc expérimentalement la confirmation d'une prédiction théorique sur ce modèle. Dans la région $0 < z < 1$, où les SNe Ia sont censées contraindre fortement l'équation d'état de l'énergie noire, $w_\pi(z)$ s'écarte fortement de -1 . Notons que pour le scénario préféré par les données SNe Ia seules, la déviation est bien moins prononcée, avec une moyenne de -1.09 sur $0 < z < 1$,

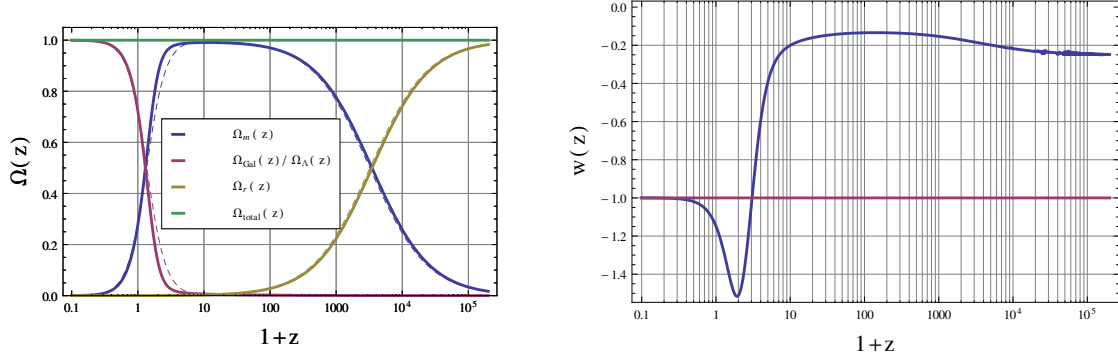


FIGURE 4.12 – Evolution des $\Omega_i(z)$ (gauche) et de $w(z)$ (droite, courbe bleue) pour le scénario Galiléon non couplé préféré par les données (dernière ligne de la table 4.7). A gauche le scénario Λ CDM préféré par les données est représentée en courbes tiretées.

ce qui est compatible avec les valeurs estimées pour w_Λ à partir des SNe Ia dans le modèle FWCDM [14].

Pendant la période dominée par la matière, le Galiléon contribue à hauteur de 0.4% de la densité d'énergie totale à $z = 10$. Pour comparaison, dans un modèle Λ CDM standard, l'énergie noire ne contribue qu'à 0.2% à ce même redshift (modèle Λ CDM plat avec $\Omega_m^0 = 0.27$). De la même manière, le Galiléon ne représente que 0.04% de la densité d'énergie totale à z_* dans le scénario préféré par les données, alors que dans un modèle Λ CDM on a $\Omega_\Lambda = 10^{-9}$ à z_* . Dans notre scénario Galiléon, l'énergie noire est donc plus présente tout le long de l'histoire de l'Univers que dans un modèle Λ CDM, mais reste négligeable durant les époques dominées par la matière et la radiation.

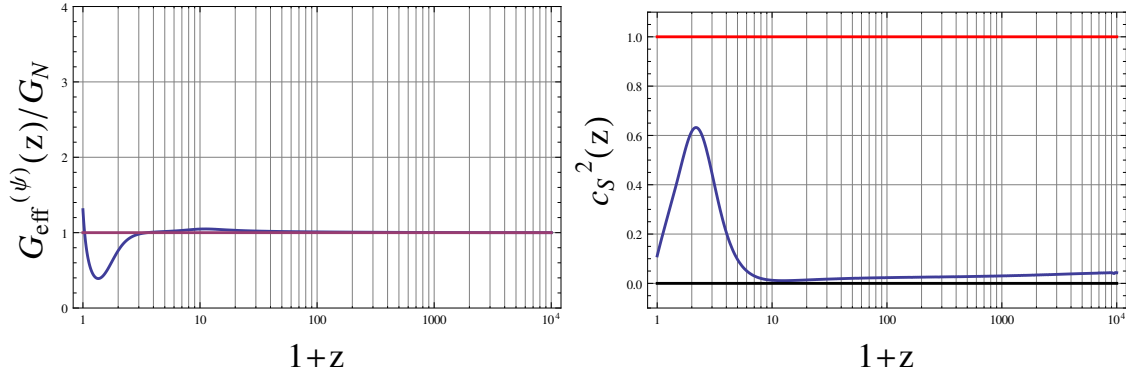


FIGURE 4.13 – Gauche : évolution de $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)/G_N$ pour le scénario Galiléon non couplé préféré par les données. Droite : évolution de la vitesse du son au carré des perturbations du champ scalaire (bleu).

La figure 4.13 montre l'évolution du couplage gravitationnel effectif $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)/G_N$ pour le scénario préféré par les données. La courbe montre un écart avec $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z) = G_N$ à $z = 0$. En particulier, la divergence qui se développe vers $z = 0$ suggère que les prédictions dans un modèle Galiléon de $f\sigma_8$ doivent être poussées au-delà du régime linéaire (voir discussion section 4.5.1). Face à un tel comportement du couplage gravitationnel, il est intéressant de

regarder l'accord entre la prédiction $f\sigma_8(z)$ et $F(z)$ pour le scénario Galiléon préféré par les données et les mesures utilisées. La figure 4.14 montre le résultat de cette comparaison. L'accord avec les données apparaît donc bon pour les modèles Galiléon et Λ CDM. On n'observe pas de désaccord majeur comme affiché dans la figure 3 de la référence [23]. A noter aussi la dispersion importante des mesures actuelles de $f\sigma_8(z)$.

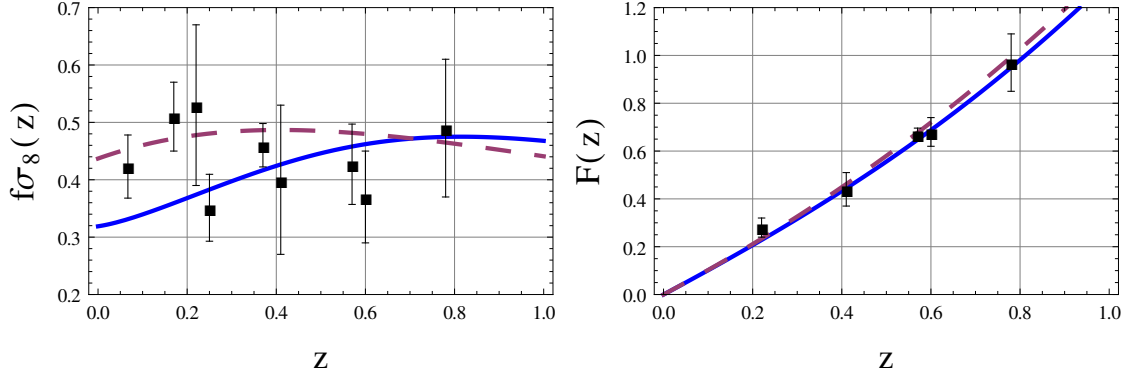


FIGURE 4.14 – Mesures de $f\sigma_8(z)$ (gauche) et $F(z)$ (droite) venant des collaborations 6dFGRS, 2dFGRS, SDSS LRG, BOSS, et WiggleZ, comparées aux prédictions des modèles Λ CDM (ligne tiretée violette) et Galiléon non couplé ajusté aux données (bleu).

4.4 Résultats Galiléon avec couplage disformel

Dans cette section, nous allons exposer les contraintes expérimentales sur un modèle de Galiléon avec couplage disformel ($\bar{c}_G \neq 0$), obtenues avec les différentes sondes cosmologiques. Contrairement à la section précédente, je n'exposerai pas toutes les sondes une à une, car pour ce modèle les temps de calcul pour construire des contours de probabilité entiers sont si longs que j'ai dû me restreindre à la région de l'espace des paramètres où les quatre sondes se combinent. Seules les données JLA+BAO+WMAP9 et les données CdS+JLA+BAO+WMAP9 permettent d'avoir une représentation non tronquée des densités de probabilité dans une fenêtre raisonnable de l'espace des paramètres. Ces résultats ont été publiés dans mon second article [2].

4.4.1 Contraintes combinées

Sonde	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	\bar{c}_G	h	$\Omega_b^0 h^2$	χ^2
Toutes	$0.279^{+0.013}_{-0.008}$	$-3.401^{+0.315}_{-0.565}$	$-1.043^{+0.195}_{-0.252}$	$-0.614^{+0.087}_{-0.076}$	$0.147^{+0.077}_{-0.060}$	0.719	0.0220	714.8

TABLE 4.8 – Contraintes sur le modèle du Galiléon couplé obtenues à partir des diverses sondes cosmologiques. Les données JLA sont utilisées avec leurs incertitudes systématiques, α et β fixés à leur valeurs marginalisées. Les quantités h et $\Omega_b^0 h^2$ sont minimisées donc aucune incertitude n'est donnée pour ces paramètres.

Les contraintes sur le modèle du Galiléon couplé utilisant toutes les données sont présentées dans les figures 4.15 et 4.16, ainsi que la table 4.8.

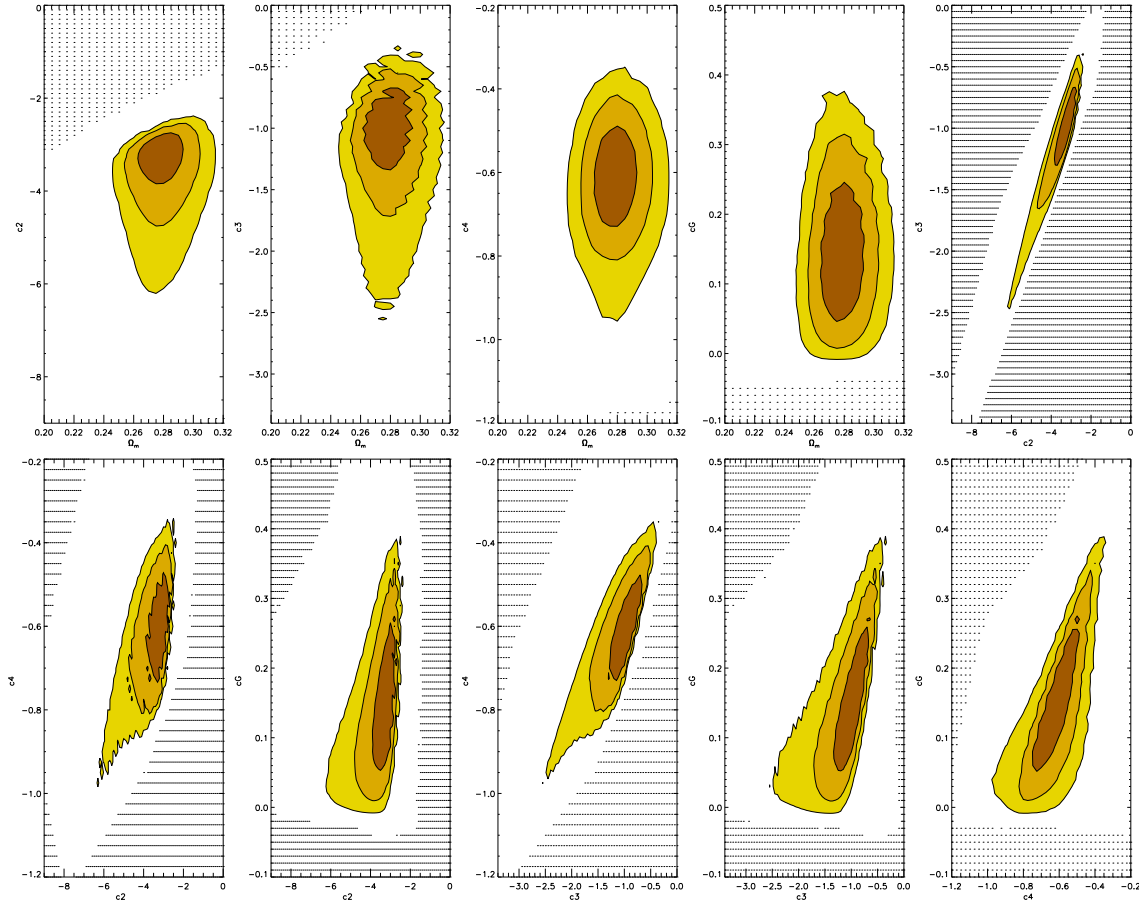


FIGURE 4.15 – Contraintes sur le modèle du Galiléon couplé obtenues en combinant toutes les données (CdS+JLA+BAO+WMAP9). Les contours jaunes foncé, intermédiaire et clair représentent les contours de probabilité à 68.3, 95.4, and 99.7% de niveau de confiance respectivement. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres totalement exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle).

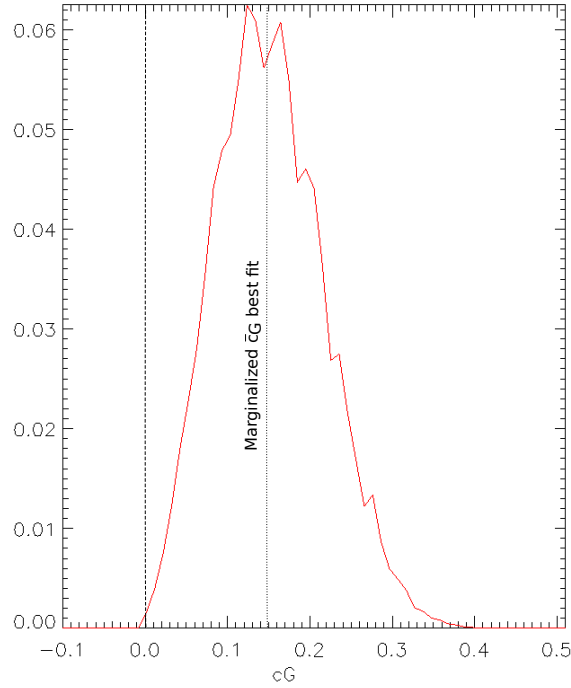


FIGURE 4.16 – Densité de probabilité du paramètre \bar{c}_G obtenue en utilisant l'ensemble des données et en marginalisant sur tous les autres paramètres.

Comme dans le cas non couplé, la valeur ajustée de Ω_m^0 se trouve autour de 0.28. Les valeurs estimées pour \bar{c}_2 et \bar{c}_3 se sont décalées mais restent compatibles à 1σ avec les valeurs estimées dans le cas non couplé, ce qui n'est pas le cas pour \bar{c}_4 . D'après la table 4.8, $\bar{c}_G = 0$ est exclu à 2.5σ , et par conséquent le χ^2 final est meilleur que dans le cas non couplé.

La densité de probabilité obtenue pour \bar{c}_G (figure. 4.16) montre clairement qu'une valeur non nulle pour ce paramètre est préférée, à 2.5σ . Le Galiléon disformellement couplé à la matière est donc en meilleur accord avec les données que le modèle non couplé. Il est intéressant de noter que dans la théorie du Galiléon ce couplage est inévitable si on considère une construction avec des dimensions supplémentaires.

4.4.1.1 Analyse du scénario Galiléon ajusté aux données

Le scénario du Galiléon couplé préféré par les données ressemble encore une fois à un scénario Λ CDM classique avec trois périodes dominées successivement par la radiation, la matière et l'énergie noire. Le paramètre d'équation d'état $w_\pi(z)$ évolue fortement au cours du temps (voir figure 4.17), mais de la même manière que dans le cas non couplé.

La figure 4.18 montre l'évolution du couplage gravitationnel effectif $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)/G_N$ pour le scénario préféré par les données, ainsi que celle de la vitesse du son $c_s^2(z)$. On observe encore une fois un écart avec $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z) = G_N$ à $z = 0$. Mais de même, la figure 4.19 montre le bon accord avec les données de $f\sigma_8(z)$ et $F(z)$ pour les modèles Galiléon et Λ CDM.

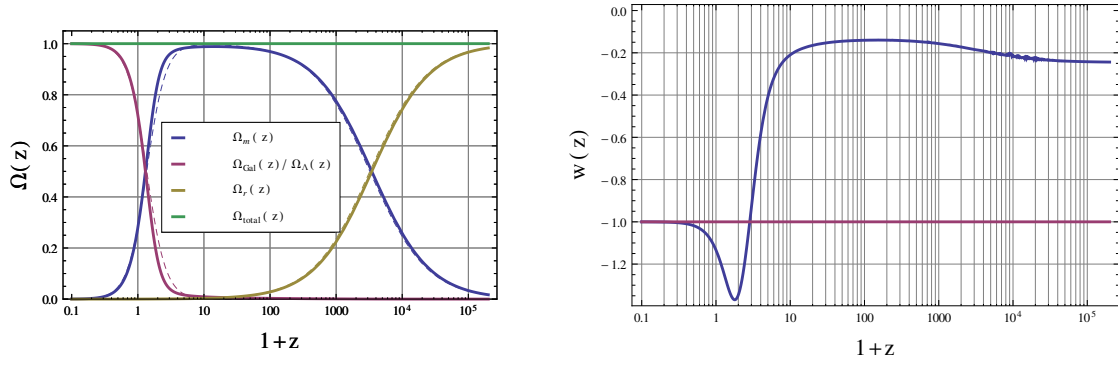


FIGURE 4.17 – Évolution de $\Omega_i(z)$ (gauche) et de $w(z)$ (droite, courbe bleue) pour le scénario Galiléon non couplé préféré par les données (dernière ligne de la table 4.8). A gauche, les courbes tiretées correspondent au scénario Λ CDM ajusté aux mêmes données.

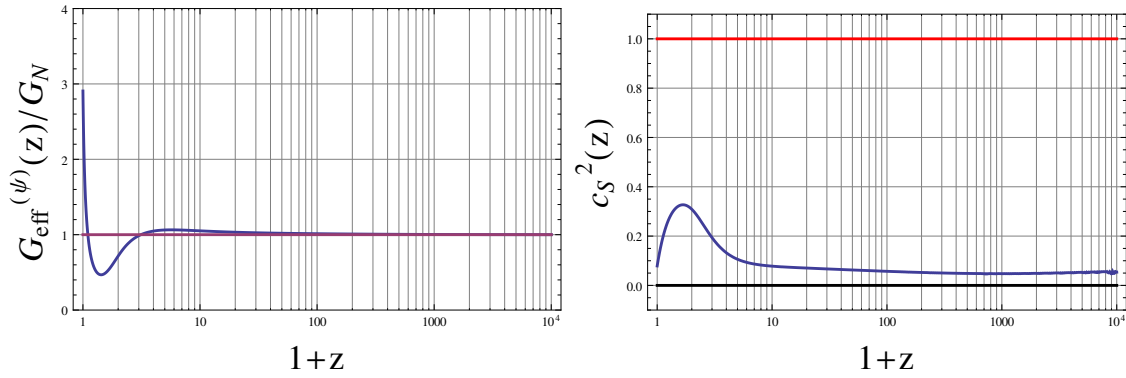


FIGURE 4.18 – Gauche : Evolution de $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)/G_N$ pour le scénario Galiléon non couplé préféré par les données. Droite : évolution de la vitesse du son au carré des perturbations du champ scalaire (bleu).

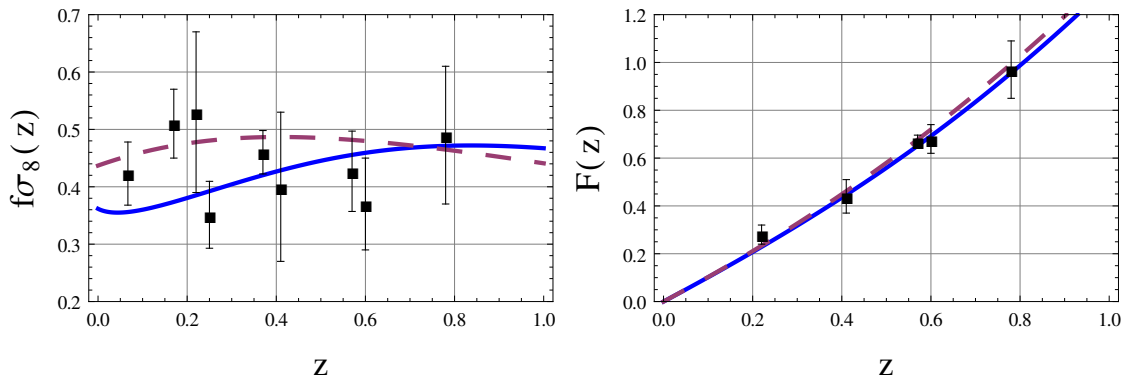


FIGURE 4.19 – Mesures de $f\sigma_8(z)$ (gauche) et $F(z)$ (droite) venant des collaborations 6dFGRS, 2dFGRS, SDSS LRG, BOSS, et WiggleZ, comparées aux prédictions des modèles Λ CDM (avec les paramètres de la table 4.2 - ligne tiretée violette) et Galiléon non couplé (avec toutes les données).

4.5 Discussion

4.5.1 Non-linéarités et croissance des structures

L'utilisation des données de croissance des structures appelle quelques commentaires. Ces données sont essentielles pour pouvoir distinguer un modèle de gravité modifiée d'un modèle reposant sur la Relativité Générale. Elles sont donc utilisées par un très grand nombre d'études phénoménologiques sur les modèles cosmologiques alternatifs, et donc notre étude ne peut y échapper.

Cependant, dans ce travail ainsi que dans les autres, un certain nombre d'hypothèses ont dû être faites concernant l'importance des non-linéarités dans la formation des structures, à la fois au niveau des prédictions théoriques que nous élaborons, mais aussi au niveau expérimental lorsque les observables sont extraites des mesures du spectre de puissance de la matière.

Tout d'abord, au niveau expérimental il est déjà observé qu'une modélisation linéaire du spectre de puissance par la formule de Kaiser 3.52 n'est pas en bon accord avec les données à partir des échelles $k > 0.05 h\text{Mpc}^{-1}$ [24, 25]. Or pour extraire leurs mesures de $f\sigma_8(z)$, les différentes collaborations utilisent les échelles comprises entre 0.1 et $0.4 h\text{Mpc}^{-1}$, et donc des modélisations non-linéaires des spectres de puissance. Par conséquent, en toute rigueur, nous devrions aussi adopter dans nos prédictions des modélisations non-linéaires. Cependant celles-ci sont impossibles à mettre en place dans les codes standard. Des simulateurs à N-corps spécialisés tels HALOFIT ou GADGET devraient être utilisés, même pour dériver des contraintes expérimentales sur les modèles ΛCDM et FWCDM . Notons que certaines collaborations telles que WiggleZ assignent une incertitude systématique importante sur la modélisation non-linéaire de leur spectre [25]. Dans le cadre du modèle FWCDM , j'obtiens une contrainte combinée en désaccord avec $w_\Lambda = -1$ à 1.7σ , ce qui semblerait indiquer que notre utilisation des données de croissance des structures n'est pas idéale (la collaboration WiggleZ trouve bien un accord avec $w_\Lambda = -1$ [26]), mais pas significativement incorrecte non plus.

Ensuite, au niveau théorique, l'utilisation d'une théorie linéarisée pour la gravité Galiléon est peut-être insuffisante. En effet, rappelons que cette théorie de gravité modifiée fait appel au mécanisme de Vainshtein pour restaurer la Relativité Générale aux petites échelles. Or ce mécanisme repose précisément sur les non-linéarités de la théorie, lesquelles sont négligées. La question se pose de savoir si elles sont négligeables aux échelles k mises en jeu dans les mesures utilisées.

Des progrès sur l'inclusion des non-linéarités ont été récemment réalisés par des simulations à N-corps dans une gravité Galiléon [27, 28, 29]. Des spectres de puissance de la matière ont été calculés pour différents modèles Galiléon en incluant certaines non-linéarités. Dans la référence [27], le modèle Galiléon cubique (avec $c_4 = c_5 = 0$) a été étudié. Il est montré que pour les échelles k comprises entre 0.1 et $0.4 h\text{Mpc}^{-1}$ (celles incluses dans les mesures utilisées dans cette thèse), la déviation entre une théorie Galiléon linéarisée et une théorie non-linéaire est de seulement $\approx 5\%$, et seulement à des redshifts en deçà de 0.2. Les auteurs ont ensuite étudié un modèle Galiléon quartique, dont les résultats sont présentés dans la référence [28]. Des déviations importantes apparaissent entre les versions linéaire et non-linéaire de la théorie dans la prédiction du spectre du champ de vitesse $P_{\theta\theta}$ (celui qui nous intéresse pour le calcul des distorsions dans l'espace des redshifts), mais les auteurs recommandent que des simulations plus précises soient conduites avant d'avoir des conclusions fermes sur ces déviations (en particulier il faudrait selon eux inclure une dépendance spatiale à $G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z)$). Enfin, [29] montre que le modèle du Galiléon complet (celui étudié ici) possède des solutions non physiques dans les régions

denses en matière, ce qui les a empêchés de conduire des simulations pour ce modèle. Selon les auteurs, ces solutions non-physiques sont dues soit au modèle du Galiléon lui-même, soit aux approximations réalisées pour inclure les non-linéarités dans leurs calculs. Des études supplémentaires sont donc encore à produire pour aboutir à une simulation fiable de la croissance des structures dans une gravité Galiléon.

Ces différents bémols apportés à l'utilisation d'une théorie linéaire pour établir nos prédictions sur la croissance des structures dans les modèles cosmologiques, et dans le modèle Galiléon en particulier, montrent que les données de croissance des structures ne seront pas aussi déterminantes que ce que l'on pouvait imaginer, en tout cas tant que les prédictions numériques ne sont pas plus fiables. Dans cette thèse, les contraintes expérimentales incluant les données de croissance des structures restent intéressantes à considérer, mais doivent être regardées avec un œil critique. Les contraintes expérimentales utilisant les autres données sont quant à elle tout à fait fiables.

4.5.2 Questions fantomatiques autour du couplage disformel

L'espace des paramètres explorés dans cette étude est défini par les contraintes théoriques exposées section 2.3.3, qui garantissent que les scénarios Galiléon étudiés ne contiennent pas de problèmes de fantômes ou d'instabilités.

Récemment, les références [30] et [31] ont mises en avant que certaines théories proches des théories Galiléon pouvaient mener à des problèmes de fantômes lorsqu'un couplage disformel en mis en jeu. Les problèmes ne se posent pas dans un contexte cosmologique, mais lorsque l'on considère une solution Galiléon autour et à l'intérieur d'un objet massif. C'est pourquoi des contraintes théoriques issues de ces travaux ne sont pas utilisées. Il faut noter que notre modèle ne correspond pas exactement aux différents cas étudiés. Cependant, en suivant des raisonnements similaires à ceux décrits dans [30], j'ai vérifié que notre modèle de Galiléon couplé évite probablement ces problèmes de fantômes grâce à une compensation entre les Lagrangiens \mathcal{L}_5 et \mathcal{L}_G (le Lagrangien \mathcal{L}_5 n'est pas considéré dans les travaux [30]). Par conséquent, nos contraintes expérimentales peuvent être valides aussi à l'intérieur des objets massifs, mais dériver des contraintes anti-fantômes pour s'assurer que c'est bien le cas sort du cadre de cette étude où l'on ne s'intéresse qu'aux solutions cosmologiques.

4.5.3 Comparaison aux autres études expérimentale sur le modèle du Galiléon

Dans cette section, je vais discuter des autres études qui ont établi des contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon (non couplé).

4.5.3.1 Comparaison aux études antérieures à ce travail

Référence A12 [32] : Les travaux de A12 ont conclu que le Galiléon était exclu significativement par les données cosmologiques, car ils aboutissaient à une différence en χ^2 de $\Delta\chi^2 = 31$ entre le modèle du Galiléon non couplé et le modèle Λ CDM. De plus, dans l'espace des paramètres qu'ils ont explorés, ils obtenaient une longue région de scénarios dégénérés (même χ^2). Dans mon étude, j'obtiens une différence $\Delta\chi^2 = 15.4$ et des contours de probabilité fermés avec un minimum unique.

Bien que les mêmes équations soient utilisées dans les deux études, des différences dans les méthodologies existent. Mes calculs reposent sur l'introduction d'une reparamétrisation qui rend nos solutions indépendantes du choix de la condition initiale x_0 , alors que dans

[A12](#) ils fixent une condition initiale $x_i = x(z_i = 10^6)$ à partir d'une valeur de $\rho_\pi(z_i)$, paramètre libre de leur modèle. Ceci ressemble à notre tentative pour fixer les conditions initiales à partir de l'équation d'Einstein (00) à $z = 0$, mais ici à $z = 10^6$. Au lieu de résoudre un polynôme d'ordre 5 pour calculer x_i , les auteurs font l'approximation que le terme de coefficient c_5 est dominant à $z = 10^6$ (ce qui est tout à fait vrai). L'espace des paramètres explorés est donc différent, et il est probable que l'approximation réalisée ait permis de lever partiellement la dégénérescence que nous observions en utilisant une méthode équivalente. Cependant, elle semble subsister et empêche de définir un scénario clairement unique compatible avec les données. Leur conclusion que le modèle du Galiléon est rejeté par les données actuelles est donc trop dure.

De plus, nous appliquons plus de contraintes théoriques que dans [A12](#). En particulier, les contraintes sur les perturbations tensorielles nous ont permis de lever une dégénérescence entre les paramètres \bar{c}_4 et \bar{c}_5 . Il est probable de nouveau que cette dégénérescence persiste dans [A12](#).

Références [F10](#) [22] et affiliées : Dans [F10](#), une reparamétrisation des paramètres originaux c_i est proposée comme dans ce travail, mais en renormalisant par une solution obtenue dans un espace de de Sitter (Univers sans matière avec seulement de l'énergie noire). Ce choix est justifié car cette solution est un attracteur en $z \rightarrow \infty$ des autres solutions cosmologiques [22]. Cette nouvelle paramétrisation amène à fixer leurs paramètres " \bar{c}_2 " et " \bar{c}_3 " en fonction de leurs paramètres " \bar{c}_4 " et " \bar{c}_5 " (notés α et β dans leur article), mais requiert deux conditions initiales pour résoudre les équations différentielles. Ces dernières sont ajustées aux données au même titre que les autres paramètres cosmologiques. Les auteurs montrent dans un autre article [5] que sans données de croissance des structures les valeurs obtenues pour leurs paramètres " \bar{c}_4 " et " \bar{c}_5 " sont du même signe et du même ordre de grandeur que les nôtres, malgré des paramétrisations différentes.

En revanche, un second article [O13](#) [23] incluant les données de croissance des structures montre que le modèle du Galiléon est exclu à 10σ par ces dernières. La première différence par rapport à notre travail repose sur le traitement des conditions initiales, et l'utilisation de conditions théoriques supplémentaires s'appliquant dans le futur (alors que nous nous restreignons au passé de l'Univers). En particulier, une condition théorique imposant l'absence de divergences du couplage $G_{\text{eff}}^{(\psi)}$ dans le passé et le futur est appliquée. Or ces divergences sont probablement dues à une modélisation insuffisante de la gravité Galiléon par une théorie linéarisée, et non à un réel problème de stabilité inhérent à la théorie Galiléon. Leur espace des paramètres exploré est donc plus étroit que le nôtre, ce qui peut expliquer que notre scénario compatible aux données soit exclu du leur.

De plus, la référence [O13](#) utilise des mesures de $f\sigma_8$ non corrigées par l'effet Alcock-Paczynski. Elles reposent donc sur une cosmologie fiducielle Λ CDM. Pour établir leurs prédictions, les auteurs utilisent la valeur de $\sigma_8(z = 0)$ fournie par la collaboration WMAP7 [9], laquelle a été obtenue dans le cadre d'un modèle Λ CDM aussi. Plus concrètement, l'évolution utilisée dans cet article pour l'évolution de $\sigma_8(z)$ est :

$$\sigma_8^{\text{Gal}}(z) = \sigma_8^{\text{WMAP7}}(z = 0) \frac{D(z)}{D(0)}. \quad (4.23)$$

Ceci implique que la théorie Galiléon prédit un spectre de puissance de la matière identique à celui du modèle Λ CDM à $z = 0$, ce qui n'est pas garanti [33]. Nous préférons utiliser les valeurs de $\sigma_8(z = 0)$ fournies par les collaborations WMAP ou Planck pour fixer la normalisation du spectre à $z \approx z_*$ (voir équation 4.16), et non à $z = 0$. Les différentes évolutions de la croissance des structures dans les modèles Λ CDM et Galiléon sont donc

bien prises en compte. Au final, l'accord avec les données de croissance des structures est correct pour les deux modèles (voir les figures 4.14 et 4.19), contrairement à ce qui est avancé dans la figure 3 de la référence O13.

4.5.3.2 Comparaison aux études postérieures à ce travail

Référence B13a [34] : B13a a récemment fourni des contraintes expérimentales sur les paramètres du Galiléon, en utilisant le spectre complet du CMB (WMAP9 [15]), alors que nous n'utilisons que trois paramètres dérivés. Les jeux de données par ailleurs utilisés sont identiques aux nôtres, et les auteurs concluent à un bon accord entre les données et le modèle du Galiléon non couplé, sans les contraintes de la croissance des structures sur lesquelles ils restent prudents.

B13a utilise une méthode différente de la nôtre pour lever la dégénérescence observée entre les paramètres originaux c_i : ceux-ci sont redéfinis par les ratios $c_i/c_3^{i/3}$. Leur méthode pour calculer les conditions initiales du modèle est différente et plus complexe que la nôtre. Mais malgré ces différences, la comparaison de leurs paramètres ajustés aux données avec les nôtres est possible car nous avons la relation :

$$\frac{\bar{c}_i}{\bar{c}_3^{i/3}} = \frac{c_i}{c_3^{i/3}}. \quad (4.24)$$

	Ω_m^0	$\bar{c}_2/\bar{c}_3^{2/3}$	$\bar{c}_4/\bar{c}_3^{4/3}$	$\bar{c}_5/\bar{c}_3^{5/3}$
Cette thèse	$0.274^{+0.014}_{-0.009}$	$-3.57^{+1.79}_{-2.47}$	$-0.27^{+0.27}_{-0.24}$	$0.12^{+0.23}_{-0.39}$
B13a	0.273 ± 0.010	$-4.04^{+0.35}_{-0.34}$	$-0.171^{+0.035}_{-0.032}$	$0.046^{+0.014}_{-0.017}$

TABLE 4.9 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé comparés à celles publiées dans la référence B13a, utilisant les données SNLS3+WMAP9+BAO. \bar{c}_5 est dans notre cas calculé par l'équation 2.148. Les deux jeux de paramètres s'accordent à moins de 0.3σ pour tous les paramètres.

Ceci nous permet d'avoir une idée de l'impact de l'utilisation du spectre de puissance du CMB par rapport aux distances qui en sont dérivées. Les résultats utilisant les données SNLS3+BAO+WMAP9 sont comparés pour les deux études dans le tableau 4.9. Les deux résultats apparaissent tout à fait compatibles bien que les méthodologies soient différentes. Les estimations du paramètre Ω_m^0 sont comparables du point de vue des valeurs et de leurs incertitudes. Par contre, les incertitudes estimées pour les paramètres $c_i/c_3^{i/3}$ sont environ dix fois plus petites que les nôtres, grâce à l'utilisation du spectre complet du CMB.

Pourquoi le CMB peut-il être si contraignant à une époque où le Galiléon est sous-dominant dans le contenu énergétique de l'Univers ? Les paramètres dérivés du CMB que nous utilisons contiennent des informations venant essentiellement du premier pic acoustique. Or celui-ci fournit l'essentiel des contraintes sur les paramètres cosmologiques comme nous l'avons étudié section 3.2. Dans le cadre du modèle Galiléon, il permet de contraindre fortement Ω_m^0 , et par l'hypothèse de platitude de l'Univers, les paramètres \bar{c}_i . L'utilisation du spectre complet ne devrait pas a priori apporter beaucoup plus de contraintes. Sauf que la référence [33] montre que la prédiction du spectre du CMB à basses échelles l est

très sensible aux paramètres du Galiléon, car cette partie du spectre est affectée par l'effet ISW qui intègre des effets à grande échelle sur l'évolution de l'Univers. Le modèle du Galiléon est donc très sensible à cette partie du spectre, même si celle-ci est mesurée avec une grande incertitude à cause du problème de la variance cosmique (voir section 3.2.1.2). Or cette information n'est pas contenue dans les données que nous utilisons. Dans B13a, les auteurs montrent même que le Galiléon s'ajuste mieux aux mesures du spectre du CMB que le modèle Λ CDM, en particulier grâce à un meilleur accord entre la prédiction et les mesures à bas l .

4.5.4 Comparaison aux modèles Λ CDM et FWCDM

Sondes	JLA+BAO+WMAP9	CdS+JLA+BAO+WMAP9
Λ CDM	693.0	705.5
FWCDM	693.1	703.3
Galiléon non couplé	692.5	720.9
Galiléon couplé	693.2	714.8

TABLE 4.10 – χ^2 globaux obtenues aux valeurs marginalisés des scénarios cosmologiques préférés par les données, pour différents modèles et différents jeux de données.

La table 4.10 rappelle les valeurs des χ^2 obtenus pour les deux modèles Galiléon et les modèles standard Λ CDM et FWCDM. Si on considère toutes les données sauf celles liées à la croissance des structures, alors tous ces modèles s'accordent aux données avec le même χ^2 . Lorsque l'on ajoute les données liées à la croissance des structures, l'augmentation du χ^2 est plus défavorable au modèle du Galiléon qu'aux modèles standard. Cependant, il faut noter que la différence en χ^2 est faible devant la valeur des χ^2 en jeu, et que pour tous ces modèles on constate une tension entre les contraintes expérimentales liées à la croissances des structures, et celles des autres sondes. On peut donc conclure que le modèle du Galiléon n'est pas significativement défavorisé par les données cosmologiques actuelles, d'autant plus qu'il s'accorde aussi bien aux données JLA+BAO+WMAP9 que le modèle Λ CDM. Le modèle du Galiléon est donc une bonne alternative à la constante cosmologique pour modéliser l'énergie noire.

Dans les détails, on constate que les valeurs ajustées pour le paramètre Ω_m^0 sont similaires dans tous ces modèles. Cependant, la valeur de h semble mieux s'accorder aux mesures locales de H_0 [13, 21] dans le modèle Galiléon que dans les modèles standard. Au regard des χ^2 obtenus, tous les modèles s'accordent aussi bien aux données des supernovæ. Par contre, les modèles Galiléon sont légèrement favorisés par les données BAO+WMAP9 par rapport aux modèles Λ CDM et FWCDM. Ce sont donc les données de croissance des structures qui font la différence au niveau des χ^2 globaux, avec toutes les mises en garde déjà mentionnées sur leur utilisation.

4.5.4.1 Utilisation de critères statistiques

Jusque là, nous avons comparé simplement les χ^2 obtenus pour qualifier le relatif bon accord des modèles cosmologiques vis à vis des données. Mais, puisque l'on compare des modèles avec des nombres différents de paramètres libres, et de complexité différente, d'autres critères peuvent aider à comparer ces modèles. Une revue de l'ensemble de ces critères de comparaison de modèles est présentée dans la référence [35].

Une façon simple d'affiner l'information donnée par la différence des χ^2 est de s'intéresser aux nombres de degrés de liberté des modèles. Ce nombre n_{dof} est donné par :

$$n_{dof} = n_d - n_p + n_c, \quad (4.25)$$

où n_d est le nombre de mesures utilisées, n_p est le nombre de paramètres libres et n_c est le nombre d'équations de contraintes liant ces paramètres. Pour le Galiléon, ce nombre n'est cependant pas calculable, car les paramètres \bar{c}_i apparaissent très corrélés. Le nombre n_c est donc inconnu. L'idéal serait de pouvoir calculer un nombre effectif de degrés de liberté pour ce modèle, ce qui peut être évalué dans le cadre du critère d'information sur la déviance (DIC) que nous discuterons par la suite.

Comme notre code d'analyse nous donne accès aux fonctions de vraisemblance complètes, des critères précis tels que le facteur de Bayes (voir [36, 37, 38] et plus particulièrement [35, 39, 40]) ou le critère d'information de déviance (DIC, voir [41, 42]) peuvent être utilisés. Le critère d'information d'Akaike (AIC) et le critère d'information bayésien (BIC) utilisés dans la référence [5] sont des approximations des deux premiers critères cités, utilisant seulement le maximum de la fonction de vraisemblance et non la totalité de la fonction. Ceux-ci ne donnent donc pas plus d'informations que la différence des χ^2 globaux déjà obtenus.

Dans ma thèse, j'ai étudié plus en détails le facteur de Bayes et le critère DIC. Le facteur de Bayes entre deux modèles i et j est défini par :

$$B_{ij} = \frac{p(D \mid \text{modèle } i)}{p(D \mid \text{modèle } j)}, \quad (4.26)$$

avec on le rappelle $p(D, \text{modèle } i)$ la vraisemblance marginalisée, qui se réécrit donc :

$$B_{ij} = \frac{\int d\theta_i \mathcal{L}_i(\theta_i) \times \text{prior}(\theta_i)}{\int d\theta_j \mathcal{L}_j(\theta_j) \times \text{prior}(\theta_j)}. \quad (4.27)$$

Cette quantité est malheureusement très sensible aux priors, qui certes dans notre cas sont plats, mais reflètent uniquement le fenêtrage choisi dans l'espace des paramètres. Ils ne reflètent en rien une connaissance que nous aurions a priori des paramètres cosmologiques (d'autant plus dans le cas du Galiléon). Cette dépendance dans les priors plats est assez simple à voir. La quantité $\int d\theta_i \mathcal{L}_i(\theta_i)$ est environ égale à l'intégrale de la fonction de vraisemblance à l'intérieur des contours à 3σ (en dehors, $\mathcal{L}_i(\theta_i)$ devient de plus en plus négligeable). En revanche, le prior est environ égal à l'inverse du volume d'espace des phases exploré. Par conséquent, le facteur de Bayes B_{ij} revient à faire le rapport des intégrales $\int d\theta_i \mathcal{L}_i(\theta_i)$ multiplié par le rapport des volumes d'espace des phases. La dépendance des priors est donc forte dans B_{ij} ¹⁰, et différents tests sur des fenêtrages différents ont pu m'amener tour à tour à exclure le modèle Galiléon ou exclure le modèle Λ CDM. Cette méthode apparaissant peu fiable pour comparer deux modèles si différents, je me suis tourné vers le critère DIC.

10. Une remarque à ce propos est établie dans la référence [40].

Le critère DIC repose sur le calcul de la déviance de la fonction de vraisemblance $\text{Dev}(\theta) = -2 \log p(D | \theta) + C$ (avec C une constante qui n'a pas d'importance ensuite dans le calcul du critère). La quantité $p(D | \theta)$ est encore une fois la fonction de vraisemblance $\mathcal{L}(\theta)$ calculée par notre programme. Un nombre effectif de degrés de liberté peut être estimé par :

$$p_D = \overline{\text{Dev}(\theta)} - \text{Dev}(\bar{\theta}), \quad (4.28)$$

où les $\bar{\theta}$ sont les valeurs marginalisées pour les paramètres θ et $\overline{\text{Dev}(\theta)}$ est la moyenne de la déviance sur la variable θ de distributions de probabilité $p(\theta | D)$:

$$\overline{\text{Dev}(\theta)} = -2 \int d\theta p(\theta | D) \log \mathcal{L}(\theta), \quad (4.29)$$

avec les notations de la section 4.1.1.1. On rappelle donc que $p(\theta | D)$ est simplement la fonction de vraisemblance normalisée à 1 lorsque les priors sont plats.

Ensuite, le critère DIC est défini par :

$$\text{DIC} = \text{Dev}(\bar{\theta}) + 2p_D = \overline{\text{Dev}(\theta)} + p_D \quad (4.30)$$

Ce critère n'est valable que si la densité de probabilité obtenue après comparaison aux données est à peu près gaussienne, ce qui est le cas dans le modèle ΛCDM et à peu près le cas pour le modèle du Galiléeon. Le modèle ayant le plus petit indice DIC est celui favorisé par les données. Pour le Galiléeon non couplé, on obtient $\text{DIC}_{\text{Galiléeon}} - \text{DIC}_{\Lambda\text{CDM}} = 16.05 > 0$. Ce critère ne reflète donc que la différence en χ^2 et ne défavorise pas plus le Galiléeon par rapport au modèle ΛCDM en raison de son plus grand nombre de paramètres. J'ai pu vérifier que ce critère est donc insensible au choix des priors, puisque que ces derniers sont juste une constante de normalisation pour la densité de probabilité. Ce critère est donc plus robuste que le précédent. Mais comme il n'apporte pas plus d'information que la donnée de la différence des χ^2 , nous en restons à ce dernier critère pour évaluer l'accord des modèles cosmologiques aux données.

4.5.4.2 Étude des χ^2

Dans notre étude, comparer les modèles ΛCDM et Galiléeon doit donc se faire par la comparaison des valeurs de χ^2 obtenues pour les meilleurs ajustements. La différence observée en défaveur du Galiléeon correspond-elle à un désaccord significatif avec les données utilisées ? Pour répondre à cette question, supposons que le modèle Galiléeon ajusté à l'ensemble de nos données est bien le modèle choisi par la Nature. Si c'est le cas, quelle est la probabilité d'observer la valeur χ_{obs}^2 obtenue ?

Pour déterminer cette probabilité, on peut réaliser des tirages aléatoires de jeux de données. La densité de probabilité choisie pour tirer ces données est une distribution multivariée de valeur centrale les observables prévues dans le cadre du modèle Galiléeon ajusté aux données (celles que l'on suppose donc être les véritables valeurs choisies par la Nature qu'une expérience idéale mesurerait) et de covariance celle mesurée par les expériences. A partir de cette distribution, on tire 100 000 jeux de données et on calcule une valeur de χ^2 pour chacun d'entre eux en les comparant au scénario Galiléeon retenu.

On obtient ainsi une distribution de χ^2 de nombre de degré de liberté égale au nombre de mesures n_d (voir figure 4.20). La même distribution est donc obtenue si le scénario ΛCDM ajusté aux données est supposé vrai car elle ne dépend finalement que du nombre de mesures utilisées n_d . On peut alors estimer si la valeur χ_{obs}^2 obtenue avec les véritables données est probable ou pas, et donc mesurer si le scénario cosmologique considéré est

significativement compatible ou incompatible avec les données. Ces valeurs sont reportées sur la figure 4.20.

Il est possible de calculer la probabilité d’obtenir un plus mauvais accord aux données en calculant une valeur- p :

$$p\text{-value} = \int_{\chi_{obs}^2}^{\infty} \text{pdf}(\chi^2, n_d) d\chi^2. \quad (4.31)$$

Les valeurs- p obtenues pour les différentes sondes sont présentées dans la table 4.11. On remarque que les probabilités d’obtenir de plus mauvais ajustements sont très élevées, ce qui signifie que l’accord entre le scénario ajusté et les données est bon voire excellent, sauf pour le modèle du Galiléon avec les données issues de la croissance des structures. Dans le cas disformellement couplé, la probabilité est alors de 16% ce qui correspond à un accord entre le modèle et les données compris entre 1 et 2σ . Le désaccord n’est donc en réalité pas significatif. De plus, l’accord entre les données et les modèles Galiléon et Λ CDM apparaît tout aussi excellent lorsque l’ensemble des données est considéré. On peut donc conclure que le modèle Galiléon est tout à fait compétitif avec le modèle Λ CDM pour expliquer l’expansion observée de l’Univers et la croissance des structures.

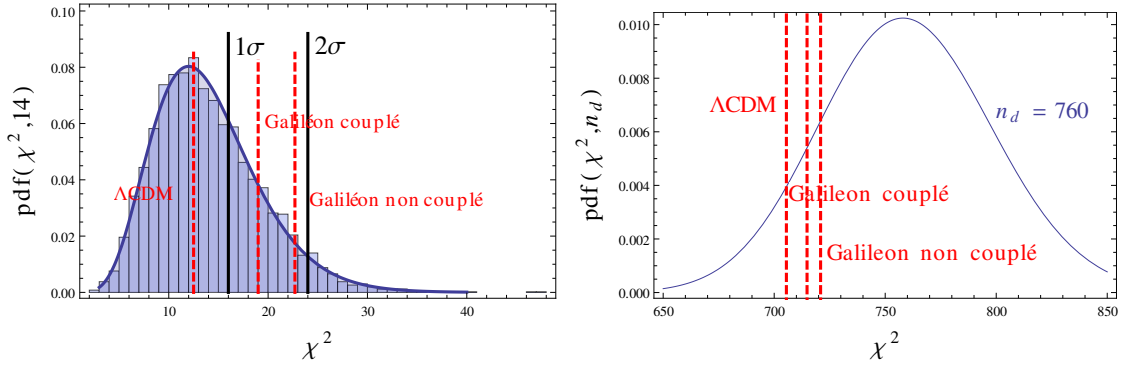


FIGURE 4.20 – Gauche : distribution des valeurs de χ^2 obtenues suite au tirage de 100 000 jeux de données liées à la croissance des structures comparés au scénario Galiléon ajusté à l’ensemble des données. L’histogramme obtenu correspond à une distribution de χ^2 à 14 degrés de liberté (14 mesures sont utilisées pour cette sonde). Les valeurs χ_{obs}^2 sont reportés sur ce graphique pour estimer s’ils correspondent à un jeu de données probable dans le cadre d’un modèle Galiléon ou Λ CDM. Droite : distributions de χ^2 à 760 degrés de liberté (760 mesures sont utilisées dans cette thèse) comparées aux valeurs χ_{obs}^2 .

Sondes	n_d	Galiléon couplé		Λ CDM	
		χ_{obs}^2	p-value	χ_{obs}^2	p-value
JLA	740	691.6	89%	691.6	89%
BAO+WMAP9	6	4.1	66%	1.4	96%
CdS	14	19.0	16%	12.5	57%
Combinées	760	714.8	88%	705.5	92%

TABLE 4.11 – Valeurs- p obtenues pour différentes sondes dans le cadre du Galiléon couplé et du modèle Λ CDM.

4.6 Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, j’ai confronté de façon rigoureuse les modèles de Galiléon couplé et non couplé aux données cosmologiques les plus récentes. Une paramétrisation originale a été introduite pour s’affranchir du choix des conditions initiales pour le champ de Galiléon π et lever une dégénérescence inhérente à la paramétrisation originale en c_i . Des contraintes théoriques ont été utilisées pour restreindre l’analyse aux seuls scénarios cosmologiques théoriquement viables.

A l’aide du code `GALILEON_COSFITTER` que j’ai développé, l’espace des paramètres du Galiléon a été exploré grâce à une technique de grille. Les jeux de données utilisés sont les SNe Ia (catalogues SNLS3 et JLA), les paramètres $\{l_a, R, z_*\}$ du CMB (WMAP7 et WMAP9), les dernières mesures de BAO et des données de croissance des structures où l’effet Alcock-Paczynski est pris en compte. Des scénarios Galiléon non couplé et couplé en accord avec les données actuelles ont été trouvés. Le modèle du Galiléon apparaît en aussi bon accord avec les données SNe Ia, CMB et BAO que le modèle Λ CDM. Si les données de croissance des structures sont utilisées, le modèle du Galiléon est légèrement défavorisé, mais la modélisation de la gravité Galiléon doit être approfondie pour que cette sonde devienne vraiment décisive, par exemple en prenant en compte les non-linéarités du modèle. Les contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon disformellement couplé à la matière obtenues dans cette thèse sont les toutes premières à avoir été publiées dans la littérature. Un couplage nul est par ailleurs exclu à 2.5σ si on considère l’ensemble des données.

Ces résultats sont plus favorables au modèle Galiléon que des études antérieures, principalement à cause d’un meilleur traitement des conditions initiales et d’une utilisation rigoureuse des données à disposition. Ils ont été par la suite confirmés par les travaux publiés dans B13a, qui utilisent pour la première fois le spectre de puissance complet du CMB pour établir leurs contraintes. Des contraintes expérimentales plus précises sont possibles en incluant l’effet ISW [34], ou en s’intéressant au champ de vitesse des galaxies comme proposé récemment dans les références [43, 44]. Cependant, cette proposition repose aussi sur une modélisation correcte des non-linéarités dans le modèle du Galiléon.

La croissance des structures n’est pas la seule sonde clé pour tester les modèles de gravité modifiée. En effet, pour le modèle Galiléon comme pour beaucoup de modèles où l’énergie noire est dynamique, l’évolution de $w_\pi(z)$ est très marquée dans l’histoire récente de l’Univers (voir figures 4.12 et 4.17). Les sondes classiques utilisant les SNe Ia et les BAO devraient donc être sensibles à cette énergie noire dynamique si des mesures sont abondamment disponibles à des décalages spectraux au delà de 1. En effet, pour le moment l’essentiel de nos mesures est compris à des redshifts $z < 1$ où l’énergie noire domine. Mais il serait intéressant dans le futur de sonder plus en avant la transition entre l’ère dominée par la matière et celle dominée par l’énergie noire, car c’est autour de cette transition que les variations de $w_\pi(z)$ sont les plus fortes. Sur la figure 4.21, je reprend les mesures de α présentées figure 2.2, auxquelles je superpose les scénarios préférés par les données JLA+BAO+WMAP9 pour les modèles Λ CDM et Galiléon couplé. On voit que la transition entre un Univers en expansion décélérante et un Univers en expansion accélérée est différente dans les deux cas. La mesure à $z = 2.3$ utilisant les forêts Lyman- α est la première du genre et d’autres suivront avec les expériences eBOSS et DESI. Ces mesures à grand redshift, précises, pourront permettre de mieux cartographier l’évolution de la vitesse de l’expansion de l’Univers et pourront permettre de distinguer une évolution avec une constante cosmologique d’une évolution avec une énergie noire dynamique.

Par ailleurs, l’existence d’un couplage disformel entre la matière et un champ scalaire

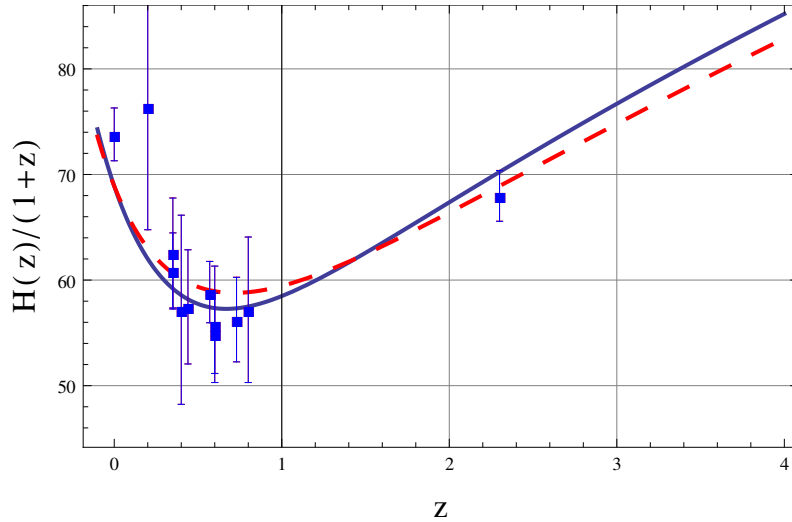


FIGURE 4.21 – Mesures de \dot{a} superposées aux scénarios Λ CDM (rouge) et Galiléon couplé (bleu) préférés par les données JLA+BAO+WMAP9. Les points de mesures dépendent de la donnée de $r_s(z_*)$ et h . Ils ont été recalculés correctement dans les deux scénarios et ils se trouvent ici qu'ils se superposent quasi exactement. On distingue que l'ajout de mesures précises à des redshifts au delà de 1 pourront permettre de mieux contraindre l'expansion de l'Univers, qui pour le moment est surtout mesurée dans sa phase accélérée.

pourra être mieux contraint expérimentalement dans le futur. En effet, ce dernier modifie le trajet des rayons lumineux autour des corps massifs et donc son effet pourrait être détecté par des mesures liées aux lentilles gravitationnelles [45]. Grâce aux expériences Euclid et LSST, des mesures précises de ces effets seront possibles. Ce couplage peut aussi être testé via la détection de distorsions spectrales du CMB [46] ou les expériences de détection de lumière à travers un mur opaque [47].

Bibliographie

- [1] J. Neveu, V. Ruhlmann-Kleider, A. Conley, N. Palanque-Delabrouille, *et al.*, *Experimental constraints on the uncoupled Galileon model from SNLS3 data and other cosmological probes*, *Astronomy & Astrophysics* **555**, 19 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201321256](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321256), [arXiv:1302.2786](https://arxiv.org/abs/1302.2786).
- [2] J. Neveu, V. Ruhlmann-Kleider, P. Astier, M. Besançon, *et al.*, *First experimental constraints on the disformally-coupled Galileon model* (2014), [arXiv:1403.0854](https://arxiv.org/abs/1403.0854).
- [3] W. Hu et N. Sugiyama, *Small-Scale Cosmological Perturbations : An Analytic Approach*, *The Astrophysical Journal* **471**, 542 (1996), [doi:10.1086/177989](https://doi.org/10.1086/177989), [arXiv:9510117v2](https://arxiv.org/abs/9510117v2) [[arXiv:astro-ph](https://arxiv.org/archive/astro)].
- [4] E. Komatsu, J. Dunkley, M. R. Nolta, C. L. Bennett, *et al.*, *Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological interpretation*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **180**, 330 (2009), [doi:10.1088/0067-0049/180/2/330](https://doi.org/10.1088/0067-0049/180/2/330), [arXiv:0803.0547](https://arxiv.org/abs/0803.0547).

- [5] S. Nesseris, A. De Felice, et S. Tsujikawa, *Observational constraints on Galileon cosmology*, Physical Review D **82**, 124054 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.124054](#), [arXiv:1010.0407](#).
- [6] E. Linder, *Cosmic growth history and expansion history*, Physical Review D **72**, 043529 (2005), [doi:10.1103/PhysRevD.72.043529](#), [arXiv:0507263 \[astro-ph\]](#).
- [7] Y.-S. Song et W. J. Percival, *Reconstructing the history of structure formation using redshift distortions*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2009**, 004 (2009), [doi:10.1088/1475-7516/2009/10/004](#), [arXiv:0807.0810](#).
- [8] L. Samushia, W. J. Percival, et A. Raccanelli, *Interpreting large-scale redshift-space distortion measurements*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **420**, 2102 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2011.20169.x](#), [arXiv:1102.1014](#).
- [9] E. Komatsu, K. M. Smith, J. Dunkley, C. L. Bennett, et al., *Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological interpretation*, The Astrophysical Journal Supplement Series **192**, 18 (2010), [doi:10.1088/0067-0049/192/2/18](#), [arXiv:1001.4538](#).
- [10] C. Alcock et B. Paczyński, *An evolution free test for non-zero cosmological constant*, Nature **281**, 358 (1979), [doi:10.1038/281358a0](#).
- [11] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. H. Jones, et al., *The 6dF Galaxy Survey : $z \approx 0$ measurements of the growth rate and σ_8* , Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **423**, 3430 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21136.x](#), [arXiv:1204.4725](#).
- [12] L. Samushia, B. A. Reid, M. White, W. J. Percival, et al., *The clustering of galaxies in the SDSS-III DR9 Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : testing deviations from and general relativity using anisotropic clustering of galaxies*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **429**, 1514 (2012), [doi:10.1093/mnras/sts443](#), [arXiv:1206.5309](#).
- [13] A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano, H. Lampeitl, et al., *A 3% Solution : Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3*, The Astrophysical Journal **730**, 56 (2011), [doi:10.1088/0004-637X/730/2/119](#), [arXiv:1103.2976](#).
- [14] A. Conley, J. Guy, M. Sullivan, N. Regnault, et al., *Supernova constraints and systematic uncertainties from the first 3 years of the Supernova Legacy Survey*, The Astrophysical Journal Supplement Series **192**, 1 (2011), [doi:10.1088/0067-0049/192/1/1](#), [arXiv:1104.1443](#).
- [15] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel, et al., *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological parameter results*, The Astrophysical Journal Supplement Series **208**, 19 (2013), [doi:10.1088/0067-0049/208/2/19](#), [arXiv:1212.5226](#).
- [16] M. Sullivan, J. Guy, A. Conley, N. Regnault, et al., *SNLS3 : Constraints on dark energy combining the Supernova Legacy Survey three-year data with other probes*, The Astrophysical Journal **737**, 102 (2011), [doi:10.1088/0004-637X/737/2/102](#), [arXiv:1104.1444](#).

- [17] M. Betoule, R. Kessler, J. Guy, J. Mosher, *et al.*, *Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples*, p. 30 (2014), [arXiv:1401.4064](#).
- [18] A. G. Sánchez, C. G. Scóccola, A. J. Ross, W. Percival, *et al.*, *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : cosmological implications of the large-scale two-point correlation function*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **425**, 415 (2012), [doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21502.x](#), [arXiv:1203.6616](#).
- [19] Planck Collaboration, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, p. 67 (2013), [arXiv:1303.5076](#).
- [20] L. Humphreys, M. Reid, J. Moran, L. Greenhill, *et al.*, *Toward a New Geometric Distance to the Active Galaxy NGC 4258. III. Final Results and the Hubble Constant*, p. 37 (2013), [arXiv:1307.6031](#).
- [21] G. Efstathiou, *H0 Revisited*, p. 14 (2013), [arXiv:1311.3461](#).
- [22] A. De Felice et S. Tsujikawa, *f(R) Theories*, Living Reviews in Relativity **13**, 156 (2010), [doi:10.12942/lrr-2010-3](#), [arXiv:1002.4928](#).
- [23] H. Okada, T. Totani, et S. Tsujikawa, *Constraints on f(R) theory and Galileons from the latest data of galaxy redshift surveys*, Physical Review D **87**, 103002 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.103002](#), [1208.4681](#).
- [24] E. Jennings, C. M. Baugh, et S. Pascoli, *Modelling redshift space distortions in hierarchical cosmologies*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **15**, no (2010), [doi:10.1111/j.1365-2966.2010.17581.x](#), [arXiv:1003.4282](#).
- [25] C. Blake, S. Brough, M. Colless, C. Contreras, *et al.*, *The WiggleZ Dark Energy Survey : the growth rate of cosmic structure since redshift z=0.9*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **415**, 2876 (2011), [doi:10.1111/j.1365-2966.2011.18903.x](#), [arXiv:1104.2948](#).
- [26] D. Parkinson, S. Riemer-Sørensen, C. Blake, G. B. Poole, *et al.*, *The WiggleZ Dark Energy Survey : Final data release and cosmological results*, Physical Review D **86**, 103518 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.86.103518](#), [arXiv:1210.2130](#).
- [27] A. Barreira, B. Li, W. A. Hellwing, C. M. Baugh, *et al.*, *Nonlinear structure formation in the cubic Galileon gravity model*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 027 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/10/027](#), [arXiv:1306.3219](#).
- [28] B. Li, A. Barreira, C. M. Baugh, W. A. Hellwing, *et al.*, *Simulating the quartic Galileon gravity model on adaptively refined meshes*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 012 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/11/012](#), [1308.3491](#).
- [29] A. Barreira, B. Li, C. M. Baugh, et S. Pascoli, *Spherical collapse in Galileon gravity : fifth force solutions, halo mass function and halo bias*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 056 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/11/056](#), [arXiv:1308.3699](#).
- [30] L. Berezhiani, G. Chkareuli, et G. Gabadadze, *Restricted Galileons*, Physical Review D **88**, 124020 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.124020](#), [arXiv:1302.0549](#).

- [31] K. Koyama, G. Niz, et G. Tasinato, *Effective theory for the Vainshtein mechanism from the Horndeski action*, Physical Review D **88**, 021502 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.021502](#), [arXiv:1305.0279](#).
- [32] S. Appleby et E. V. Linder, *Trial of Galileon gravity by cosmological expansion and growth observations*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2012**, 026 (2012), [doi:10.1088/1475-7516/2012/08/026](#), [arXiv:1204.4314](#).
- [33] A. Barreira, B. Li, C. M. Baugh, et S. Pascoli, *Linear perturbations in Galileon gravity models*, Physical Review D **86**, 124016 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.86.124016](#), [arXiv:1208.0600](#).
- [34] A. Barreira, B. Li, A. Sanchez, C. M. Baugh, et al., *The parameter space in Galileon gravity models*, p. 21 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.103511](#), [arXiv:1302.6241](#).
- [35] A. Liddle, *Information criteria for astrophysical model selection*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society : ... (2007), [arXiv:0701113v2](#) [[arXiv:astro-ph](#)].
- [36] *Review of particle physics*, Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.86.010001](#).
- [37] M. V. John et J. V. Narlikar, *Comparison of cosmological models using bayesian theory*, Phys. Rev. D **65**, 043506 (2002), [doi:10.1103/PhysRevD.65.043506](#).
- [38] R. E. Kass et A. E. Raftery, *Bayes Factors*, Journal of the American Statistical Association **90**, 773 (1995), [doi:10.1080/01621459.1995.10476572](#).
- [39] A. R. Liddle, *Statistical Methods for Cosmological Parameter Selection and Estimation*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **59**, 95 (2009), [doi:10.1146/annurev.nucl.010909.083706](#), [arXiv:0903.4210](#).
- [40] A. Heavens, *Statistical techniques in cosmology*, astrostatistics.psu.edu (2009), [arXiv:0906.0664](#).
- [41] D. J. Spiegelhalter, N. G. Best, et B. P. Carlin, *Bayesian deviance, the effective number of parameters, and the comparison of arbitrarily complex models* (1998).
- [42] M. Kunz, R. Trotta, et D. Parkinson, *Measuring the effective complexity of cosmological models*, Physical Review D p. 9 (2006), [doi:10.1103/PhysRevD.74.023503](#), [arXiv:0602378](#) [[astro-ph](#)].
- [43] Y. Zu, D. H. Weinberg, E. Jennings, B. Li, et al., *Galaxy Infall Kinematics as a Test of Modified Gravity*, p. 14 (2013), [arXiv:1310.6768](#).
- [44] W. A. Hellwing, A. Barreira, C. S. Frenk, B. Li, et al., *A clear and measurable signature of modified gravity in the galaxy velocity field*, p. 5 (2014), [arXiv:1401.0706](#).
- [45] M. Wyman, *Galilean-Invariant Scalar Fields Can Strengthen Gravitational Lensing*, Physical Review Letters **106**, 201102 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.201102](#), [arXiv:1101.1295](#).
- [46] P. Brax, C. Burrage, A.-C. Davis, et G. Gubitosi, *Cosmological tests of the disformal coupling to radiation*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 001 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/11/001](#), [arXiv:1306.4168](#).
- [47] P. Brax, C. Burrage, et A.-C. Davis, *Shining Light on Modifications of Gravity*, p. 20 (2012), [arXiv:1206.1809](#).

Deuxième partie

Physique des Particules

Chapitre 5

Le modèle du Branon

Sommaire

5.1 Les théories à dimensions supplémentaires	166
5.1.1 La théorie de Kaluza-Klein	166
5.1.2 Le modèle ADD	169
5.1.3 Universal Extra Dimensions (théorie UED)	172
5.1.4 Théories de Randall-Sundrum	173
5.2 Le modèle du Branon	176
5.2.1 Principe de construction	176
5.2.2 Propriétés	179
5.2.3 État de la recherche de Branon en 2013	182
5.3 Résumé	184
Bibliographie	186

ET si l'Univers possédait plus de trois dimensions spatiales ? Comme nous l'avons déjà évoqué, le modèle standard souffre de quelques imperfections comme le problème de la hiérarchie, la hiérarchie de la masse des fermions, l'absence de neutrino droit, l'unification des forces à grande énergie... Si on invoque l'existence de dimensions supplémentaires, ces problèmes peuvent trouver des réponses. Dès les années 1920, Kaluza et Klein réalisent qu'une théorie de la Relativité Générale avec une dimension supplémentaire compactifiée sur un cercle peut décrire correctement la gravitation à quatre dimensions et l'électromagnétisme [1, 2]. Cependant, les premières théories de Kaluza-Klein souffrent de problèmes internes et ne sont pas viables pour décrire la nature. Avec le développement de la théorie des cordes et de la supergravité, les dimensions supplémentaires ont regagné de l'intérêt, mais leur taille considérée de l'ordre de la longueur de Planck M_P^{-1} rend leur détection impossible expérimentalement. Dans les années 1990, des théoriciens ont commencé à s'intéresser à des théories avec des dimensions supplémentaires de taille bien supérieure à la longueur de Planck. Des phénoménologies très riches naquirent de ces modèles, proposant parfois des candidats au statut de matière noire.

Quelle est la nature de la matière noire ? Est-ce réellement un nouveau type de matière à découvrir, ou bien est-ce la manifestation d'un aspect encore incompris de la gravitation ? De nombreuses preuves expérimentales viennent plutôt étayer l'hypothèse que la matière noire serait un type inconnu de matière, dite non baryonique, que le modèle standard de la physique des particules ne prédit pas. Tout n'est cependant pas obscur du côté de la matière noire. On sait que c'est une matière stable, qui interagit avec la lumière et la matière ordinaire gravitationnellement, et qui représenterait 27% de la densité d'énergie

de l'Univers (contre seulement 5% pour les baryons). Quant au couplage avec la matière ordinaire par des interactions autres que la gravitation, il reste hypothétique mais suscite l'espoir d'une découverte dans des expériences de physique des particules.

Le modèle du Branon est une théorie à dimension supplémentaire fondée sur la description des fluctuations d'une brane à quatre dimensions, notre Univers, dans un espace de plus grande dimension. Le Branon est aussi un candidat à la matière noire, ce qui rend la théorie intéressante aussi du point de vue cosmologique. Les signatures physiques de ce modèle peuvent être recherchées au Grand Collisionneur de Hadrons (LHC), mais aussi dans des expériences d'astronomie gamma ou de recherche directe. Dans les chapitres qui vont suivre, je vais décrire la deuxième partie de ma thèse consacrée à la recherche de Branons au LHC dans l'expérience CMS. L'état final recherché sera composé d'un photon de haute énergie et d'énergie manquante (canal mono-photon). Cette partie est largement indépendante de la précédente sur la cosmologie, mais repose sur des notions introduites aux chapitres précédents. Les articles traitant des Branons reposent sur une métrique de signature $(+, -, -, -)$. Je vais m'efforcer dans ce chapitre de décrire cette théorie avec une métrique $(-, +, +, +)$ comme précédemment¹.

Dans ce chapitre, je vais passer en revue quelques unes des théories à dimensions supplémentaires, pour comprendre comment la théorie du Branon s'inscrit dans ce contexte. Cette dernière sera exposée section 5.2 et sera étudiée expérimentalement dans les chapitres suivants.

5.1 Les théories à dimensions supplémentaires

5.1.1 La théorie de Kaluza-Klein

5.1.1.1 Unification de la gravitation et de l'électromagnétisme

L'idée originale de Kaluza et Klein est d'unifier la gravité et l'électromagnétisme en considérant une théorie générale de la gravitation à cinq dimensions. La cinquième dimension est supposée compacte sur un cercle de rayon R microscopique. De manière générale, le groupe de Lorentz à D dimensions $SO(D-1,1)$ est plus grand que le groupe de Lorentz à quatre dimensions $SO(3,1)$ pour $D > 4$. Ceci implique que les représentations du groupe $SO(D-1,1)$ peuvent se décomposer selon différentes représentations du groupe $SO(3,1)$, mais des représentations de spin différent. Dans la théorie de Kaluza-Klein à cinq dimensions, la métrique G_{MN} ($M, N = 0, \dots, 4$) à cinq dimensions se décompose en trois représentations du groupe de Lorentz à quatre dimensions [3] :

- un tenseur symétrique de spin deux $g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 0, \dots, 3$) ;
- un champ vectoriel de masse nulle et de spin 1 $B_\mu = G_{4\mu}$ ($\mu = 0, \dots, 3$) ;
- un champ scalaire sans masse de spin 0 $\Phi = G_{44}$.

Le tenseur de spin deux est interprété comme étant le graviton à quatre dimensions, le champ vectoriel est quant à lui identifié au photon. Le champ scalaire se combine au graviton pour engendrer une théorie de gravité modifiée appelée gravité de Brans-Dicke.

Regardons comment sous ces hypothèses obtenir à la fois la théorie de la gravitation et la théorie de Maxwell de l'électromagnétisme. On se place dans la signature $(-, +, +, +, \dots)$. Les coordonnées dans l'espace à cinq dimensions sont notées $X^M = (x^\mu, \theta)$ où x^μ correspond aux coordonnées à quatre dimensions ($\mu = 0, 1, 2, 3$) et θ un angle paramétrant la

1. Pour rappel, dans la signature $(-, +, +, +)$ le Lagrangien d'un champ scalaire s'écrit $(\partial\phi)^2 + m^2\phi^2$ alors que dans la métrique $(+, -, -, -)$ les physiciens des particules sont habitués à $(\partial\phi)^2 - m^2\phi^2$. En revanche, au niveau de l'équation du mouvement de Klein-Gordon, il n'y a plus de différence de signe.

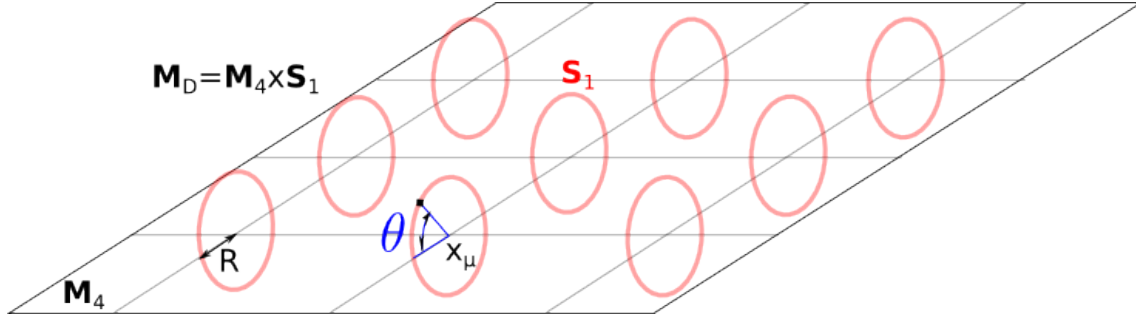


FIGURE 5.1 – Contexte général d’une théorie de Kaluza-Klein de géométrie $\mathcal{M}_D = \mathcal{M}_4 \times \mathcal{S}_1$. Les dimensions supplémentaires associées à chaque point x^μ de la brane \mathcal{M}_4 sont considérées toroïdales (\mathcal{S}_1), de rayon R . La position associée dans la dimension supplémentaire est paramétrée par l’angle θ .

coordonnée le long de la dimension supplémentaire circulaire. La métrique de l’état fondamental est notée $G_{MN}^{(0)} = \text{diag}(\eta_{\mu\nu}, G_{44})$ avec $\eta_{\mu\nu} = (-1, +1, +1, +1)$ la métrique de Minkowski et $G_{44} = R^2$ est la métrique sur la dimension compacte circulaire de rayon R [4] (voir figure 5.1). Au vu de la discussion ci-dessous, la métrique G_{MN} peut s’écrire de façon générale :

$$G_{MN}(x, \theta) = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x, \theta) + B_\mu(x, \theta)B_\nu(x, \theta)\Phi(x, \theta) & -B_\mu(x, \theta)\Phi(x, \theta) \\ -B_\nu(x, \theta)\Phi(x, \theta) & \Phi(x, \theta) \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Pour en extraire la gravitation et l’électromagnétisme, il est suffisant de considérer le champ scalaire $\Phi(x, \theta)$ dans son état fondamental, et donc d’omettre la dépendance en θ :

$$G_{MN}(x, \theta) = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x) + B_\mu(x)B_\nu(x) & -B_\mu(x)G_{44} \\ -B_\nu(x)G_{44} & G_{44} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Posons $B_\mu(x) = \xi A_\mu(x)$ où ξ est un facteur qui sera choisi pour que le champ $A_\mu(x)$ soit un champ de jauge correctement normalisé. Une transformation de coordonnées le long de la coordonnée θ peut être interprétée comme une transformation de jauge abélienne $U(1)$. En effet, si on a la transformation infinitésimale suivante :

$$\theta \mapsto \theta' = \theta + \xi\epsilon(x), \quad (5.3)$$

alors d’après les règles de transformation de la métrique :

$$G_{MN} = G'_{M'N'} \frac{\partial X'^{M'}}{\partial X^M} \frac{\partial X'^{N'}}{\partial X^N} \quad (5.4)$$

les termes hors-diagonaux de la métrique imposent une transformation de jauge abélienne pour le champ A_μ :

$$A_\mu \mapsto A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \epsilon. \quad (5.5)$$

Une action effective à quatre dimensions peut être dérivée à partir de l’action d’Einstein-Hilbert écrite à cinq dimensions :

$$\mathcal{S}_{\text{KK}} = -\frac{M_5^3}{2} \int d^5 X \sqrt{-G} \mathcal{R}_{(5)}, \quad (5.6)$$

où \mathcal{R}_5 est le tenseur de Ricci à cinq dimensions et M_5 la masse de Planck à cinq dimensions. En substituant la métrique 5.2 dans cette action et en intégrant sur θ , on obtient [4] :

$$\mathcal{S}_{\text{KK}} = -\frac{M_5^3}{2}(2\pi R) \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{R}_{(4)} - \frac{\xi^2 G_{44}}{4} \frac{M_5^3}{2}(2\pi R) \int d^4x \sqrt{-g} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (5.7)$$

où le tenseur de Ricci à quatre dimensions est noté exceptionnellement $\mathcal{R}_{(4)}$ et :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (5.8)$$

Le couplage gravitationnel à quatre dimensions est identifié par :

$$M_P^2 = M_5^3(2\pi R) \quad (5.9)$$

et la normalisation usuelle pour le champ de jauge donne :

$$\xi^2 = \frac{2}{M_P^2 G_{44}}. \quad (5.10)$$

L'action effective de Kaluza-Klein à quatre dimensions rassemble alors bien une théorie de la gravitation ainsi que la théorie de Maxwell :

$$\mathcal{S}_{\text{KK}} = -\frac{M_P^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{R}_{(4)} - \frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{-g} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (5.11)$$

5.1.1.2 Compactification de Kaluza-Klein

La long de la dimension supplémentaire circulaire, tous les champs présents dans la théorie sont 2π -périodiques ($\theta \mapsto \theta + 2\pi$). Afin que toutes les coordonnées aient la dimension d'une longueur, on note y la position le long de la dimension supplémentaire ($y \mapsto y + 2\pi R$). Pour un champ scalaire complexe par exemple, ceci implique que celui-ci peut se décomposer de façon générale par sa série de Fourier [3] :

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x^\mu) e^{iny/R}. \quad (5.12)$$

Or pour un tel champ de masse m_0 , son action à cinq dimension s'écrit simplement :

$$\mathcal{S}_{\text{KK,scalar}} = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \left(\frac{1}{2} (\partial_M \Phi)^* (\partial^M \Phi) - \frac{1}{2} m_0^2 \Phi^* \Phi \right) \quad (5.13)$$

où on suppose que le sous-espace à quatre dimensions est celui de Minkowski. Écrivons cette action à quatre dimensions à l'aide de l'équation 5.12 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{KK,scalar}} = \frac{1}{2\pi R} \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy & \left(\frac{1}{2} \sum_{mn} (\partial_\mu \phi_m)^* (\partial^\mu \phi_n) e^{i(n-m)y/R} \right. \\ & - \frac{1}{2} \sum_{mn} \left(\frac{-im}{R} \right) \left(\frac{in}{R} \right) \phi_m^* \phi_n e^{i(n-m)y/R} \\ & \left. - \frac{1}{2} m_0^2 \sum_{mn} \phi_m^* \phi_n e^{i(n-m)y/R} \right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Or on a $\int_0^{2\pi R} dy e^{i(n-m)y/R} = 2\pi R \delta_{mn}$. L'action ci-dessus donne alors une action à quatre dimensions de la forme :

$$\mathcal{S}_{\text{KK,scalar}} = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \sum_n (\partial_\mu \phi_n)^* (\partial^\mu \phi_n) - \frac{1}{2} \sum_n \left(m_0^2 + \frac{n^2}{R^2} \right) \phi_n^* \phi_n \right). \quad (5.15)$$

L'action effective à quatre dimensions résultant d'une compactification du champ le long de la dimension supplémentaire comprend donc une infinité de champs scalaires ϕ_n de masses $m^2 = m_0^2 + n^2/R^2$. Le champ le plus léger est le mode zéro ϕ_0 de masse m_0 . Cet exemple sur un champs scalaire peut se répéter pour l'ensemble des champs (spineurs, champs de jauge, graviton). En général, après la procédure de compactification, cette action conserve l'invariance de Lorentz ainsi que les symétries de jauge. Les champs du modèle standard sont alors associés aux modes zéros des états de Kaluza-Klein (les états fondamentaux). Leurs excitations KK possèdent les mêmes nombres quantiques, mais des masses plus élevées. Des expériences de physique de hautes énergies peuvent alors les révéler. De manière générale, ces conclusions ne s'appliquent pas forcément à n'importe quelle géométrie des dimensions supplémentaires.

Cependant, la théorie de Kaluza-Klein échoue à décrire correctement le spectre des particules observées. Par exemple, la théorie prédit aussi la quantification de la charge électrique, mais une particule chargée serait alors une excitation KK $n = 1$ donc aurait une masse extrêmement élevée a priori ce qui est en contradiction avec l'observation d'électrons chargés avec une masse de 0.5 MeV. Ces problèmes autour des fermions chargés peuvent être contournés (en rajoutant des champs de jauge par exemple), mais alors d'autres problèmes apparaissent, et la solution élégante de Kaluza-Klein devient moins intéressante. Un autre problème de la théorie est de prédire l'existence de fermions chiraux [5].

5.1.2 Le modèle ADD

5.1.2.1 Principes

En 1998, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos et Gia Dvali (ADD) proposent un cadre nouveau pour répondre au problème de la hiérarchie dans le modèle standard. Pourquoi un si grand écart entre l'échelle d'énergie électrofaible $M_{EW} \approx 200$ GeV et l'échelle de Planck $M_P \approx 10^{19}$ GeV ? Dans le modèle ADD [6], l'échelle d'énergie associée à la gravitation est une échelle proche de l'échelle d'énergie électrofaible (≈ 1 TeV). Cependant, notre Univers serait une brane à quatre dimensions \mathcal{M}_4 évoluant dans un espace \mathcal{M}_D à $D = 4 + d$ dimensions (d est le nombre de dimensions supplémentaires). Les dimensions supplémentaires forment un espace compact K_d et sont de taille typique R de sorte que $\mathcal{M}_D = \mathcal{M}_4 \times K_d$. Les champs de matière restent confinés dans notre brane mais la gravité est libre de se propager à travers les D dimensions. La valeur extrêmement grande observée pour l'échelle de Planck serait alors une conséquence de la fuite de la gravité à travers les d dimensions supplémentaires. En effet, dans un tel scénario le potentiel gravitationnel observé entre deux objets de masse m_1 et m_2 situés à une distance $r \gg R$ l'un de l'autre s'écrit :

$$V(r) \approx \frac{m_1 m_2}{M_D^{d+2} R^d} \frac{1}{r} \quad (5.16)$$

avec M_D la masse de Planck à D dimensions. La masse de Planck observée à quatre dimensions est alors :

$$M_P^2 \approx M_D^{d+2} R^d = M_D^{D-2} R^d \quad (5.17)$$

Pour résoudre le problème de la hiérarchie, on peut donc demander que $M_D \approx M_{EW}$ et discuter de la taille typique R des dimensions supplémentaires, ainsi que leur nombre d [6] :

$$R \approx 10^{\frac{30}{d}-17} \text{ cm} \times \left(\frac{1 \text{ TeV}}{M_D} \right)^{1+\frac{2}{d}}. \quad (5.18)$$

Plaçons-nous dans le cas $M_D = 1 \text{ TeV}$. Pour $d = 1$, on a $R \approx 10^{13} \text{ cm} \approx 0.7$ unités astronomiques, ce qui implique que des déviations importantes à la gravité newtonienne auraient dû être observées à l'échelle du Système Solaire. Le cas $d = 1$ est donc exclu par cet argument. Pour $d \geq 2$, la gravité newtonienne n'a pas encore été complètement testée expérimentalement avec une grande précision aux échelles R impliquées. Cependant, le cas $d = 2$ a pu être testé récemment car l'échelle où des déviations peuvent apparaître est $R \approx 1 \text{ mm}$, et exclu [7, 8] (limite à $R \leq 44 \mu\text{m}$). Le modèle ADD est aujourd'hui testé expérimentalement pour $d \geq 3$ dimensions supplémentaires où $R \approx 10^{-7} \text{ cm}$, ce qui est bien en deçà de la sensibilité des tests de la gravitation.

Pour éprouver la physique à de si petites échelles, une solution est de s'intéresser aux expériences de hautes énergies de la physique des particules. Des introductions au modèle ADD et à la recherche de signatures dans les expériences de physique des particules sous la forme de gravitons de Kaluza-Klein sont présentes dans les références [9, 3, 10, 11, 4]. Soit G_{MN} la métrique associée à l'espace \mathcal{M}_D , de signature $(-, +, +, +, \dots)$, de coordonnées $X^M = (x^\mu, y^m)$ où x^μ correspond aux coordonnées dans \mathcal{M}_4 ($\mu = 0, 1, 2, 3$) et y^m aux coordonnées dans K_d ($m = 1, 2, \dots, d$). L'intervalle d'espace-temps dans \mathcal{M}_D s'écrit donc :

$$ds^2 = G_{MN} dX^M dX^N = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \gamma_{mn} dy^m dy^n, \quad (5.19)$$

avec une métrique G_{MN} de la forme :

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x) & 0 \\ 0 & \gamma_{mn}(y) \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

Comme K_d est compact, le volume d'espace-temps V_K associé à K_d est fini :

$$V_K = \int_{K_d} d^d y \sqrt{-\gamma} \approx R^d < \infty. \quad (5.21)$$

L'action la plus simple pour décrire la dynamique d'une brane dans l'espace-temps décrit ci-dessus est donnée par [11] :

$$\mathcal{S}_{\text{Brane}} = - \int_{\mathcal{M}_D} d^D X \sqrt{-G} \left[\frac{M_D^{D-2}}{2} \mathcal{R}_{(D)} - \Lambda_{(D)} \right] + \int_{\mathcal{M}_4} d^4 x \sqrt{-\tilde{g}} \left[-f^4 + \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right] \quad (5.22)$$

où f est la tension de la brane et $\tilde{g}_{\mu\nu}$ la métrique induite sur la brane. $\mathcal{R}_{(D)}$ est le tenseur de Ricci et $\Lambda_{(D)}$ la constante cosmologique tous deux à D dimensions. \mathcal{L}_{SM} représente le Lagrangien des champs du modèle standard défini équation 1.117. L'action $\int_{\mathcal{M}_4} d^4 x \sqrt{-\tilde{g}} f^4$ correspond à l'action effective covariante la plus simple que l'on peut choisir pour une brane infiniment fine : c'est l'action de Nambu-Goto. Soit $Y^M(x) = (x^\mu, Y^m(x))$ la position de la brane \mathcal{M}_4 dans \mathcal{M}_D . La métrique induite est définie par la définition d'un intervalle d'espace-temps sur la brane :

$$d\tilde{s}^2 = G_{MN} dY^M dY^N = G_{MN} \frac{\partial Y^M}{\partial x^\mu} \frac{\partial Y^N}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu = \tilde{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (5.23)$$

Elle inclut les possibles courbures de la brane dans l'espace \mathcal{M}_D et donc définit la vraie géométrie ressentie par les champs physiques qui évoluent sur la brane (voir encadré).

Métrie induite

Plaçons-nous dans le cas simple d'un espace 2D cartésien \mathcal{C}_2 . Avec les notations précédentes, la métrique dans \mathcal{C}_2 est simplement

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

avec $M, N = 1, 2$. Soit une brane à une dimension évoluant dans cet espace \mathcal{C}_2 , de coordonnées $Y_0(x)$ (voir figure 5.2). Pour une particule vivant sur cette brane, la métrique ressentie n'est pas G_{11} , car les distances sont rallongées du fait des fluctuations de la brane dans un espace plus grand. Un intervalle de chemin infinitésimal sur cette brane s'écrit :

$$d\tilde{s}^2 = dx^2 + dY_0^2 = dx^2 + \left(\frac{dY_0}{dx}\right)^2 dx^2 = \left(1 + \left(\frac{dY_0}{dx}\right)^2\right) dx^2. \quad (5.25)$$

On remarque bien que $d\tilde{s}^2 > dx^2$: le chemin à parcourir est plus long sur une brane de forme quelconque dans \mathcal{C}_2 , par rapport à une brane plate en $Y_0(x) = \text{constante}$. Le résultat de l'équation 5.25 peut être retrouvé par la définition même de la métrique induite donnée précédemment :

$$d\tilde{s}^2 = G_{MN} dY_0^M dY_0^N = G_{MN} \frac{\partial Y_0^M}{\partial x^\mu} \frac{\partial Y_0^N}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu = dx^2 + \left(\frac{dY_0}{dx}\right)^2 dx^2. \quad (5.26)$$

La métrique ressentie par les objets évoluant sur la brane est donc la métrique induite 1D $\tilde{g}_{\mu\nu} = \left(1 + \left(\frac{dY_0}{dx}\right)^2\right)$.

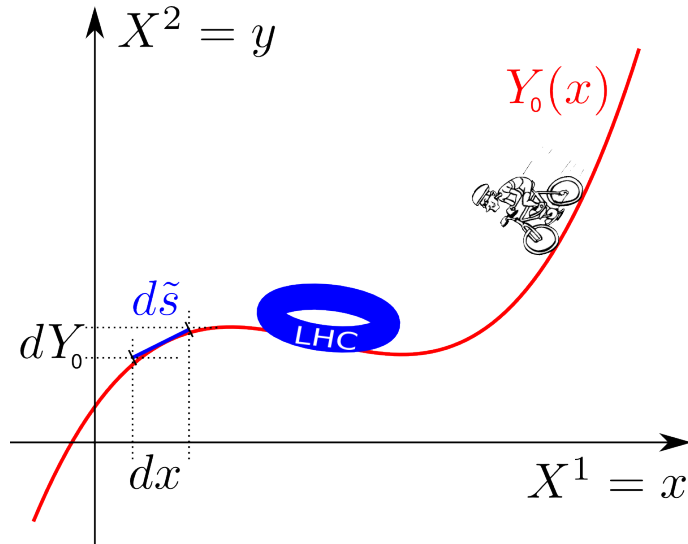


FIGURE 5.2 – Illustration d'une brane $Y_0(x)$ évoluant dans un espace 2D cartésien \mathcal{C}_2 . Les objets évoluant sur la brane ne ressentant pas la métrique cartésienne de \mathcal{C}_2 mais la métrique induite sur la brane.

5.1.2.2 Couplage aux champs du modèle standard

Dans le cadre du modèle ADD, on se place dans le cas où la brane est rigide ($f \gg M_D$). Soit h_{MN} un graviton, excitation de la métrique G_{MN} tel que :

$$G_{MN}(x, y) = \eta_{MN} + \frac{2}{M_D^{D-2}} h_{MN}(x, y). \quad (5.27)$$

A partir de l'action 5.22, la perturbation des différentes éléments de métrique permet de retrouver une action pour le graviton identique à celle d'un graviton non massif usuel (se référer par exemple à l'équation 2.37) mais à D dimensions :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{KK}}[h] = \int d^D X \left[-\frac{1}{2} \partial_R h_{MN} \partial^R h^{MN} + \partial_M h_{RN} \partial^N h^{MR} - \partial_M h^{MN} \partial_N h_R^R + \frac{1}{2} \partial_M h_R^R \partial^M h_R^R \right] \\ + \frac{1}{M_D^{D-2}} \int_{\mathcal{M}_4} d^4 x h_{\mu\nu} T_{\text{SM}}^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Pour simplifier, supposons que K_d soit un tore de rayon R . Alors le champ $h_{MN}(x, y)$ peut se développer en sa série de Fourier :

$$h_{MN}(x, y) = \frac{1}{R^{d/2}} \sum_n h_{MN}^{(n)} e^{iny/R} \quad (5.29)$$

puisque K_d est périodique de période $2\pi R$ (y représente alors un angle sur le tore). Les champs $h_{MN}^{(n)}$ représentent les gravitons de Kaluza-Klein [4]. Quelles sont leurs masses ? Si on remplace l'expression 5.29 dans l'action 5.28, alors après dérivation par rapport à y puis intégration sur le volume V_K , on obtient pour chacun de ces gravitons une action de Pauli-Fierz à 4 dimensions : les gravitons de Kaluza-Klein apparaissent comme des gravitons massifs de masse $M_n = n/R$ (le cas $n = 0$ correspond donc à un graviton non massif classique). Ils sont une infinité et de spectre quasi continu si R est suffisamment grand [10] :

$$\Delta m = \frac{1}{R} = M_D \left(\frac{M_D}{M_P} \right)^{2/d} \approx \left(\frac{M_D}{\text{TeV}} \right)^{\frac{d+2}{2}} 10^{\frac{12d-31}{d}} \text{eV}. \quad (5.30)$$

Pour $M_D = 1 \text{ TeV}$, on obtient pour $d = 4, 6$, ou 8 un écart de masse Δm de 20 keV , 7 MeV , et 0.1 GeV respectivement, ce qui est faible comparé aux énergies impliquées en collisionneur.

D'après l'action 5.28, ces gravitons interagissent avec les particules du modèle standard via :

$$\mathcal{S}_{\text{KK,int}}[h] = \frac{1}{M_D^{D-2}} \int_{\mathcal{M}_4} d^4 x h_{\mu\nu} T_{\text{SM}}^{\mu\nu} = \frac{1}{M_P} \int_{\mathcal{M}_4} d^4 x \sum_n h_{\mu\nu}^{(n)} T_{\text{SM}}^{\mu\nu}. \quad (5.31)$$

A travers leurs couplages aux particules du modèle standard, ces gravitons de Kaluza-Klein peuvent être recherchés par les expériences de physique des particules. Des contraintes expérimentales apportées à ce modèle seront présentées au chapitre 7.

Le modèle ADD a remis au goût du jour les théories avec de grandes dimensions supplémentaires. Ce modèle simple a par la suite été étendu à de nombreux autres modèles tels que les théories UED (Universal Extra Dimensions) et DGP (abordé section 2.1.2.4).

5.1.3 Universal Extra Dimensions (théorie UED)

Dans les théories UED, tous les champs du modèle standard sont autorisés à évoluer dans les dimensions supplémentaires compactifiées [12]. Des cas intermédiaires ont déjà

été explorés où seulement les bosons de jauge et le secteur du Higgs pouvaient évoluer dans les dimensions supplémentaires [13, 14, 15], approches parfois appelées "dimensions supplémentaires TeV^{-1} ". Dans le scénario UED, tous les champs du modèle standard, fermions et champs de jauge, donnent lieu à des excitations de Kaluza-Klein. Les modes zéro de ces excitations sont les champs du modèle standard, et leurs excitations seraient visibles à des énergies supérieures à $1/R > 700 \text{ GeV}$ [16, 17]. Pour garder les propriétés de chiralité des fermions, une géométrie $\mathcal{S}^1/\mathbb{Z}_2$ est demandée comme dans les théories de Randall-Sundrum. La nouveauté de ce modèle par rapport au modèle ADD est que les interactions ayant lieu dans l'espace-temps complet, incluant ses dimensions supplémentaires, l'impulsion est conservée à l'ordre des arbres ce qui amène la conservation d'un nombre appelé KK-parité. Cette loi de conservation est très proche de celle de la R-parité de la supersymétrie, ce qui rend les deux phénoménologies très similaires.

D'autres prédictions importantes découlent de ce modèle : spectre de masse des fermions [18], prédiction de la masse du boson de Higgs [19], particule de matière noire [20]... Concernant ce dernier point, comme en supersymétrie la conservation de la KK-parité permet que le mode de Kaluza-Klein le plus léger soit stable². La matière noire étant neutre et non-baryonique, des particules telles que les premiers modes d'excitation KK des bosons neutres (photon et boson Z) et des neutrinos sont des candidats privilégiés.

5.1.4 Théories de Randall-Sundrum

5.1.4.1 Construction

Dans le modèle ADD, le problème de la hiérarchie entre les échelles gravitationnelle et électrofaible est déplacé à la différence entre l'échelle $1/R$ et électrofaible. Les physiciens Lisa Randall et Raman Sundrum proposent en 1999 deux théories alternatives de dimensions supplémentaires qui s'affranchissent de ce nouveau problème. La première [21], dénommée RS1, propose de trouver une solution à espace-temps à cinq dimensions contenant une constante cosmologique. Cette solution contient deux branes à quatre dimensions espacées par une cinquième dimension de taille finie. La seconde [22], RS2, montre que l'on peut rejeter la seconde brane à une distance infinie de la première et donc s'affranchit des problèmes de compactification. Dans ces théories, de façon élégante toutes les échelles d'énergie sont naturellement autour de l'échelle de Planck, et l'introduction d'un facteur "warp" exponentiel dépendant de la géométrie de la dimension supplémentaire permet de comprendre l'existence d'une échelle TeV . De plus, une seule dimension supplémentaire est en général considéré contrairement au modèle ADD. Les modes d'excitation de Kaluza-Klein des différents champs physiques sont au moins de l'ordre du TeV (la théorie est donc compatible avec les contraintes expérimentales actuelles), et leur couplage à la matière est donnée par l'échelle électrofaible et non à l'échelle de Planck [21].

Dans RS1, on cherche une métrique solution de l'action d'Einstein-Hilbert à cinq dimensions :

$$\mathcal{S}_{\text{RS,bulk}} = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \int_{-L}^L dy \sqrt{-G} \left[\frac{M_5^3}{2} \mathcal{R}_{(5)} - \Lambda_{(5)} \right], \quad (5.32)$$

où une constante cosmologique à cinq dimensions $\Lambda_{(5)}$ est prise en compte, et où la dimension supplémentaire est considérée de taille finie et de géométrie $\mathcal{S}^1/\mathbb{Z}_2$ (voir figure 5.3). Cette géométrie contient donc deux points fixes en $y = 0$ et $y = \pi R \equiv L$.

On recherche une solution où, quelque soit la position y , la métrique à quatre dimensions est une métrique plate et statique de Minkowski, même si la géométrie de la dimension

2. Les interactions entre particules KK fonctionnant par paires pour conserver la parité, la plus légère ne peut se désintégrer.

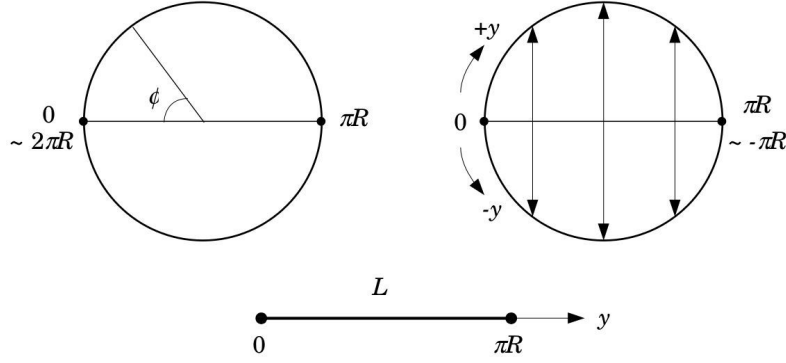


FIGURE 5.3 – Géométrie $\mathcal{S}^1/\mathbb{Z}_2$. \mathcal{S}^1 représente la sphère de dimension 1 (le cercle) et \mathbb{Z}_2 le groupe multiplicatif $\{-1, 1\}$.

supplémentaire est courbée. Cela amène à rechercher une métrique de la forme :

$$ds^2 = e^{-2A(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad (5.33)$$

avec $A(y)$ une fonction à déterminer par les équations d'Einstein à cinq dimensions :

$$\mathcal{R}_{MN(5)} - \frac{1}{2} G_{MN} \mathcal{R}_{(5)} = -G_{MN} \frac{\Lambda_{(5)}}{M_5^3}, \quad (5.34)$$

où $\mathcal{R}_{MN(5)}$ est le tenseur de Ricci à cinq dimensions. On montre alors que $A(y) = k|y|$ avec $k^2 = -\Lambda_{(5)}/(6M_5^3)$ est solution. Ceci implique que $\Lambda_{(5)}$ est négatif et donc que l'on obtient une géométrie anti-de Sitter AdS_5 [21]. La métrique de Randall-Sundrum s'écrit alors :

$$ds^2 = e^{-2k|y|} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2. \quad (5.35)$$

Maintenant, regardons de plus près le comportement de la gravité à quatre dimensions avec une telle métrique. On obtient :

$$G_{\mu\nu} = 6k^2 g_{\mu\nu} - 6k(\delta(y) - \delta(y - L))g_{\mu\nu}. \quad (5.36)$$

Le premier terme correspond à la densité d'énergie liée à la constante cosmologique $\Lambda_{(5)}$. Or on a requis que les solutions à quatre dimensions soient statiques. Le second terme introduit des fonctions de Dirac qui représentent des termes sources de la gravitation localisée en $y_1 = 0$ et $y_2 = L$. Pour revenir à la condition d'obtention d'une géométrie statique à quatre dimensions, ces termes peuvent être compensés en postulant l'existence de deux branes en y_1 et y_2 avec respectivement des tensions de brane :

$$f_1^4 = -f_2^4 = 6kM_5^3, \quad f_1^4 = -\frac{\Lambda_{(5)}}{k}, \quad (5.37)$$

$$\mathcal{S}_{\text{RS,brane1}} = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \int_{-L}^L dy \sqrt{-G} f_1^4 \delta(y) = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g_1} f_1^4, \quad (5.38)$$

$$\mathcal{S}_{\text{RS,brane2}} = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \int_{-L}^L dy \sqrt{-G} f_2^4 \delta(y) = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g_2} f_2^4, \quad (5.39)$$

où $g_{1\mu\nu}$ et $g_{2\mu\nu}$ sont respectivement les métriques induites sur les branes 1 et 2. Les deux branes situées aux deux points fixes ont des tensions égales mais opposées. L'action de Randall-Sundrum s'écrit alors :

$$\mathcal{S}_{\text{RS}} = \mathcal{S}_{\text{RS,bulk}} + \mathcal{S}_{\text{RS,brane1}} + \mathcal{S}_{\text{RS,brane2}}, \quad (5.40)$$

et sur les branes la contribution de la constante cosmologique à cinq dimensions est compensée par les tensions de brane.

5.1.4.2 Solution au problème de la hiérarchie

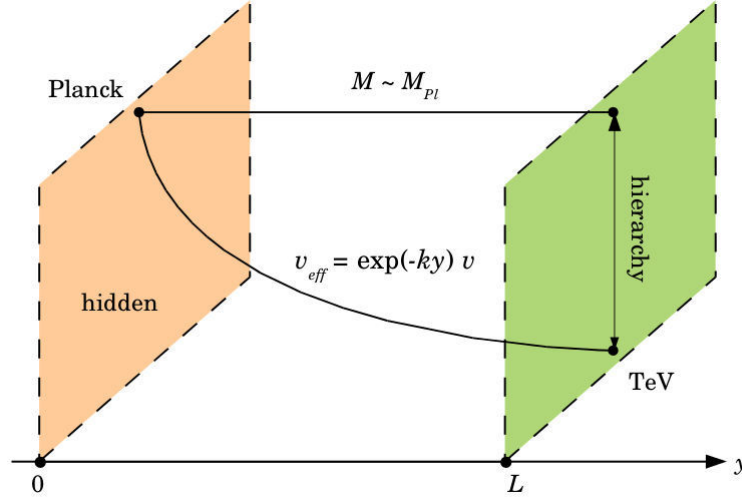


FIGURE 5.4 – Solution du problème de la hiérarchie dans le modèle RS1 par suppression exponentielle de l'échelle électrofaible.

Étudions maintenant les implications physiques d'une telle construction. En particulier, montrons que tous les paramètres introduits (M_5, k, L) sont de l'ordre de l'échelle de Planck et permettent d'expliquer que l'ensemble des champs connus évolue à une échelle d'énergie inférieure au TeV. Supposons que les champs de matière (et donc notre Univers) évoluent uniquement sur la brane de tension négative. La brane contenant les champs de matière est appelée brane visible, l'autre brane cachée.

Tout d'abord, dans cette configuration que vaut la masse de Planck à quatre dimensions ? En partant de l'action 5.40 et en étudiant la dynamique d'un graviton $h_{\mu\nu}$ excitation de la métrique $\eta_{\mu\nu}$ de la brane cachée, la référence [21] montre que l'on prédit une masse de Planck 4D valant :

$$M_P^2 = \frac{M_5^3}{k} (1 - e^{-2kL}). \quad (5.41)$$

Par conséquent, pour $kL \gtrsim 1$ on obtient $M_P^2 \approx M_5^3/k$. Par contre, on montre que la valeur attendue dans le vide v du boson de Higgs évoluant sur la brane visible est une fonction exponentiellement supprimée de sa valeur sur la brane cachée :

$$v_{eff} = e^{-kL} v \quad (5.42)$$

car la métrique induite sur la brane visible en $y_2 = L$ est $e^{-2kL} \eta_{\mu\nu}$ [21]. Comme le champ de Higgs attribue les masses aux autres champs du modèle standard, de même leurs masses vues sur la brane visible sont exponentiellement supprimées :

$$m_{eff} = e^{-kL} m \quad (5.43)$$

En supposant donc que sur la brane cachée l'ensemble des paramètres physiques (M_5, k, v, m, \dots) sont de l'ordre de l'échelle de Planck, alors pour obtenir une physique à l'échelle du TeV sur la brane visible il faut une suppression d'un facteur 10^{15} soit $kL \approx 35$. L'échelle d'énergie de la gravitation à quatre dimensions est donc bien aussi de l'ordre de la masse de Planck. Le problème de la hiérarchie est donc correctement expliqué.

Une phénoménologie très riche émerge de cette théorie. Par exemple, on peut calculer que la première excitation KK du graviton peut intervenir à une énergie de l'ordre du TeV. De plus les excitations KK du graviton ne se couplent pas en $1/M_P$ à la matière (cas du modèle ADD) mais en $1/(M_P e^{-kL})$. Le couplage peut donc être de l'ordre du TeV, ce qui rend envisageable la production résonnante puis la détection des gravitons KK par les expériences actuelles. De plus, la taille L de la dimension supplémentaire a été considérée constante jusque là. Mais on peut considérer ses perturbations comme un champ scalaire traduisant les fluctuations de la distance entre branes. Ce champ appelé radion est appelé à stabiliser cette distance au lieu de la fixer à la valeur qui résout le problème de hiérarchie, via le mécanisme de Goldberger-Wise [23, 24, 25].

Ce modèle RS1 sert de base à une famille plus générale de modèles qui dépendent de la géométrie de l'espace à cinq dimensions et de la localisation des champs sur les(la) brane(s). Par exemple, dans le modèle RS2 [22], la dimension supplémentaire est considérée de taille infinie ($L \rightarrow \infty$) et les champs vivent sur la brane à l'échelle de Planck. Des modèles de Galiléon dans des géométries "warpées" à la Randall-Sundrum ont aussi été développés [26, 27].

5.2 Le modèle du Branon

Dès 1999 dans sa théorie effective sur un univers branaire [28], Raman Sundrum a rappelé le fait connu que des bosons de Goldstone peuvent apparaître après une brisure de symétrie d'espace-temps [29, 30, 31], seulement après une brisure de symétrie de jauge, et que ces bosons de Goldstone peuvent apparaître dans le contexte des dimensions supplémentaires. Ces bosons ont été étudiés plus en détails en 2001 par les auteurs J.A.R. Cembranos, A. Dobado et A.L. Maroto [32, 33] et ont alors été dénommés Branons dans le contexte des dimensions supplémentaires et des branes. C'est autour de ce modèle que s'est concentrée ma thèse en physique des particules.

5.2.1 Principe de construction

Le point de départ est le même que celui du modèle ADD, mais cette fois la brane n'est plus considérée comme rigide : elle peut fluctuer dans les dimensions supplémentaires. Si f est la tension de la brane, alors les fluctuations sont de taille typique f^{-1} . Ces excitations de la brane sont appelées Branons, et peuvent être vues comme les bosons de Goldstone associés à la brisure des symétries d'espace-temps induite par la présence de la brane³.

Considérons de nouveau la métrique G_{MN} introduite équation 5.20, et posons $Y^M(x) = (x^\mu, Y^m(x))$ la position de la brane dans l'espace \mathcal{M}_D . Supposons que la brane ait été créée dans K_d à une certaine position $Y^m(x) = Y_0^m$ constante en x , qui correspond à son état fondamental. Dans son état fondamental, la brane a donc pour métrique induite $\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}$ trivialement. Cependant, si la brane fluctue alors la métrique induite s'écrit :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = G_{MN} \frac{\partial Y^M}{\partial x^\mu} \frac{\partial Y^N}{\partial x^\nu} = g_{\mu\nu}(x) + \partial_\mu Y^m \partial_\nu Y^n \gamma_{mn}(Y(x)). \quad (5.44)$$

3. Si on imagine que la brane est un simple plan 2D évoluant dans un espace 3D, alors la présence de celle-ci brise par exemple l'invariance par translation le long de la troisième dimension.

Plaçons-nous dans un régime où la brane est souple, donc dans un régime de basse énergie ($f \ll M_D$). On recherche une action effective pour décrire la dynamique de la brane dans ce régime. Cette action doit être invariante par changement de coordonnées de la position de la brane (on ne s'intéresse qu'à l'écart à l'état fondamental) et donc ne contenir que des dérivées de $Y^M(x)$. Dans le régime de basse énergie (petites fluctuations), le terme dominant dans l'action pour décrire la dynamique de la brane est celui contenant le plus petit nombre de dérivées et respectant les symétries d'espace-temps. C'est l'action effective de Nambu-Goto⁴ :

$$\mathcal{S}_{\text{NG}} = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}(x)} f^4. \quad (5.45)$$

La théorie du Branon peut être construite en utilisant la technique générale connue sous le nom de construction par coset (pour plus de détails, voir la revue [29] ou les articles originaux [30, 31]). En l'absence de la brane, la métrique 5.20 est soumise au groupe d'isométries $G(\mathcal{M}_D) = G(\mathcal{M}_4) \times G(K_d)$. Mais la présence de la brane brise spontanément toutes les isométries de K_d , sauf celles qui laissent l'état fondamental Y_0^m invariant. Le groupe $G(K_d)$ est spontanément brisé en le groupe d'isométries $H(Y_0)$ de Y_0^m . On définit l'espace brisé par le groupe coset $K = G(\mathcal{M}_D)/(G(\mathcal{M}_4) \times H(Y_0)) = G(K_d)/H(Y_0)$. L'ensemble des générateurs T_a de $G(\mathcal{M}_D)$ peut être divisé en générateurs non brisés H_i ($i = 1, 2, \dots, \dim H(Y_0)$) et brisés X_α ($\alpha = 1, 2, \dots, \dim K = \dim G(\mathcal{M}_D) - \dim H(Y_0) \equiv N$), i.e. $T_a = \{H_i, X_\alpha\}$. Une séparation identique peut être effectuée pour les vecteurs de Killing associés (voir encadré). Les vecteurs de Killing ξ_i sont associés aux générateurs non-brisés H_i et les vecteurs de Killing ξ_α sont associés aux générateurs brisés X_α .

Vecteurs de Killing

Une métrique est dite de forme invariante sous une transformation de coordonnées $x \rightarrow x'$ lorsque la métrique transformée $g'_{\mu\nu}(x')$ est la même fonction de x'^μ que l'était la métrique originale $g_{\mu\nu}(x)$ pour x [34] :

$$g_{\mu\nu}(x) = \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial x'^\sigma}{\partial x^\nu} g'_{\rho\sigma}(x') = \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial x'^\sigma}{\partial x^\nu} g_{\rho\sigma}(x'). \quad (5.46)$$

Une telle transformation $x \rightarrow x'$ qui laisse la forme de la métrique invariante est appelée isométrie. Cette transformation peut prendre une forme compliquée, mais peut être décrite de façon simple si on ne considère qu'un changement de coordonnées infinitésimal :

$$x'^\mu = x^\mu + \epsilon \xi^\mu(x), \quad \text{avec } |\epsilon| \ll 1, \quad (5.47)$$

où $\xi^\mu(x)$ est appelé vecteur de Killing. Avec l'équation 5.46, on montre que pour tout vecteur de Killing on a l'équation de Killing :

$$0 = \xi_{\mu;\nu} + \xi_{\nu;\mu}. \quad (5.48)$$

Un vecteur de Killing représente le générateur infinitésimal d'une isométrie d'espace-temps associée à une métrique $g_{\mu\nu}(x)$.

4. Les références [32, 33] proposent dans un premier temps une action à l'ordre supérieur du type $\mathcal{S} = \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}} (-f^4 + \lambda f^2 \tilde{R} + \dots)$ avec λ une constante sans dimension et \tilde{R} le scalaire de Ricci associé à la métrique induite $\tilde{g}_{\mu\nu}$. Le second terme est négligeable face au premier, mais rappellera à la fin de cette thèse des similitudes avec les constructions branaires du Galiléon.

Les excitations de la brane le long des vecteurs de Killing ξ_α associés aux générateurs brisés du groupe $G(\mathcal{M}_D)$ peuvent être comprises en terme de bosons de Nambu-Goldstone π_B^α . Ces bosons π_B^α sont appelés Branons et leur nombre est égal au nombre N des générateurs du groupe brisé K . Ils représentent des coordonnées le long des vecteurs de Killing brisés, donc dans l'espace K_d .

Pour un état fondamental Y_0^m indépendant de la position x et pour de petites fluctuations de la brane, on peut écrire :

$$Y^m(x) = Y^m(Y_0, \pi_B^\alpha(x)) = Y_0^m + \frac{1}{kf^2} \xi_\alpha^m(Y_0) \pi_B^\alpha(x) + O(\pi_B^2), \quad (5.49)$$

où la normalisation des champs Branon et des vecteurs de Killing est donnée par $k^2 = 16\pi/M_P^2$. On obtient alors la relation :

$$\partial_\mu Y^m(x) = \frac{\partial Y^m}{\partial \pi_B^\alpha} \partial_\mu \pi_B^\alpha = \frac{1}{kf^2} \xi_\alpha^m(Y_0) \partial_\mu \pi_B^\alpha + O(\pi_B^2). \quad (5.50)$$

Si l'espace K_d est homogène, alors $H(Y^0)$ est indépendant de Y_0 et les isométries brisées sont simplement les translations. Dans ce cas simplifié, les Branons peuvent être directement identifiés aux coordonnées sur l'espace brisé K_d , par exemple par [33] :

$$Y^m = \frac{1}{f^2} \delta_\alpha^m \pi_B^\alpha \Leftrightarrow \pi_B^\alpha = f^2 \delta_m^\alpha Y^m. \quad (5.51)$$

Dans tous les cas, la métrique induite se réécrit alors :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x) + \gamma_{mn}(Y(x)) \frac{\partial Y^m}{\partial \pi_B^\alpha} \frac{\partial Y^n}{\partial \pi_B^\beta} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta. \quad (5.52)$$

Posons la métrique :

$$h_{\alpha\beta}(\pi_B) = f^4 \gamma_{mn}(Y(x)) \frac{\partial Y^m}{\partial \pi_B^\alpha} \frac{\partial Y^n}{\partial \pi_B^\beta}, \quad (5.53)$$

alors on a simplement [11] :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x) + \frac{1}{f^4} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta. \quad (5.54)$$

La racine carrée du déterminant de la métrique s'écrit alors dans un régime de basse énergie :

$$\sqrt{-\tilde{g}} \approx \sqrt{-g} \left(1 + \frac{1}{2f^4} g^{\mu\nu} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta + \dots \right), \quad (5.55)$$

et l'action du Branon s'écrit à l'ordre le plus bas en π_B :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Branon}} &= -f^4 \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}(x, Y(x))} \\ &\approx -f^4 \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g} - \frac{1}{2} \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g} h_{\alpha\beta}(\pi_B) g^{\mu\nu} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Elle correspond à l'action classique pour des particules scalaires π_B^α sans masse évoluant sur la brane et sans interaction avec les particules du modèle standard.

5.2.2 Propriétés

5.2.2.1 Masse du Branon

Pour être une particule candidate au statut de matière noire, celle-ci doit être en premier lieu massive. Existe-t-il un mécanisme par lequel les Branons sont susceptibles d'acquérir une masse ? Puisque les Branons sont des bosons de Goldstone issus de symétries brisées, il est normal que ceux-ci soient non massifs. En revanche, si les symétries ne sont que partiellement brisées, ceux-ci peuvent acquérir une masse. Voyons comment.

Les Branons non massifs sont obtenus si on suppose que la symétrie d'espace-temps $G(\mathcal{M}_4) \times G(K_d)$ est exacte. Dans une situation plus générale, cette symétrie peut être partiellement réalisée, par exemple si l'état fondamental de la brane Y_0^m dépend de la position x . Dans ce cas les Branons vont acquérir une masse qui mesure l'exactitude de la brisure des symétries de $G(\mathcal{M}_D)$ [33]. Pour traduire formellement cet effet, on autorise maintenant la métrique $g_{\mu\nu}$ à dépendre des coordonnées x et y :

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x, Y(x)) & 0 \\ 0 & \gamma_{mn}(y) \end{pmatrix}. \quad (5.57)$$

La métrique $g_{\mu\nu}$ de l'état fondamental dépendra donc logiquement de la position en y de la brane et les invariances par translation selon y ne seront que partiellement brisées (on peut se référer à l'encadré sur les métriques induites et à la figure 5.2 pour s'en convaincre). Pour déterminer la masse des Branons, commençons par déterminer quel est le nouvel état fondamental. Pour cela, on recherche le minimum de l'action de plus bas ordre de Nambu-Goto 5.45 :

$$\mathcal{S}_{\text{Branon}}^{[0]} = - \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g(x, Y(x))} f^4 \quad (5.58)$$

$$\delta \mathcal{S}_{\text{Branon}}^{[0]} = 0 \Rightarrow \delta \sqrt{-g} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial Y^m} \delta Y^m = 0, \quad \forall Y^m. \quad (5.59)$$

Cette dernière équation de solution $Y_0^m(x)$ donne la géométrie de la brane dans son état fondamental pour une métrique $g_{\mu\nu}$ donnée (Y_0^m n'est plus forcément une constante).

Pour décrire l'état fondamental de la brane, il ne faut pas que celui-ci ne soit qu'un extremum de l'action. Il faut aussi vérifier que cet extremum est stable :

$$\left. \frac{\delta \mathcal{S}_{\text{Branon}}^{[0]}}{\delta Y^m \delta Y^n} \right|_{Y=Y_0} = -\frac{f^4}{4} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} (\partial_n \partial_m g_{\mu\nu} - 2g^{\rho\sigma} \partial_n g_{\nu\sigma} \partial_m g_{\mu\rho}) < 0 \quad (5.60)$$

Enfin, ces conditions étant réunies, pour obtenir les masses des Branons on développe la métrique de la brane autour de son état fondamental :

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}(x, Y(x)) \approx & g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) + \left. \frac{\partial g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m} \right|_{Y=Y_0} (Y^m(x) - Y_0^m(x)) \\ & + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m \partial Y^n} \right|_{Y=Y_0} (Y^m(x) - Y_0^m(x))(Y^n(x) - Y_0^n(x)) + \dots, \end{aligned} \quad (5.61)$$

ce qui en terme de Branons donne, grâce à l'équation 5.49 :

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}(x, Y(x)) \approx & g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) + \left. \frac{\partial g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m} \right|_{Y=Y_0} \left(\frac{\xi_\alpha^m}{k f^2} \pi_B^\alpha + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y^m}{\partial \pi_B^\alpha \partial \pi_B^\beta} \bigg|_{\pi_B=0} \pi_B^\alpha \pi_B^\beta \right) \\ & + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m \partial Y^n} \right|_{Y=Y_0} \frac{\xi_\alpha^m \xi_\beta^n}{k^2 f^4} \pi_B^\alpha \pi_B^\beta + \dots, \end{aligned} \quad (5.62)$$

On définit la matrice de masse⁵ des Branons par [35] :

$$M_{\alpha\beta}^2 = \frac{f^4}{2} g^{\mu\nu}(x, Y_0(x)) \left(\frac{\partial^2 Y^m}{\partial \pi_B^\alpha \partial \pi_B^\beta} \Big|_{\pi_B=0} \frac{\partial g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m} \Big|_{Y=Y_0} + \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}(x, Y(x))}{\partial Y^m \partial Y^n} \Big|_{Y=Y_0} \frac{\xi_\alpha^m \xi_\beta^n}{k^2 f^4} \right), \quad (5.63)$$

et la métrique induite 5.54 se réécrit :

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}(x, Y(x)) + \frac{1}{f^4} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta \\ &= g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) \left(1 + \frac{M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta}{4f^4} \right) + \frac{1}{f^4} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta. \end{aligned} \quad (5.64)$$

L'action pour les Branons massifs s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Branon}} &= -f^4 \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}(x, Y(x))} \\ &\approx -f^4 \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g} - \frac{1}{2} \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-g} \left(h_{\alpha\beta}(\pi_B) g^{\mu\nu} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta + M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta + \dots \right). \end{aligned} \quad (5.65)$$

Dans cette approche effective, on rappelle que les termes $\partial \pi_B / f^2$ et $M^2 \pi_B^2 / f^2$ sont considérés petits devant 1. Les termes d'ordre suivant sont donc négligeables devant l'action présentée.

5.2.2.2 Couplage à la matière

Pour le moment, nous n'avons pas encore étudié la présence de la matière du modèle standard évoluant sur la brane. L'action générale s'écrit alors :

$$\mathcal{S}_{\text{Branon}} = \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}(x, Y(x))} \left(-f^4 + \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \quad (5.66)$$

avec \mathcal{L}_{SM} le Lagrangien associé aux particules du modèle standard défini équation 1.117. On remarque que celui-ci est défini sur la métrique induite $\tilde{g}_{\mu\nu}$ car c'est bien sur celle-ci qu'évoluent les particules de matière.

Pour de petites fluctuations de brane, la métrique induite 5.64 peut s'écrire $\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \delta \tilde{g}_{\mu\nu}$ avec :

$$\delta \tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) \frac{M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta}{4f^4} + \frac{1}{f^4} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta. \quad (5.67)$$

Le Lagrangien du modèle standard se développe autour de l'état fondamental en :

$$\sqrt{-\tilde{g}(x, Y(x))} \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \quad (5.68)$$

$$\approx \sqrt{-g(x, Y_0(x))} \left(\mathcal{L}_{\text{SM}}(g_{\mu\nu}, \psi_m) + \delta \tilde{g}_{\mu\nu} \frac{\delta \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m)}{\partial \tilde{g}_{\mu\nu}} \Big|_{\tilde{g}_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}} + \frac{1}{2} \mathcal{L}_{\text{SM}}(g_{\mu\nu}, \psi_m) g^{\mu\nu} \delta \tilde{g}_{\mu\nu} \right) \quad (5.69)$$

$$= \sqrt{-g(x, Y_0(x))} \left(\mathcal{L}_{\text{SM}}(g_{\mu\nu}, \psi_m) + \frac{1}{2} \delta \tilde{g}_{\mu\nu} T_{\text{SM}}^{\mu\nu} \right) \quad (5.70)$$

$$= \sqrt{-g(x, Y_0(x))} \left(\mathcal{L}_{\text{SM}}(g_{\mu\nu}, \psi_m) + \frac{1}{8f^4} \left(4h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta + g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta \right) T_{\text{SM}}^{\mu\nu} \right) \quad (5.71)$$

5. On peut montrer que $M_{\alpha\beta}^2 > 0$ grâce à la condition 5.60.

avec le tenseur énergie-impulsion $T_{\text{SM}}^{\mu\nu}$ défini par l'équation 1.34. On remarque que les Branons sont stables car il n'existe pas de vertex de désintégration d'un champ seul. Ils interagissent seulement par paires avec les champs du modèle standard, avec un couplage en $1/f^4$, ce qui rend leur détection possible de manière indirecte (production de rayons X/gamma par exemple), directe (diffusion élastique sur un nucléon), ou par leur production en collisionneur. Dans ce dernier cas, ils interagissent très faiblement avec la matière et se signalent par la présence d'énergie manquante. Ce sont donc de bons candidats au statut de matière noire car ils sont massifs, stables et détectables.

Dans les expériences de physique des particules, il est suffisant de supposer que la métrique de la brane dans son état fondamental est localement la métrique plate de Minkowski ($g_{\mu\nu}(x, Y_0(x)) = \eta_{\mu\nu}$). De plus, les fluctuations Y^m étant supposées petites, ces dernières sont donc orthogonales à Y_0^m dans un certain voisinage. Ceci implique que l'on peut raisonnablement choisir $h_{\alpha\beta} \approx \delta_{\alpha\beta}$. A partir de ces hypothèses simplificatrices pour le contexte expérimental dans lequel on va se placer, l'action pour les Branons massifs couplés à la matière s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Branon}} &= \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}(x, Y(x))} \left(-f^4 + \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right) \\ &\approx \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \left[-f^4 + \mathcal{L}_{\text{SM}}(\eta_{\mu\nu}, \psi_m) - \frac{1}{2} \left(\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial^\mu \pi_B^\beta + M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8f^4} \left(4\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta + \eta_{\mu\nu} M_{\alpha\beta}^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta \right) T_{\text{SM}}^{\mu\nu} \right] \end{aligned} \quad (5.72)$$

Un des objectifs de cette thèse a été de contraindre expérimentalement les paramètres de ce Lagrangien avec les données de CMS. A cette fin, j'ai implémenté ce Lagrangien dans le générateur de règles de Feynman FEYNRULES, afin de simuler à l'aide du générateur d'événements MADGRAPH5 la production de Branons au LHC lors de collisions proton-proton à 8 TeV. Je me suis attaché en particulier à simuler la production de Branons en association avec un photon $pp \rightarrow \gamma \pi_B \pi_B$, de section efficace différentielle [36] (voir les vertex associés figure 5.5) :

$$\frac{d\sigma(q\bar{q} \rightarrow \gamma \pi_B \pi_B)}{dk^2 dt} = \frac{Q_q^2 \alpha N (k^2 - 4M_B^2)^2}{184320 f^8 \pi^2 \hat{s}^3 t u} \sqrt{1 - \frac{4M_B^2}{k^2} (\hat{s} k^2 + 4tu)(2\hat{s} k^2 + t^2 + u^2)}, \quad (5.73)$$

où N est le nombre de Branons, $\hat{s} = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - q)^2$, $u = (p_2 - q)^2$ sont les variables de Mandelstam et $k^2 = (k_1 + k_2)^2$. p_1 et p_2 sont les quadri-vecteurs impulsion des quarks et antiquarks initiaux, q la 4-impulsion du photon, et $k = k_1 + k_2$ la somme des impulsions des Branons (k représente donc l'énergie manquante). Ici le problème a encore été simplifié en supposant que la matrice de masse des Branons est diagonale ($M_{\alpha\beta} = M_B \delta_{\alpha\beta}$). De plus la section efficace étant proportionnelle à N/f^8 , il est suffisant de ne s'intéresser qu'au cas $N = 1$ et à différentes valeurs de f . Partant de ces hypothèses, je me suis attelé à la production de simulations Monte-Carlo pour différentes valeurs de M_B et de tension de brane f , et à leur reconstruction par le détecteur CMS (voir chapitre suivant).

D'autres canaux de recherche sont possibles. Une paire de Branons peut aussi être produite en association avec un jet hadronique (quark ou gluon), un boson de jauge W^\pm ou Z [36]. La canal mono-photon a été choisi pour poursuivre la recherche de Branons amorcé par la collaboration L3 du LEP dans ce canal [37].

5.2.2.3 Relation au modèle ADD

Les gravitons de Kaluza-Klein du modèle ADD ainsi que les Branons sont issus de la même description géométrique d'un univers branaire (action 5.22). Il est donc attendu

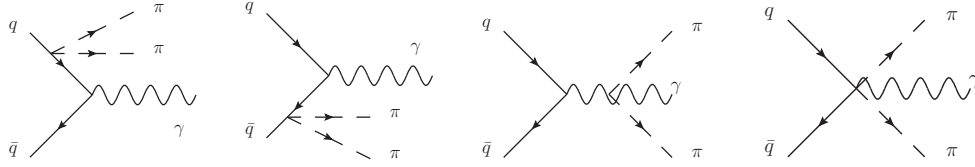


FIGURE 5.5 – Diagrammes de Feynman associés au processus $q\bar{q} \rightarrow \gamma\pi_B\pi_B$. Les lignes pointillées correspondent aux Branons.

que ces deux manifestations de la nature branaire de l'Univers se concrétisent de façon similaire dans les deux cas à travers leurs couplages aux champs du modèle standard. En effet, en comparant les actions 5.72 et 5.31, on remarque que l'on a l'identification suivante [38, 11] :

$$\frac{1}{M_D^{D-2}} h_{\mu\nu} \leftrightarrow \frac{1}{8f^4} \left(4\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta + \eta_{\mu\nu} M_D^2 \pi_B^\alpha \pi_B^\beta \right). \quad (5.74)$$

en ce qui concerne les termes d'interaction à la matière.

En principe, la nouvelle physique attendue d'un univers branaire peut donc venir à la fois des gravitons de Kaluza-Klein et des Branons. Cependant, à travers l'équation précédente on remarque que suivant les valeurs de l'échelle M_D et de la tension de brane f , ce sera l'une ou l'autre des phénoménologies qui pourrait être dominante. Dans le cas où les propriétés de la brane seraient telles que $f \ll M_D$ (brane souple), alors c'est la production de Branons qui domine en collisionneur au vu des interactions présentées équation 5.74. En revanche, dans le cas où $M_D \ll f$ (brane rigide), ce sont les états de Kaluza-Klein associés aux dimensions supplémentaires qui s'expriment en premier lieu. Une illustration de la phénoménologie associée à ces deux processus est proposée figure 5.6.

Il convient aussi de noter que la prise en compte des Branons est indispensable à la cohérence du modèle ADD. En effet, tous les modes d'excitations des gravitons de Kaluza-Klein $h_{\mu\nu}^{(n)}$ se couplent avec la même intensité aux champs du modèle standard. Or ceux-ci étant présents en nombre infini, cela implique des divergences potentielles dans la théorie, sauf si les fluctuations de la brane sont prises en compte [39, 38, 40]. Dans ce cas, les couplages des modes n sont exponentiellement supprimés en $\sim e^{-n^2}$ et la théorie est bien régularisée [39].

Le modèle du Branon n'est donc pas un modèle alternatif au modèle ADD traditionnellement étudié dans les expériences de collisionneurs, mais un modèle complémentaire à celui-ci, tant par le domaine de physique exploré ($M_D \gg f$) que pour ses implications salutaires pour le modèle ADD [39].

5.2.3 État de la recherche de Branon en 2013

Depuis la publication du modèle en 2001, les Branons n'ont été recherchés expérimentalement que par l'expérience L3 au Large Electron-Positron collider (LEP), dans le canal mono-photon [37]. Des limites expérimentales ont permis d'exclure le modèle pour des masses de Branons inférieures à 100 GeV et des tensions de brane inférieures à 180 GeV. À l'aide des résultats proposés par les collisionneurs Tevatron et LHC, les auteurs du modèle ont cependant mis à jour ces limites a posteriori en utilisant les limites sur des sections efficaces publiées par ces collaborations [11]. La mise à jour la plus récente a été

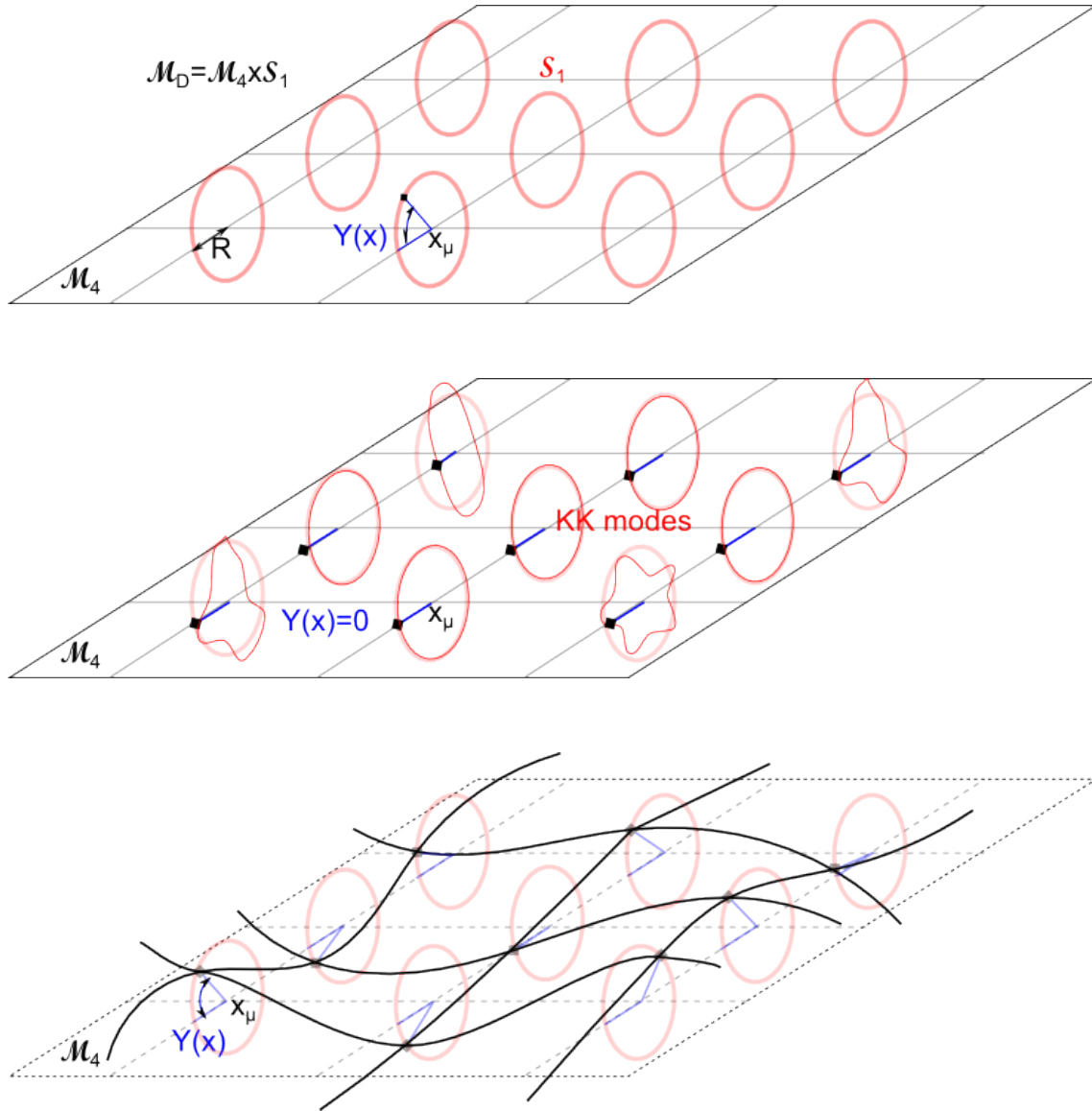


FIGURE 5.6 – Haut : Contexte général d'un univers branaire de géométrie $\mathcal{M}_D = \mathcal{M}_4 \times \mathcal{S}_1$. Les dimensions supplémentaires associées à chaque point x^μ de la brane \mathcal{M}_4 sont considérées toroïdales (\mathcal{S}_1), de rayon R . L'état fondamental de la brane est ici pris en $Y_0(x) = 0$, mais celle-ci est libre de fluctuer dans les dimensions supplémentaires et de prendre une position $Y(x)$. Milieu : dans le cas du modèle ADD ($M_D \ll f$), la brane reste rigide et les manifestations dominantes des dimensions supplémentaires sont associées aux résonances du graviton sur les boucles \mathcal{S}_1 . Bas : dans le cas des Branons ($M_D \gg f$), la brane est souple (faible tension de la brane) et ce sont les fluctuations $Y(x)$ de celle-ci le long des dimensions supplémentaires qui se manifestent. Les dimensions supplémentaires peuvent alors être considérées de taille infinie devant la petitesse des fluctuations.

effectuée en utilisant l'analyse mono-photon réalisée par l'expérience ATLAS⁶ en 2012 à $\sqrt{s} = 7$ TeV [42]. Le bilan de toutes ces limites dans l'espace des paramètres du Branon est représenté figure 5.7 tirée de la référence [11].

A partir de l'action 5.72 et de l'équation 1.119, il est possible de calculer une densité relique des Branons $\Omega_{\text{Br}} h^2$ comme candidat à la matière noire [43]. Dans le cas où les Branons seraient une relique froide, il existe une zone privilégiée dans l'espace des paramètres $f - M_B$ dans laquelle les Branons peuvent expliquer la totalité de la densité de matière noire observée par le satellite WMAP ($\Omega_{\text{Br}} h^2 = 0.095 - 0.129$ à 95% de niveau de confiance [44]). Une zone de l'espace des paramètres prévoyant $\Omega_{\text{Br}} h^2 > 0.129$ est donc exclue par les observations cosmologiques. Dans le cas d'une relique chaude, les limites sur la densité de neutrino permettent d'imposer que $\Omega_{\text{Br}} h^2 < 0.0076$ à 95% de niveau de confiance [44]. L'ensemble de ces contraintes cosmologiques sur le Branon en tant que matière noire chaude ou froide est résumé sur la figure 5.8.

Des limites ont aussi été proposées par les auteurs du modèle en utilisant la largeur de désintégration des bosons Z et W [38], mais celles-ci se sont révélées moins contraignantes que celles proposées par le LEP. D'autres limites encore ont été proposées en utilisant les recherches directes de matière noire [45], ou bien l'observation du ciel en rayons X ou gamma [46, 47], mais ne contraignent que la masse des Branons. Les limites dérivées à partir des expériences de recherche directe sont présentées sur la figure 5.9 [45].

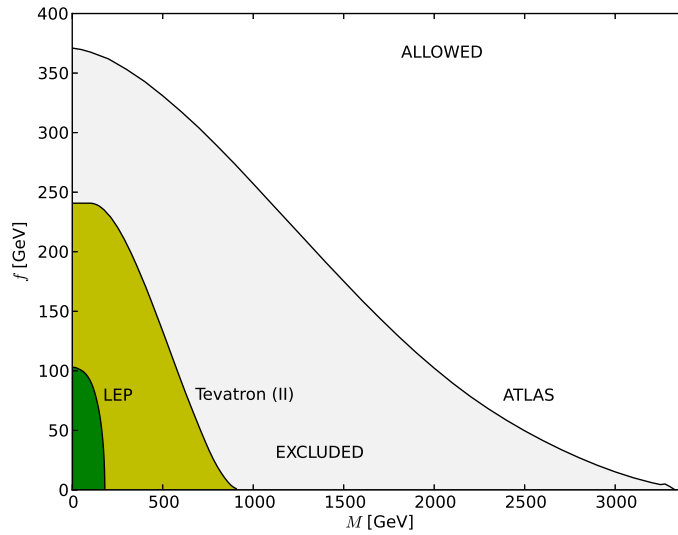


FIGURE 5.7 – Limites dans l'espace des paramètres du modèle du Branon dérivées expérimentalement au collisionneur LEP et phénoménologiquement pour les expériences du Tevatron et du LHC (tirée de la référence [11]).

5.3 Résumé

Les théories à dimensions supplémentaires peuvent fournir une particule scalaire candidate au statut de matière noire appelée Branon, représentant les fluctuations d'espace-temps d'une 3-brane dans des dimensions supplémentaires. Ce champ scalaire, massif et

6. Il semblerait que les données du détecteur ATLAS ait été préférées par les auteurs de l'étude [11] à celles de CMS [41] car les limites dérivées sur le modèle ADD étaient un peu plus fortes [42].

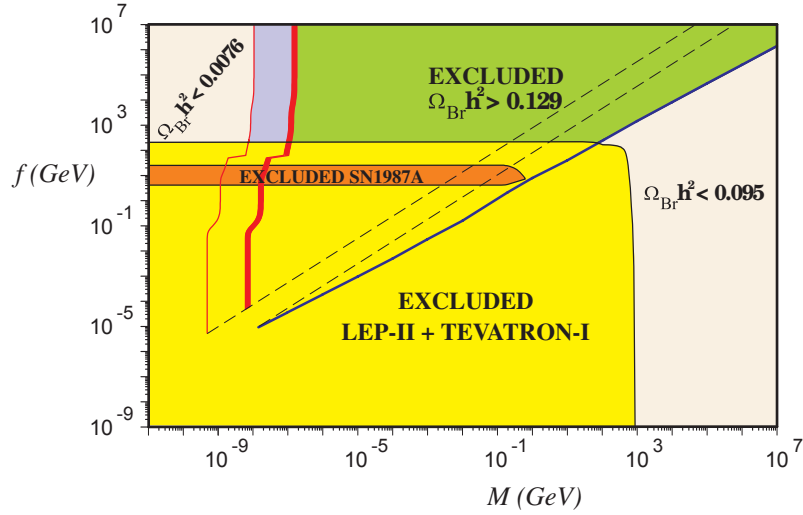


FIGURE 5.8 – Densité relique des Branons dans l'espace des paramètres $f - M_B$ avec $N = 1$. Les deux lignes pleines rouges à gauche correspondent aux limites $\Omega_{\text{Br}} h^2 = 0.0076$ et $\Omega_{\text{Br}} h^2 = 0.129$ de gauche à droite. La ligne pleine sombre à droite correspond à la limite $\Omega_{\text{Br}} h^2 = 0.129$ aussi. La région jaune est exclue par les mesures dans le canal mono-photon du LEP et mono-jet du Tevatron [36]. Des contraintes astrophysiques moins restrictives venant de la mesure du refroidissement de la supernova SN1987A par émission de Branons [43] sont aussi présentées.

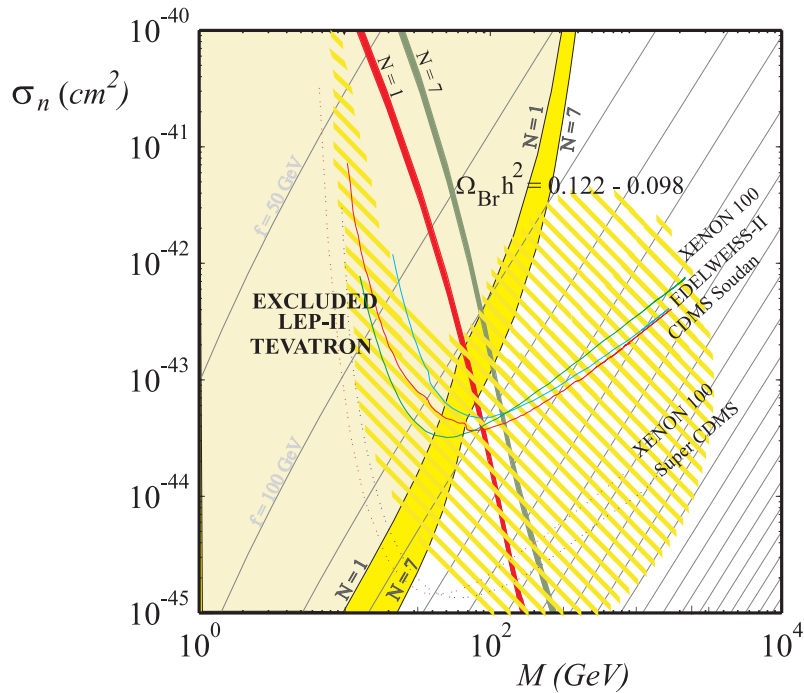


FIGURE 5.9 – Section efficace de diffusion élastique des Branons sur des nucléons σ_n en fonction de la masse des Branons. Les deux lignes épaisses rouge et verte correspondent aux zones préférées pour des Branons expliquant la totalité de la matière noire froide ($N = 1$ à gauche et $N = 7$ à droite). La région jaune pâle à gauche correspond à l'espace des paramètres exclu par les expériences en collisionneur LEP et Tevatron [38, 36]. Les lignes pleines fines représentent les limites sur la section-efficace spin-indépendante venant des expériences XENON100 [48], EDELWEISS-II [49] et CDMS [50]. La région rayée jaune correspond à l'espace des paramètres préféré par les deux événements détectés par l'expérience CDMS-II [50] (mais exclus depuis par les récents résultats de Super-CDMS [51]). Des lignes pointillées très fines donnent la sensibilité prévue des futures expériences XENON100 et SuperCDMS.

stable, est couplé à la matière et sa production au LHC dans les collisions proton-proton peut être recherchée dans le canal mono-photon avec le détecteur CMS. Après une description du détecteur CMS au chapitre 6, l'analyse des données issues du détecteur pour le canal mono-photon sera développée au chapitre 7. A partir de cette recherche seront dérivées des contraintes expérimentales sur les paramètres du Branon (la tension de brane f et la masse des Branons M_B) dans la section 7.4.3.

Bibliographie

- [1] T. Kaluza, *On the Problem of Unity in Physics*, Sitzungsber.Preuss.Akad.Wiss.Berlin (Math.Phys.) **1921**, 966 (1921).
- [2] O. Klein, *Quantum Theory and Five-Dimensional Theory of Relativity*, Zeitschrift fur Physik **37**, 895 (1926), [doi:10.1007/BF01397481](https://doi.org/10.1007/BF01397481).
- [3] K. Dienes, *New directions for new dimensions : An introduction to Kaluza-Klein theory, large extra dimensions, and the brane world*, Particle Physics And Cosmology (2002).
- [4] D. Bailin et A. Love, *Kaluza-klein theories*, Reports on Progress in Physics **50** (1987).
- [5] E. Witten, *Search for a Realistic Kaluza-Klein Theory*, Nucl.Phys. **B186**, 412 (1981), [doi:10.1016/0550-3213\(81\)90021-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90021-3).
- [6] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, et G. Dvali, *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, Physics Letters B **429**, 263 (1998), [doi:10.1016/S0370-2693\(98\)00466-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00466-3), [arXiv:9803315 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9803315).
- [7] C. Hoyle, D. Kapner, B. Heckel, E. Adelberger, et al., *Submillimeter tests of the gravitational inverse-square law*, Physical Review D **70**, 042004 (2004), [doi:10.1103/PhysRevD.70.042004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.042004), [arXiv:0405262 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0405262).
- [8] D. Kapner, T. Cook, E. Adelberger, J. Gundlach, et al., *Tests of the Gravitational Inverse-Square Law below the Dark-Energy Length Scale*, Physical Review Letters **98**, 021101 (2007), [doi:10.1103/PhysRevLett.98.021101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.021101).
- [9] C. Csaki, *TASI Lectures on Extra Dimensions and Branes*, arXiv preprint hep-ph/0404096 p. 85 (2004), [arXiv:0404096 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0404096).
- [10] G. Giudice, R. Rattazzi, et J. Wells, *Quantum gravity and extra dimensions at high-energy colliders*, Nuclear Physics B (1999).
- [11] J. A. R. Cembranos, R. L. Delgado, et A. Dobado, *Brane worlds at the LHC : Branons and KK gravitons*, Physical Review D **88**, 075021 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.075021](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.075021), [arXiv:1306.4900](https://arxiv.org/abs/1306.4900).
- [12] T. Appelquist, H.-C. Cheng, et B. Dobrescu, *Bounds on universal extra dimensions*, Physical Review D **64**, 035002 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.64.035002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.035002).
- [13] I. Antoniadis, C. Muñoz, et M. Quirós, *Dynamical supersymmetry breaking with a large internal dimension*, Nuclear Physics B **397**, 515 (1993), [doi:10.1016/0550-3213\(93\)90184-Q](https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90184-Q), [arXiv:9211309 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9211309).

- [14] I. Antoniadis, K. Benakli, et M. Quirós, *Production of Kaluza-Klein states at future colliders*, Physics Letters B **331**, 313 (1994), [doi:10.1016/0370-2693\(94\)91058-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)91058-8), [arXiv:9403290 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9403290).
- [15] I. Antoniadis, S. Dimopoulos, A. Pomarol, et M. Quirós, *Soft masses in theories with supersymmetry breaking by TeV compactification*, Nuclear Physics B **544**, 503 (1999), [doi:10.1016/S0550-3213\(99\)00037-1](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(99)00037-1).
- [16] T. Flacke, D. Hooper, et J. March-Russell, *Improved bounds on universal extra dimensions and consequences for kaluza-klein dark matter*, Phys. Rev. D **73**, 095002 (2006), [doi:10.1103/PhysRevD.73.095002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.095002).
- [17] T. Flacke, D. Hooper, et J. March-Russell, *Erratum : Improved bounds on universal extra dimensions and consequences for kaluza-klein dark matter [phys. rev. d 73, 095002 (2006).]*, Phys. Rev. D **74**, 019902 (2006), [doi:10.1103/PhysRevD.74.019902](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.019902).
- [18] N. Arkani-Hamed et M. Schmaltz, *Hierarchies without symmetries from extra dimensions*, Physical Review D **61**, 033005 (2000), [doi:10.1103/PhysRevD.61.033005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.61.033005).
- [19] R. Barbieri, L. Hall, et Y. Nomura, *Constrained standard model from a compact extra dimension*, Physical Review D **63**, 105007 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.63.105007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.105007), [arXiv:0011311 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0011311).
- [20] G. Servant et T. M. Tait, *Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate ?*, Nuclear Physics B **650**, 391 (2003), [doi:10.1016/S0550-3213\(02\)01012-X](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(02)01012-X).
- [21] L. Randall et R. Sundrum, *Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension*, Physical Review Letters **83**, 3370 (1999), [doi:10.1103/PhysRevLett.83.3370](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.3370), [arXiv:9905221 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905221).
- [22] L. Randall et R. Sundrum, *An Alternative to Compactification*, Physical Review Letters **83**, 4690 (1999), [doi:10.1103/PhysRevLett.83.4690](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4690), [arXiv:9906064 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/9906064).
- [23] W. D. Goldberger et M. B. Wise, *Bulk fields in the Randall-Sundrum compactification scenario*, Phys.Rev. **D60**, 107505 (1999), [doi:10.1103/PhysRevD.60.107505](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.107505), [arXiv:hep-ph/9907218 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9907218).
- [24] W. D. Goldberger et M. B. Wise, *Modulus stabilization with bulk fields*, Phys.Rev.Lett. **83**, 4922 (1999), [doi:10.1103/PhysRevLett.83.4922](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4922), [arXiv:hep-ph/9907447 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9907447).
- [25] W. D. Goldberger et M. B. Wise, *Phenomenology of a stabilized modulus*, Physics Letters B **475**, 275 (2000), [doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693\(00\)00099-X](https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693(00)00099-X).
- [26] K. Hinterbichler, M. Trodden, et D. Wesley, *Multifield Galileons and higher codimension branes*, Physical Review D **82**, 124018 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.124018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.124018), [arXiv:1008.1305](https://arxiv.org/abs/1008.1305).
- [27] C. de Rham et A. J. Tolley, *DBI and the Galileon reunited*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010**, 015 (2010), [doi:10.1088/1475-7516/2010/05/015](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2010/05/015), [arXiv:1003.5917](https://arxiv.org/abs/1003.5917).

- [28] R. Sundrum, *Effective field theory for a three-brane universe*, Physical Review D **59**, 1 (1999), [arXiv:9805471 \[hep-ph\]](#).
- [29] M. Bando, T. Kugo, et K. Yamawaki, *Nonlinear realization and hidden local symmetries*, Physics Reports **164**, 217 (1988), [doi:10.1016/0370-1573\(88\)90019-1](#).
- [30] S. Coleman, J. Wess, et B. Zumino, *Structure of phenomenological lagrangians. I*, Physical Review **177** (1969).
- [31] C. Callan, S. Coleman, J. Wess, et B. Zumino, *Structure of Phenomenological Lagrangians. II*, Physical Review **177**, 2247 (1969), [doi:10.1103/PhysRev.177.2247](#).
- [32] J. A. R. Cembranos, A. Dobado, et A. L. Maroto, *Goldstone bosons and solitons on the brane*, Arxiv preprint hep-ph/0107155 p. 22 (2001), [arXiv:0107155 \[hep-ph\]](#).
- [33] J. A. R. Cembranos, a. Dobado, et A. L. Maroto, *Brane-skyrmions and wrapped states*, Physical Review D **65**, 35 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.65.026005](#), [arXiv:0106322 \[hep-ph\]](#).
- [34] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology : principles and applications of the general theory of relativity* (1972).
- [35] A. Dobado et A. A. L. Maroto, *The dynamics of the Goldstone bosons on the brane*, Nuclear Physics B **592**, 203 (2000), [doi:10.1016/S0550-3213\(00\)00574-5](#), [arXiv:0007100 \[hep-ph\]](#).
- [36] J. A. R. Cembranos, A. Dobado, et A. L. Maroto, *Branon search in hadronic colliders*, Physical Review D **70**, 17 (2004), [doi:10.1103/PhysRevD.70.096001](#), [arXiv:0405286 \[hep-ph\]](#).
- [37] P. Achard, O. Adriani, M. Aguilar-Benitez, J. Alcaraz, et al., *Search for branons at LEP*, Physics Letters B **597**, 145 (2004), [doi:10.1016/j.physletb.2004.07.014](#), [arXiv:0407017 \[hep-ex\]](#).
- [38] J. Alcaraz, J. Cembranos, A. Dobado, et A. L. A. Maroto, *Limits on the brane fluctuations mass and on the brane tension scale from electron-positron colliders*, Physical Review D **67**, 075010 (2003), [doi:10.1103/PhysRevD.67.075010](#), [arXiv:0212269 \[hep-ph\]](#).
- [39] M. Bando, T. Kugo, T. Noguchi, et K. Yoshioka, *Brane fluctuations and suppression of Kaluza-Klein mode couplings*, Physical Review Letters pp. 3601–3604 (1999).
- [40] J. Cembranos, A. Dobado, et A. Maroto., *Branon radiative corrections to collider physics and precision observables*, Physical Review D **73**, 035008 (2006), [doi:10.1103/PhysRevD.73.035008](#), [arXiv:0510399 \[hep-ph\]](#).
- [41] CMS Collaboration, *Search for dark matter and large extra dimensions in pp collisions yielding a photon and missing transverse energy*, Phys. Rev. Lett. **108**, 261803 (2012), [doi:10.1103/PhysRevLett.108.261803](#).
- [42] ATLAS Collaboration, *Search for dark matter candidates and large extra dimensions in events with a photon and missing transverse momentum in pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector*, Physical Review Letters **110**, 011802 (2013), [doi:10.1103/PhysRevLett.110.011802](#), [arXiv:1209.4625](#).

- [43] J. Cembranos, A. Dobado, et A. Maroto, *Cosmological and astrophysical limits on brane fluctuations*, Physical Review D **68**, 103505 (2003), [doi:10.1103/PhysRevD.68.103505](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.68.103505).
- [44] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, *et al.*, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : determination of cosmological parameters*, The Astrophysical Journal Supplement Series **148**, 175 (2003), [doi:10.1086/377226](https://doi.org/10.1086/377226).
- [45] J. A. R. Cembranos, J. L. Díaz-Cruz, et L. Prado, *Impact of dark matter direct searches and the LHC analyses on branon phenomenology*, Physical Review D **84**, 083522 (2011), [doi:10.1103/PhysRevD.84.083522](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.083522), [arXiv:1110.0542](https://arxiv.org/abs/1110.0542).
- [46] J. A. R. Cembranos, A. de la Cruz-Dombriz, V. Gammaldi, et A. L. Maroto, *Detection of branon dark matter with gamma ray telescopes*, Physical Review D **85**, 043505 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.85.043505](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.043505), [arXiv:1111.4448](https://arxiv.org/abs/1111.4448).
- [47] J. A. R. Cembranos, V. Gammaldi, et A. L. Maroto, *Possible dark matter origin of the gamma ray emission from the Galactic Center observed by HESS*, Physical Review D **86**, 103506 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.86.103506](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.103506), [arXiv:1204.0655](https://arxiv.org/abs/1204.0655).
- [48] E. Aprile, K. Arisaka, F. Arneodo, A. Askin, *et al.*, *Dark Matter Results from 100 Live Days of XENON100 Data*, Physical Review Letters **107**, 131302 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.107.131302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.131302).
- [49] E. Armengaud, C. Augier, A. Benoît, L. Bergé, *et al.*, *Final results of the EDELWEISS-II WIMP search using a 4-kg array of cryogenic germanium detectors with interleaved electrodes*, Physics Letters B **702**, 329 (2011), [doi:10.1016/j.physletb.2011.07.034](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2011.07.034).
- [50] Z. Ahmed, D. S. Akerib, S. Arrenberg, C. N. Bailey, *et al.*, *Dark matter search results from the CDMS II experiment.*, Science (New York, N.Y.) **327**, 1619 (2010), [doi:10.1126/science.1186112](https://doi.org/10.1126/science.1186112).
- [51] R. Agnese, A. J. Anderson, M. Asai, D. Balakishiyeva, *et al.*, *Search for Low-Mass WIMPs with SuperCDMS*, p. 6 (2014), [arXiv:1402.7137](https://arxiv.org/abs/1402.7137).

Chapitre 6

Contexte expérimental

Sommaire

6.1	Le Grand Collisionneur de Hadrons (LHC)	191
6.1.1	Caractéristiques principales	191
6.1.2	Énergie dans le centre de masse	193
6.1.3	Luminosité	193
6.1.4	Le problème de l'empilement	195
6.2	Le détecteur CMS	196
6.2.1	Géométrie de CMS	197
6.2.2	Les sous-systèmes	198
6.2.3	Chaîne d'acquisition	204
6.3	Reconstruction des objets physiques	205
6.3.1	Reconstruction des photons et des électrons	205
6.3.2	Reconstruction des muons	206
6.3.3	Reconstruction par l'algorithme de flux de particules	207
	Bibliographie	215

DANS ce chapitre, je vais présenter le contexte expérimental lié à la recherche de Baryons au LHC. Le collisionneur sera présenté, ainsi que ses principales caractéristiques nécessaires à la compréhension de la recherche de signaux mono-photon (état final présentant un photon et de l'énergie manquante) présentée au chapitre suivant. La même philosophie sera ensuite suivie pour une présentation plus particulière du détecteur CMS, pour Compact Muon Solenoïd, et de la reconstruction des objets physiques importants pour l'analyse mono-photon.

6.1 Le Grand Collisionneur de Hadrons (LHC)

6.1.1 Caractéristiques principales

Le LHC (*Large Hadron Collider*, ou Grand Collisionneur de Hadrons) est le plus grand anneau de collisions existant, et celui atteignant les plus hautes énergies dans le centre de masse. Il est situé au Centre Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) à Genève sur la frontière franco-suisse. Dans l'anneau d'accélération, des protons et des ions lourds peuvent être utilisés, afin de réaliser des collisions proton-proton, proton-ion et ion-ion (en particulier plomb-plomb).

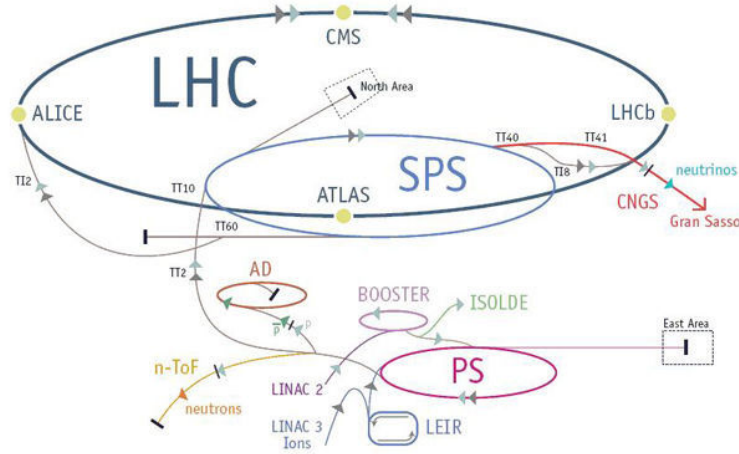


FIGURE 6.1 – Chaîne d'accélération des protons et ions au LHC (*Source : CERN*).

Les collisions ont lieu au sein de quatre détecteurs répartis le long du collisionneur : ALICE, ATLAS, CMS et LHCb. ATLAS et CMS sont deux expériences dites généralistes optimisées pour la recherche du boson de Higgs et de la physique au-delà du modèle standard. ALICE est dédiée à l'étude des états de la matière dense similaires au plasma de quark-gluon existant aux tout premiers instants de l'Univers, atteints par les collisions plomb-plomb. Enfin, LHCb se focalise sur l'étude de la physique liée à la saveur, à la violation de la symétrie CP et au boson de Higgs.

Le collisionneur LHC est constitué de 9500 aimants formant un anneau de 27 km de circonférence [1] (voir photographie 6.2). Les aimants sont supra-conducteurs et refroidis par de l'hélium superfluide à 1.9 K. Le champ magnétique nominal est engendré par la circulation d'un courant électrique de 12 000 A dans les bobines supraconductrices et peut atteindre 8.33 T. Ces aimants guident et focalisent deux faisceaux de particules circulant en sens opposés dans deux lignes distinctes et se croisant au niveau des détecteurs.

Pour être accélérés à leur énergie nominale, les protons et les ions passent par différents systèmes d'accélération (voir figure 6.1).

1. **Préparation** : les protons sont obtenus à partir d'atomes d'hydrogène ionisés et introduits dans un accélérateur linéaire LINAC2 les amenant à une énergie de 50 MeV. Les ions de plomb, de numéro atomique 82, sont quant à eux obtenus par chauffage de fils de plomb. La vapeur de plomb ainsi obtenue est ionisée jusqu'à l'état Pb^{54+} , et les ions sont accélérés par l'anneau LEIR.
2. **Proton Synchrotron (PS)** : les particules sont ensuite accélérées par le Proton Synchrotron, un accélérateur circulaire qui les amène à une énergie de 26 GeV. Les protons sont rassemblés en paquets espacés de 25 ou 50 ns suivant le fonctionnement décidé pour le LHC.
3. **Super Proton Synchrotron (SPS)** : une nouvelle accélération par le Super Proton Synchrotron amène les particules à 450 GeV.
4. **LHC** : le LHC accélère ensuite les faisceaux à 4 TeV chacun (dans le futur ce sera 7 TeV) grâce à 16 cavités radiofréquence présentes le long de l'anneau (voir photographie 6.2). Cette énergie est atteinte en 15 minutes après que les paquets sont passés environ un million de fois par les cavités (11 000 tours par seconde à 4 TeV).

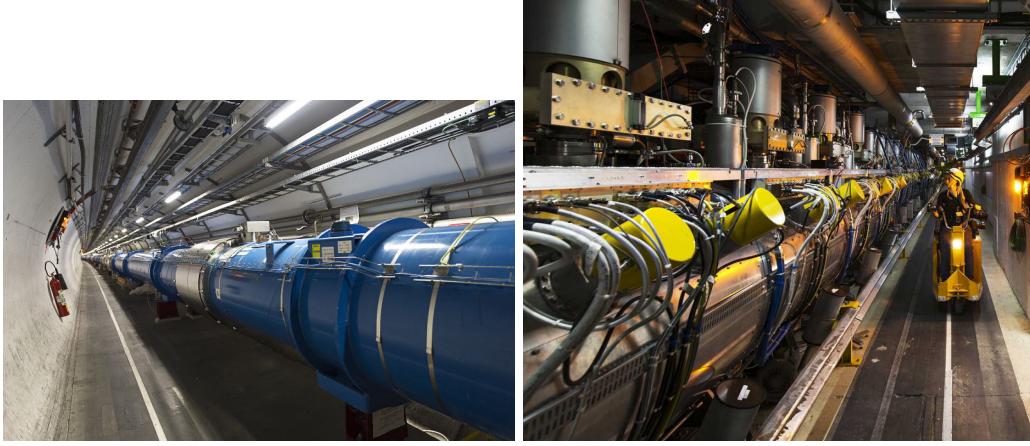


FIGURE 6.2 – Gauche : aimants supra-conducteurs du LHC. Droite : une des cavités radiofréquences (*Source : CERN*).

6.1.2 Énergie dans le centre de masse

L'énergie dans le centre de masse, notée \sqrt{s} en référence à la variable de Mandelstam s , est définie par la somme des énergies des deux protons qui entrent en collision dans le référentiel de leur centre de masse. Au LHC, sa valeur nominale est de 14 TeV. Les prises de données de 2010, 2011 et 2012 ont été effectuées à des énergies respectives de 7 TeV, 7 TeV et 8 TeV, et seront réalisées à des énergies de 13 TeV voire 14 TeV pour la prochaine campagne de prise de données en 2015.

L'impulsion d'un proton est partagée entre ses différents partons (trois quarks de valence et une mer de gluons et paires quark-anti-quark). La probabilité pour un parton de porter une fraction $x \in [0, 1]$ de l'impulsion du proton est donnée par les fonctions de distribution de parton (PDF). Par conséquent, l'énergie d'interaction au niveau des partons $\sqrt{\hat{s}}$ vérifie $\sqrt{\hat{s}} \leq \sqrt{s}$ (l'égalité est atteinte lorsque pour les deux partons $x = 1$). Ces PDFs sont estimées à partir de mesures effectuées en collisionneur et de modèles théoriques du proton. Un exemple d'une estimation de la PDF MSTW2008 [2] avec ses incertitudes à 68% de niveau de confiance est illustré figure 6.3 à deux échelles d'énergie.

6.1.3 Luminosité

La luminosité instantanée \mathcal{L} est un paramètre important décrivant les performances du collisionneur. Elle exprime le taux d'interaction proton-proton par unité de surface et de temps. Pour un processus physique de section efficace σ , elle permet de prédire le nombre d'événements attendu N par la formule :

$$N = \sigma \int dt \mathcal{L}(t) \equiv \sigma L, \quad (6.1)$$

où $L(T) = \int_0^T dt \mathcal{L}(t)$ est la luminosité intégrée au bout d'un temps T , mesurée en cm^{-2} ou fb^{-1} . Les luminosités instantanées et intégrées au cours du fonctionnement du LHC depuis 2010 sont représentées figure 6.4, et montrent les progrès réalisés année après année pour améliorer ces quantités. La luminosité instantanée dépend du nombre de protons N_p présents dans les paquets et du nombre de paquets se croisant par seconde $N_b \times f_{\text{rev}}$ (où f_{rev} est la fréquence de révolution autour de l'anneau et N_b le nombre de paquets de

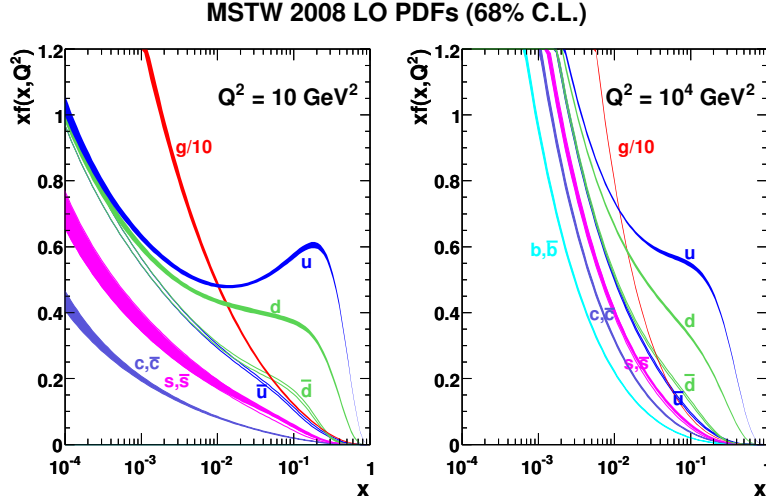


FIGURE 6.3 – Fonction de distribution de partons MSTW2008 estimée aux échelles d'énergie $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ et $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ [2].

Paramètre	Valeur nominale	Valeur en juin 2012
Énergie par faisceau	7 TeV	4 TeV
Émittance ϵ_N	3.75 μm	2.6 μm
Facteur γ	7460	4260
Bêatron β^*	0.55 m	0.60 m
Nombre de paquets N_b	2808	1380
Nombre de protons N_p	1.15×10^{11}	1.48×10^{11}
Angle de croisement	285 μrad	290 μrad
Luminosité	$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	$6.8 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

TABLE 6.1 – Paramètres de configuration du faisceau nominaux et mesurés en juin 2012.

protons présents dans l'anneau), mais aussi de la géométrie des paquets :

$$\mathcal{L} = \frac{\gamma N_p^2 N_b f_{\text{rev}}}{4\pi \epsilon_N \beta^*}. \quad (6.2)$$

Le paramètre ϵ_N est l'émittance transverse normalisée et γ est le facteur relativiste associé aux paquets de protons¹. Enfin, le paramètre bêatron β^* caractérise la focalisation du faisceau. L'ensemble de ces paramètres est présenté dans la table 6.1.

Les paramètres ϵ_N et β^* peuvent être directement contrôlés par les opérateurs de l'accélérateur. Or, ils sont directement reliés aux dimensions transverses des paquets de protons $\sigma_{x,y}$ par la formule $\epsilon_N \beta^* \gamma^{-1} = \sigma_x \sigma_y$. Les paramètres $\sigma_{x,y}$ ne sont pas directement contrôlables par les opérateurs mais sont cependant mesurables par des balayages de Van der Meer. Un balayage de Van der Meer est une méthode qui permet de mesurer la densité des paquets de protons selon x et y et donc de calculer directement $\sigma_{x,y}$. Ces mesures effectuées à intervalles de temps réguliers aux points de croisement dans les quatre expériences du LHC permettent ainsi d'étalonner la configuration de l'accélérateur et d'estimer précisément la luminosité délivrée.

1. La masse d'un proton étant de $0.938 \text{ GeV}/c^2$, pour un faisceau circulant à 4 TeV on a $\gamma = 4000/0.938 = 4260$.

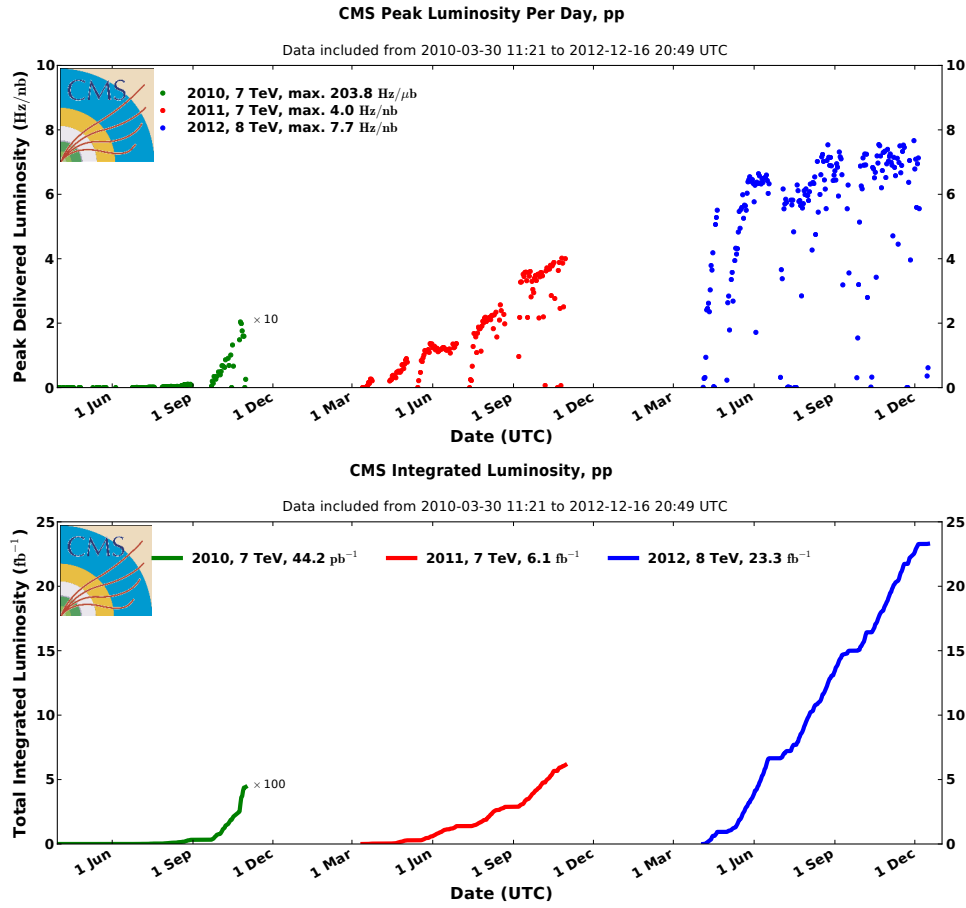


FIGURE 6.4 – Haut : luminosité instantanée \mathcal{L} au cours des trois années de fonctionnement du LHC. Bas : luminosité intégrée L [3].

6.1.4 Le problème de l'empilement

Au LHC, la luminosité intense du faisceau de protons permet de produire plusieurs interactions à la fois pendant un même croisement de paquets. Ces collisions proton-proton dites de biais minimum se rajoutant à l'interaction principale d'intérêt physique sont appelées événements d'empilement (*pile-up* en anglais). Le nombre moyen d'événements d'empilement μ augmente avec la luminosité :

$$\mu = \sigma_{pp} \mathcal{L} \Delta t, \quad (6.3)$$

où Δt est le temps séparant deux paquets (25 ou 50 ns) et σ_{pp} est la section efficace inélastique totale de biais minimum. Pour les données enregistrées en 2011, elle s'élève à 68 mb avec une incertitude estimée à 7% [4]. Pour les prises de données de 2010, 2011 et 2012, le nombre d'interactions d'empilement moyen s'établit respectivement à 1, 4.5 et 21 [3] (voir figure 6.5 et 6.6).

Pour l'analyse des données de 2012, les performances du détecteur et des algorithmes de reconstruction des objets physiques sont devenues cruciales pour distinguer l'événement physique intéressant parmi quelques 20 événements d'empilement.

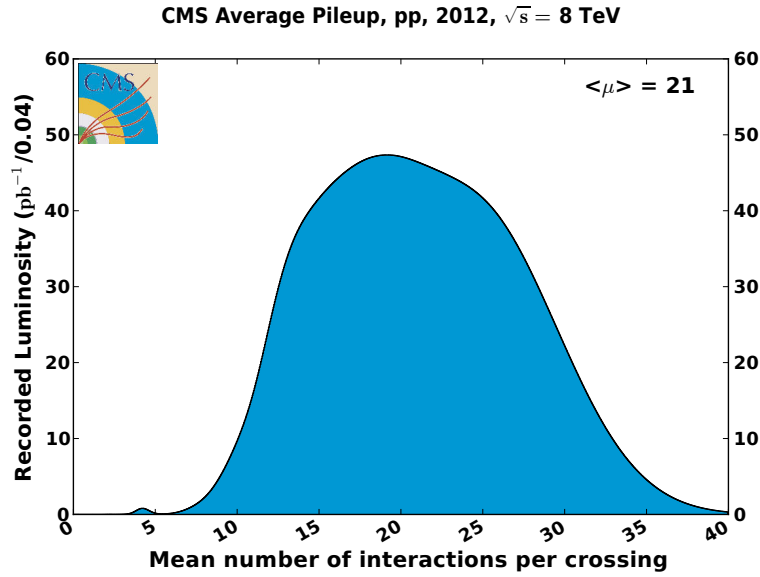


FIGURE 6.5 – Distribution du nombre d'événements d'empilement par croisement de paquets dans les données 2012 [3].

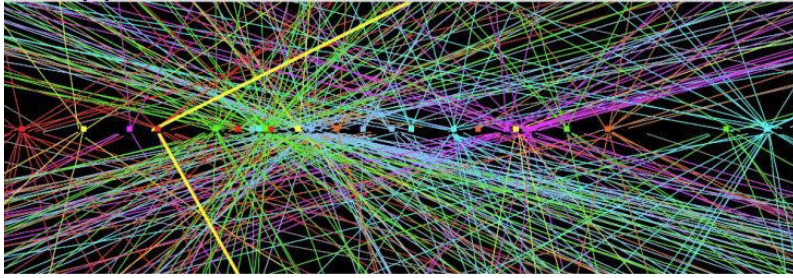


FIGURE 6.6 – Représentation des traces d'un événement réel enregistré par le détecteur ATLAS en 2012. Une désintégration $Z \rightarrow \mu\mu$ est observée (la paire de muons est représentée par des traits jaunes épais) parmi 25 interactions d'empilement reconstruites.

6.2 Le détecteur CMS

Le détecteur CMS, pour *Compact Muon Solenoid*, est une des deux expériences généralistes associées au LHC, avec ATLAS. Situé au point d'interaction numéro 5, son architecture est centrée autour d'un aimant solénoïdal supraconducteur engendrant un champ magnétique interne de 3.8 T le long de l'axe du faisceau, et 1.9 T à l'extérieur. La grande intensité du champ magnétique a pour but d'augmenter la résolution sur la mesure de l'impulsion transverse des muons². Une des caractéristiques principales de CMS est que la plupart des sous-détecteurs sont à l'intérieur de l'aimant, ce qui minimise la densité de matière dite morte devant les calorimètres dans le but d'optimiser la résolution en énergie.

2. L'impulsion transverse est mesurée par la courbure de la trajectoire des muons dans le détecteur. Plus la courbure est importante, plus la mesure est précise. Or une courbure importante est obtenue avec des champs magnétiques importants.

6.2.1 Géométrie de CMS

Le détecteur CMS est de forme cylindrique, mesurant 21.5 m de long pour 16 m de diamètre. L'aimant supraconducteur fait quant à lui 13 m de long pour 6 m de diamètre. A l'intérieur et à l'extérieur de celui-ci sont situés différents sous-systèmes, sensibles à différentes particules et quantités physiques (voir figures 6.7 et 6.8). Nous y reviendrons dans la section suivante.

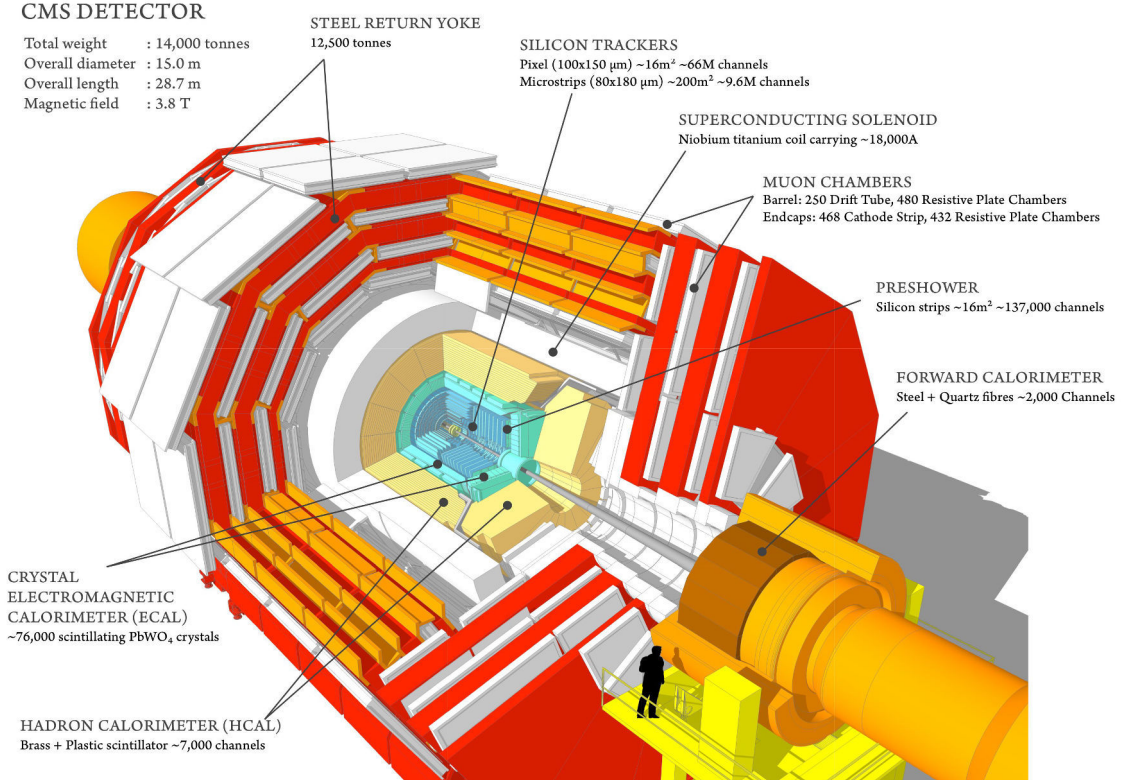


FIGURE 6.7 – Schéma du détecteur CMS et position des différents sous-systèmes.

Pour mesurer différentes quantités cinématiques, on associe au détecteur CMS un repère cartésien défini de la façon suivante. L'origine du référentiel est choisie au centre du détecteur (point d'interaction), l'axe z pointe le long du faisceau tournant dans le sens anti-horaire, l'axe x est dirigé vers le centre de l'anneau du LHC et l'axe y est orienté vers le haut perpendiculairement au plan du LHC. Deux coordonnées angulaires sont aussi couramment utilisées. L'angle ϕ est mesuré dans le plan $x - y$ à partir de l'axe x , et la pseudorapidité η est définie via l'angle polaire θ mesuré suivant l'axe z par :

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right). \quad (6.4)$$

On définit aussi r la distance à l'axe du cylindre. Pour une particule d'impulsion \vec{p} , θ représente l'angle entre son impulsion et l'axe du faisceau. La pseudorapidité s'écrit aussi ³ :

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\|\vec{p}\| + p_z}{\|\vec{p}\| - p_z} \right), \quad (6.5)$$

3. $\frac{\|\vec{p}\| + p_z}{\|\vec{p}\| - p_z} = \frac{\|\vec{p}\|(1 + \cos \theta)}{\|\vec{p}\|(1 - \cos \theta)} = \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} = \tan^{-2} \frac{\theta}{2}.$

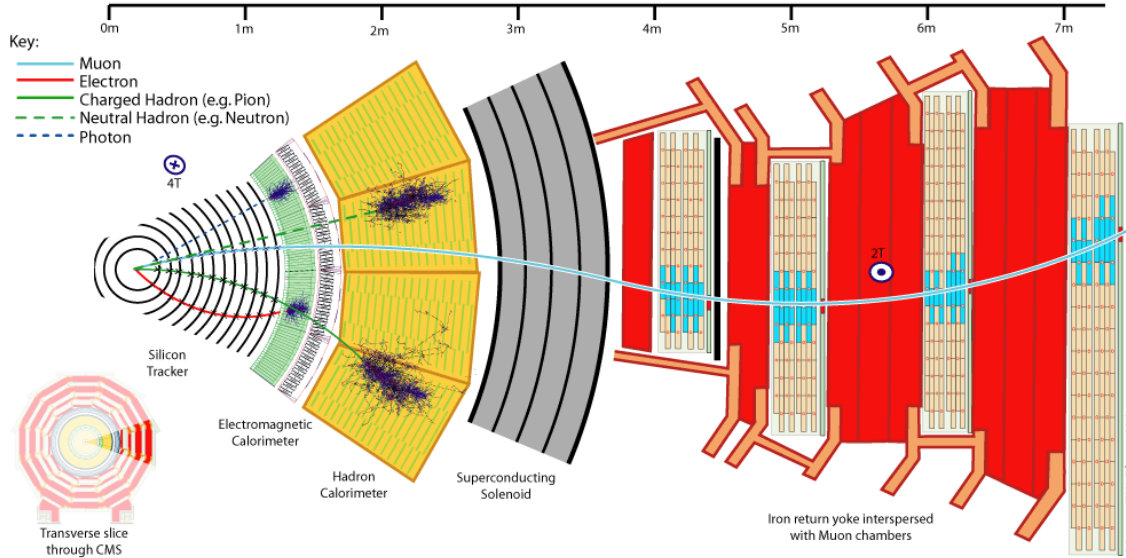


FIGURE 6.8 – Coupe transverse du détecteur CMS, illustrant la trajectoire d'un photon (qui interagit avec le calorimètre électromagnétique seulement), un hadron neutre (déposant de l'énergie dans le calorimètre hadronique), un muon (traversant les calorimètres et interagissant avec le trajectographe et le spectromètre à muons), un hadron chargé (interagit avec le trajectographe avant de déposer son énergie dans le calorimètre hadronique), et un électron (interagit avec le trajectographe avant de déposer son énergie dans le calorimètre électromagnétique).

avec $p_z = \vec{p} \cdot \vec{z}$. La pseudorapidité est alors une bonne approximation de la rapidité relativiste y pour une particule ultra-relativiste :

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (6.6)$$

où E est l'énergie de la particule. L'intérêt d'utiliser la pseudorapidité plutôt que l'angle θ est que les distances angulaires $\Delta\eta$ entre deux directions sont invariantes par des transformations de Lorentz suivant z (contrairement aux distances $\Delta\theta$), dans la limite $\eta \rightarrow y$.

Dans les collisionneurs hadroniques, l'impulsion longitudinale des partons initiaux n'est pas connue. Les mesures d'impulsion et d'énergie s'effectuent donc dans le plan transverse $x - y$. L'impulsion transverse, notée p_T , est définie par :

$$p_x = p_T \cos \phi \quad (6.7)$$

$$p_y = p_T \sin \phi \quad (6.8)$$

$$p_z = p_T \sinh \eta \quad (6.9)$$

Dans le détecteur, on distingue deux parties. Le cylindre central est appelé "tonneau" et couvre des régions correspondant à des pseudorapidités $|\eta| \lesssim 1.5$. Les deux régions à haute pseudorapidité sont appelées "bouchons" et ferment les faces latérales du détecteur pour assurer une couverture la plus complète possible d'un événement.

6.2.2 Les sous-systèmes

Les différents sous-systèmes du détecteur CMS sont organisés en couches cylindriques. Nous les détaillons ici du centre vers l'extérieur. Ils permettent de détecter l'ensemble des

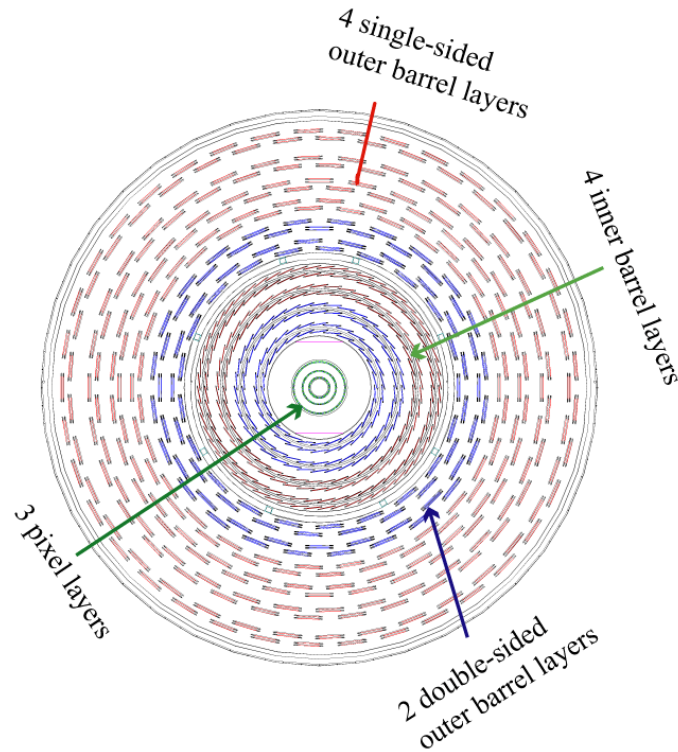


FIGURE 6.9 – Coupe transverse du trajectographe de CMS. Les trois couches du détecteur à pixels sont représentées en vert, puis viennent les trajectographes interne (4 couches) et externe (6 couches) à bandes de silicium.

particules du modèle standard, à l'exception des neutrinos qui n'interagissent pas dans le détecteur et se signalent par de l'énergie manquante.

6.2.2.1 Le trajectographe

Le trajectographe est construit de façon à mesurer les trajectoires des particules chargées [5]. De la courbure des trajectoires provoquée par le champ magnétique on mesure l'impulsion transverse de ces particules.

Les parties tonneau et bouchons du trajectographe couvrent une pseudorapidité $|\eta| \lesssim 2.5$. Elles sont composées de trois couches de technologies différentes, mais toutes de type silicium, appelées à gérer un flux de particules important mais qui décroît avec r :

- $4\text{ cm} < r < 11\text{ cm}$: le trajectographe interne est formé d'un détecteur à pixels de silicium. 66 millions de pixels de $100 \times 150\text{ }\mu\text{m}^2$ sont répartis sur trois couches pour mesurer précisément la position du vertex d'interaction ;
- $20\text{ cm} < r < 55\text{ cm}$: ici de fines bandes de silicium de $10\text{ cm} \times 80\text{ }\mu\text{m}$ sont utilisées sur quatre couches ;
- $55\text{ cm} < r < 115\text{ cm}$: pour le trajectographe externe, les bandes sont élargies à $25\text{ cm} \times 180\text{ }\mu\text{m}$ sur six couches.

A la luminosité nominale du LHC, la résolution du trajectographe à pixels est suffisante pour avoir 1% des pixels interagissant avec une particule par événement. Le taux monte à 2-3% pour les trajectographes à bandes de silicium [6].

Ces technologies sont présentes dans le tonneau et les bouchons, mais dans les bouchons les bandes de silicium sont agencées sous la forme de disque. Les cellules de détection se

juxtaposent et se croisent afin d'améliorer la reconstruction de la trace et de la position du vertex (voir figure 6.9).

La densité de matière présente dans le trajectoire correspond à une longueur de radiation⁴ X_0 en moyenne. Les électrons/positrons perdent donc une partie importante de leur énergie sous forme de rayonnement de bremsstrahlung en traversant le trajectographe, et les photons ont 50% de chance de se convertir en une paire électron-positron. Ces deux phénomènes sont pris en compte dans la reconstruction des objets (section 6.3.1).

L'efficacité de reconstruction des traces est estimée à plus de 99% sur les muons [7]. Le trajectographe est conçu pour obtenir une résolution sur l'impulsion transverse inférieure à 1.5% pour les muons d'impulsion transverse d'environ 100 GeV/c et de pseudorapidité $|\eta^\mu| < 1.7$. Dans le trajectographe à pixels, la résolution sur la position de la trace dans les plans $r - \phi$ est de 10 μm , et la résolution sur la position du vertex primaire atteint 20 μm dans le plan $x - y$ dans des événements avec plus de 30 traces d'impulsions transverses supérieures à 1.2 GeV/c [7].

6.2.2.2 Le calorimètre électromagnétique

Le calorimètre électromagnétique (ECAL) a pour objectif de détecter les photons et les électrons/positrons, et de mesurer leur énergie avec précision [8]. Il est composé de 75848 cristaux de tungstate de plomb PbWO_4 , qui possèdent une longueur de radiation $X_0 = 0.89 \text{ cm}$. Ce matériau a la propriété de scintiller au passage d'une radiation ionisante (100 photons/ MeV sur la longueur des cristaux), et de restituer sous forme de lumière 80% de l'énergie absorbée en 25 ns. De plus, son petit rayon de Molière⁵, de 2.2 cm, permet d'avoir une très bonne précision sur la localisation du dépôt d'énergie. Le détecteur a donc une réponse suffisamment rapide devant la fréquence des collisions au LHC (important pour limiter l'effet d'empilement d'événements venant de collisions successives), précise dans l'espace, et avec un bon rendement énergétique.

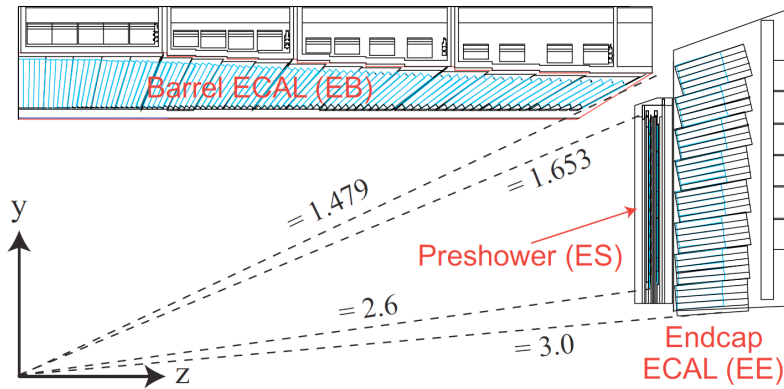


FIGURE 6.10 – Coupe transverse du calorimètre électromagnétique de CMS. Les trois modules EB, EE et ES qui le composent sont représentés avec leurs cristaux. Les angles, convertis en pseudorapidité, sont indiqués par les lignes pointillées.

Il est constitué de trois parties : le tonneau (EB), les bouchons (EE) et le détecteur de pied de gerbe (preshower, ES) (figure 6.10). Le calorimètre central EB est situé à un rayon

4. La longueur de radiation est une caractéristique d'un matériau relative à la perte d'énergie d'une particule incidente par interaction électromagnétique. L'absorption d'énergie s'effectue selon r en e^{-r/X_0} et donc X_0 définit la distance à partir de laquelle la particule a perdu statistiquement $1/e$ de son énergie.

5. Le rayon de Molière est le rayon du cylindre centré sur la direction d'arrivée d'une particule qui contient 90% de l'énergie déposée par la gerbe électromagnétique.

$r = 129$ cm et couvre une pseudorapacité $|\eta| < 1.479$. Les deux bouchons ES sont quant à eux situés à $z = 314$ cm du point d'interaction, pour couvrir les angles dans l'intervalle $1.653 < |\eta| < 2.6$.

Le module EB rassemble 61200 cristaux regroupés en 36 super-modules. Les cristaux sont longs de 23 cm et couvrent une surface $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0.0174 \times 0.0174$ chacun dans le plan $\eta - \phi$. Les cristaux sont longs d'environ 26 longueurs de radiation ce qui garantit d'absorber l'essentiel de l'énergie de la particule. Ils sont inclinés de 3° en η et ϕ par rapport à la direction du point d'interaction de façon à ce qu'une particule venant du vertex d'interaction principal ne puisse pas se présenter dans un espace entre deux cristaux. Deux photodiodes à avalanche en silicium (APD), de 5×5 mm² de surface collectrice, sont adossées à chaque cristal pour récolter la lumière de scintillation et ainsi mesurer l'énergie du photon, de l'électron ou du positron incident.

Les disques EE sont constitués de 7324 cristaux chacun, disposés en super-cristaux de 5×5 cristaux dans le plan $x - y$. La surface exposée au flux de particule est de 28.6×28.6 mm² pour chaque cristal, et leur longueur est de 22 cm. Leur section est donc supérieure à leur rayon de Molière. Des photo-triodes à vide (VPT) sont utilisées dans les bouchons pour capter la lumière de scintillation.

Pour garantir une mesure précise, la stabilité de certains paramètres est contrôlée : la température est maintenue à 18.0°C (le gain des APD et le rendement des cristaux décroît avec la température de $2.0\%/^\circ\text{C}$ [9]) et la tension de polarisation des APD est aussi stabilisée (leur gain en dépend). La déviation standard des variations de température du ECAL atteinte en fonctionnement est inférieure à 0.05°C dans le tonneau et 0.1°C dans les bouchons, et la déviation standard de l'alimentation des APD est inférieure à 60 mV, ce qui garantit des mesures précises et stables dans le temps.

De plus, la transparence des cristaux se réduit dans un milieu irradié à cause de la formation de centres colorés absorbants dans le cristal, ce qui affecte la mesure de l'énergie déposée. Pour corriger cet effet, la transparence de chaque cristal est mesurée par un système laser, décrit en détail dans la référence [10]. Un laser bleu de longueur d'onde $\lambda = 440$ nm proche du pic d'émission de la scintillation du cristal permet d'estimer la perte de transparence des cristaux. Les impulsions laser sont injectées dans des rangées de cristaux (100 ou 200 cristaux) pendant les prises de données entre les collisions de paquets, afin de suivre les variations de transparence au cours du temps. L'absorption des cristaux soumis à ces faisceaux laser est mesurée par les APD et VPT, et comparée à une mesure directe de l'intensité du faisceau laser par une jonction PN située en début de ligne. Le traitement de ces réponses permet d'estimer pour chaque cristal sa perte de transparence, et ainsi, de corriger en continu la mesure de l'énergie déposée. Une mesure de la transparence est réalisée pour l'ensemble des cristaux du ECAL toutes les 40 minutes et les corrections sont fournies pour la reconstruction des événements 48 heures après la prise des données.

De plus, tous les cristaux ont été intercalibrés, car chaque cristal et son électronique associée a une réponse différente de son voisin. Cette non-uniformité de la réponse du détecteur est corrigée par la mesure de constantes d'intercalibration. Chaque cristal voit donc sa réponse corrigée pour obtenir une réponse uniforme dans le détecteur. Une première intercalibration a été réalisée pour un quart des super-modules avant le montage du ECAL, en utilisant des faisceaux test et les rayons cosmiques. Puis, après le démarrage du LHC, l'intercalibration des 36 super-modules a été réalisée in-situ.

La résolution en énergie du calorimètre électromagnétique pour une particule d'énergie

E (donnée en GeV) s'exprime sous la forme :

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 = \left(\frac{S}{\sqrt{E}}\right)^2 + \left(\frac{N}{E}\right)^2 + C^2. \quad (6.10)$$

S est un terme d'incertitude dit stochastique relié aux fluctuations d'énergie du développement de la gerbe dans le calorimètre. N est un terme de bruit représentant les fluctuations dues au bruit électronique et C est un terme constant liés aux imperfections du calorimètre (stabilité, température, etc...). La résolution a été mesurée en banc de test à partir de faisceaux d'électrons de différentes énergies. Les valeurs obtenues montrent l'excellente performance du calorimètre :

$$S = 3\%, \quad N = 0.12 \text{ GeV}, \quad C = 0.3\%. \quad (6.11)$$

garantissant une précision d'environ 0.5% sur la mesure de l'énergie d'une particule électromagnétique de haute énergie ($> 30 \text{ GeV}$) dans CMS.

6.2.2.3 Le calorimètre hadronique

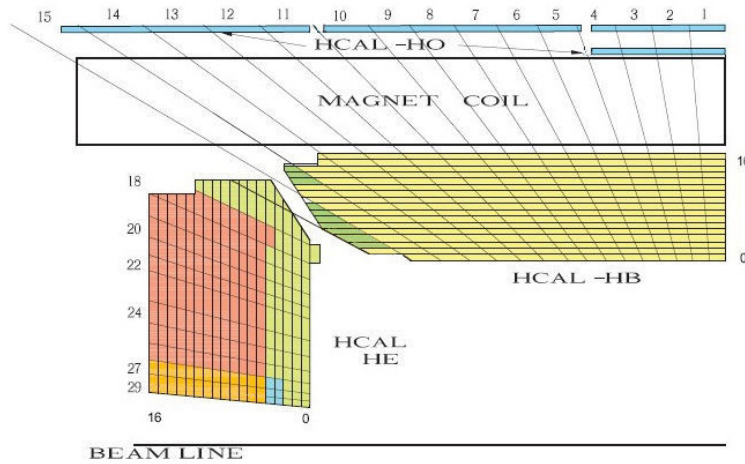


FIGURE 6.11 – Coupe transverse du calorimètre hadronique de CMS. Les trois modules HB, HE et HO sont représentés mais pas HF (situé à 11.2 m du point d'interaction). Les nombres indiqués sur l'extérieur du schéma numérotent des sections du HCAL selon η et le nombre de couches de scintillateurs.

Le calorimètre hadronique (figure 6.11), décrit en détail dans la référence [11], est conçu pour mesurer l'énergie et l'impulsion des hadrons stables chargés et neutres. Situé après le calorimètre électromagnétique ($178 \text{ cm} < r < 288 \text{ cm}$), il est constitué de couches alternées de scintillateur en plastique et d'absorbeur en laiton. La couverture en pseudorapidité est assurée par un tonneau HB ($|\eta| < 1.3$) contenant 17 couches de scintillateur et deux bouchons HE ($1.3 < |\eta| < 3.0$) de 19 couches. Deux couches supplémentaires de scintillateur sont placées au-delà de l'aimant solénoïdal (système HO) pour augmenter l'épaisseur du calorimètre hadronique et atteindre une dizaine de longueurs d'interaction⁶ dans la partie

6. Pour les particules hadroniques, la longueur d'interaction a le même rôle que la longueur de radiation pour les particules électromagnétiques. Ces dernières interagissent avec les électrons de la matière, alors que les hadrons subissent des interactions nucléaires avec les noyaux des matériaux absorbants.

centrale ($|\eta| < 1.26$). Le HCAL est segmenté en tours de surface $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0.087 \times 0.087$, coïncidant avec des matrices 5×5 de cristaux du ECAL.

Un calorimètre hadronique avant (HF) est placé à 11.2 m du point d'interaction. Il couvre une pseudorapidité ($2.9 < |\eta| < 5.2$) et permet d'accroître la couverture du calorimètre. Son intérêt est d'obtenir une meilleure mesure de l'énergie transverse manquante (voir section 6.3.3.3) et de mesurer la luminosité instantanée. Il utilise des matériaux différents pour résister au flux de hadrons très intense à haute pseudorapidité.

Les performances du calorimètre hadronique ont été mesurées sur banc de test avec des faisceaux de pions. La résolution en énergie s'exprime sous la forme :

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{E}}\right)^2 + b^2, \quad (6.12)$$

avec E l'énergie déposée exprimée en GeV, a un terme stochastique lié au développement de la gerbe hadronique et b un terme constant dû aux imperfections du calorimètre (stabilité, température, etc...) Les valeurs obtenues pour a sont de 85% (198%) pour HB/HE (HF). Le terme b est estimé à 7% (9%) pour HB/HE (HF) [12].

6.2.2.4 Le spectromètre à muons

Système le plus extérieur au détecteur CMS, le spectromètre à muons [13] permet de mesurer l'impulsion des muons avec une grande précision. Il est composé de trois systèmes, dont la disposition est indiquée figure 6.12. Les trois sous-systèmes sont des chambres à dérives (DT), des chambres à pistes cathodiques (CSC) et des chambres à plaques résistives (RPC). Ce sont des détecteurs gazeux exploitant des technologies différentes pour allier rapidité et précision [13]. Les stations de détection sont disposées de telle sorte qu'un muon en traverse au moins trois, afin de mesurer la courbure de sa trajectoire et donc son impulsion.

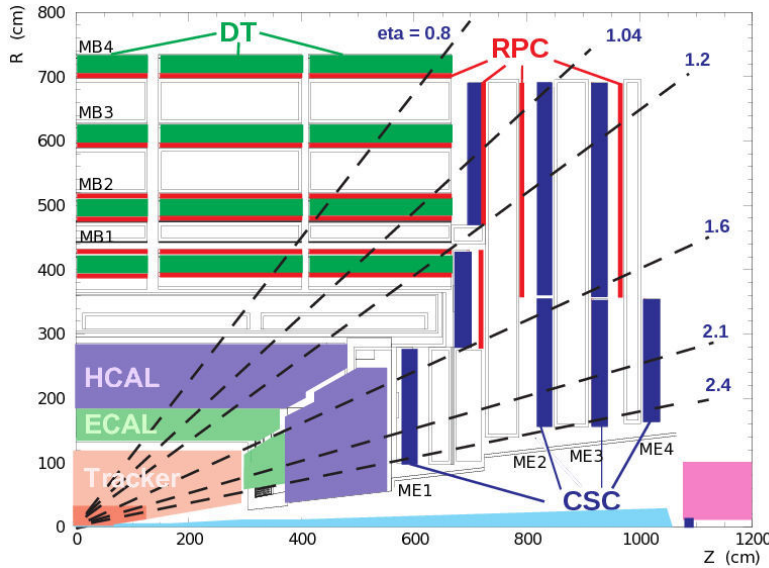


FIGURE 6.12 – Coupe transverse du spectromètre à muon de CMS. Les trois modules DT, CSC et RPC sont représentés. Les angles, convertis en pseudorapidité, sont indiqués par les lignes pointillées.

La résolution spatiale des détecteurs est de 80 à 120 μm pour les chambres à dérives (DT), de 40 à 150 μm dans les chambres à pistes cathodiques (CSC) et de 0.8 à 1.2 cm

dans les chambres à plaques résistives (RPC). La résolution en temps est inférieure à 3 ns pour les trois systèmes ce qui permet de reconstruire l'impulsion transverse des muons avec une précision de quelques pourcents. L'efficacité de reconstruction des traces pour un muon traversant les différentes chambres est comprise entre 95 et 98% [14].

6.2.3 Chaîne d'acquisition

Le système de déclenchement de CMS (trigger) et le système d'acquisition des données (DAS) sont conçus pour sélectionner et enregistrer des événements physiques potentiellement intéressants, sur la base des informations fournies par les sous-systèmes de CMS à chaque croisement de paquets de protons. Ces systèmes sont détaillés dans les références [15, 16].

6.2.3.1 Système de déclenchement

D'un taux nominal d'interactions de 40 MHz, le taux d'événements sauvegardés et analysés doit être considérablement réduit à environ 600 Hz, taux auquel les événements sont enregistrés sur disque. La quantité de données enregistrées est d'environ 1 Mo par événement. La décision de garder ou rejeter un événement est prise par le trigger, qui se subdivise en deux étages.

Le trigger de niveau 1 (L1) doit réduire le taux d'événements à environ 100 kHz. Implémenté sur des cartes électroniques dédiées, le trigger L1 se fonde sur des "primitives de déclenchement" (ingrédients pour fabriquer des candidats très basiques photon, électron, jet, muon ou énergie manquante) observés dans les calorimètres et le spectromètre à muons. Le système électronique doit prendre une décision rapide dans une fenêtre de 3.2 μ s. Par exemple, la décision peut être prise de garder un événement si un dépôt d'énergie au-dessus d'un certain seuil est détecté dans le calorimètre électromagnétique, ce qui indiquerait la présence d'un photon ou d'un électron énergétique. Une granularité réduite est utilisée pour diminuer le temps de décision.

Le trigger de niveau supérieur (HLT) réduit encore le flux de données à environ 600 Hz. Le HLT est une ferme de calcul de milliers de processeurs qui reconstruit partiellement et rapidement les événements pré-sélectionnés par le trigger L1 et rejette les événements non intéressants. Les informations issues des calorimètres et du spectromètre à muons sont traitées, avec une plus haute granularité par rapport au trigger L1, et celles issues du trajectographe sont rajoutées. Si l'événement présente un intérêt physique, il est stocké sur disque dur. Des algorithmes de reconstruction d'objets plus élaborés peuvent être alors utilisés pour sélectionner des événements.

6.2.3.2 Système d'acquisition des données

Après l'acceptation d'un événement par le trigger L1, l'information provenant de 75 millions de canaux est gérée par 600 cartes de pilotage frontales (Front End Drivers FEDs), qui la transmettent à l'algorithme rapide de reconstruction d'événement du HLT. Puis, après acceptation par le HLT, l'événement est enregistré pour être reconstruit plus précisément hors-ligne. Les données brutes des millions de canaux sont alors interprétées de façon à reconstruire des objets physiques tels que les muons, jets, photons ou électrons.

Tout d'abord, les objets physiques sont reconstruits par chaque sous-système. Les candidats muons sont par exemple d'abord reconstruits en utilisant les seules données du spectromètre à muons, et le trajectographe fait de même. Les dépôts d'énergie enregistrés dans les calorimètres sont assemblés en agrégats. Enfin une reconstruction globale de

l'événement est effectuée en combinant les informations provenant des sous-systèmes.

6.3 Reconstruction des objets physiques

Pour la reconstruction globale des objets, plusieurs algorithmes sont utilisés dans la collaboration CMS. Je vais mettre l'accent sur ceux qui sont utilisés dans l'analyse mono-photon.

6.3.1 Reconstruction des photons et des électrons

Pour chaque cristal du ECAL, on mesure l'amplitude de sa réponse temporelle, qui est ensuite traduite en énergie en appliquant les corrections laser et les constantes d'intercalibration. Puis, les cristaux sont agglomérés en agrégats (ou *clusters*). Le rôle de l'algorithme de construction des clusters est de rassembler le plus possible l'énergie qu'une particule a pu disperser dans les cristaux, sans pour autant agglomérer l'énergie déposée par une particule proche. L'autre but de l'algorithme est d'agglomérer le plus possible de cette énergie avec le moins de cristaux possible. En effet, les cristaux avec peu d'énergie apportent plus de bruit que d'information, et ils peuvent donc dégrader la résolution en énergie.

L'algorithme de construction des clusters opère en deux étapes. Premièrement, les dépôts d'énergie sont agglomérés en *basic clusters*. Ces derniers peuvent par exemple correspondre au dépôt d'un photon non converti, aux photons de bremsstrahlung d'un électron, ou au dépôt d'énergie d'un électron. Il y a deux algorithmes de construction de clusters, l'un utilisé dans le tonneau de ECAL appelé "hybrid" et l'autre dans les bouchons appelé "multi 5x5". Pour ces deux algorithmes, on commence par rechercher des cristaux germes (des cristaux avec une énergie dépassant une énergie seuil), triés par ordre décroissant d'énergie. On agglomère ensuite l'énergie autour des germes par ordre d'énergie décroissante. Les cristaux germes agglomérés dans un basic cluster sont supprimés de la liste des germes disponibles pour l'algorithme de construction de clusters. L'algorithme "hybrid" [17] utilisé dans le tonneau agglomère l'énergie à l'aide de "dominos" de 1×5 cristaux orientés selon la direction η que l'on met côte à côte selon la direction ϕ tant qu'ils contiennent une énergie supérieure à un seuil. L'algorithme "multi 5x5" [17] est utilisé dans les bouchons. Il agglomère les cristaux dans une matrice de 5×5 cristaux autour du germe en ne considérant que les cristaux qui ne sont pas encore utilisés par un autre basic cluster.

Deuxièmement, les basic clusters placés ayant la même pseudorapacité η et suffisamment proches les uns des autres sont regroupés en superclusters, car ils peuvent appartenir à une même particule. En effet, dans le cas d'un électron, cela permet de regrouper les énergies de l'électron lui-même, mais aussi des photons de bremsstrahlung (voir figure 6.13), car ces derniers sont émis tangentiellement à la trajectoire de l'électron, courbée selon l'angle ϕ par le champ magnétique de CMS. Dans le cas d'un photon converti, cela permet de regrouper les énergies de l'électron et du positron issus de la conversion et déviés selon l'angle ϕ par le champ magnétique. Pour aider à la reconstruction, les informations du trajectographe sont aussi utilisées pour associer un photon à un rayonnement de bremsstrahlung d'un électron ou déceler la conversion du photon par exemple. On appelle germe du supercluster le cristal possédant la plus grande énergie.

Dans le calorimètre électromagnétique de CMS, un candidat photon est d'abord un supercluster avec une énergie supérieure à 10 GeV. Cette définition du candidat photon étant très large, cet objet n'est pas pur. Un électron est quant à lui un supercluster avec au

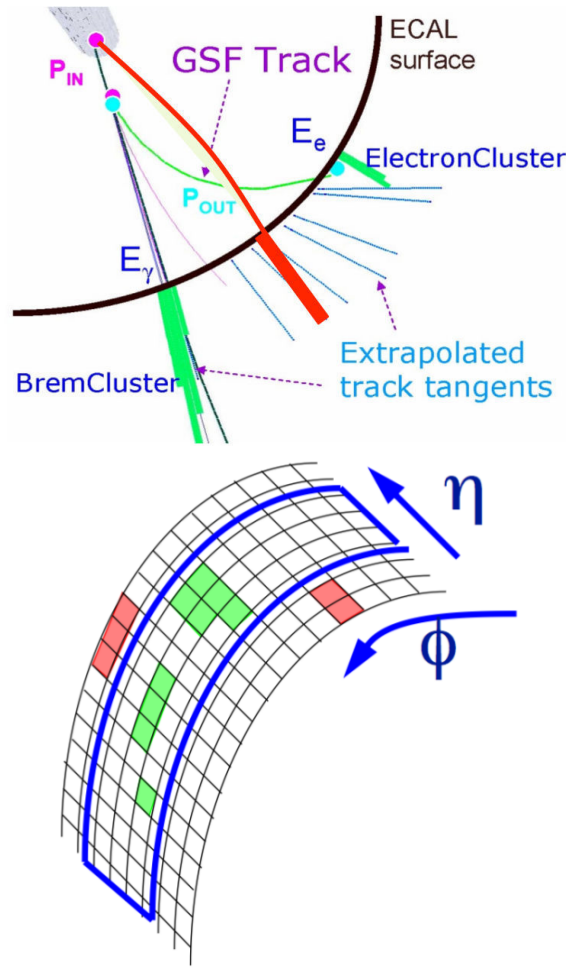


FIGURE 6.13 – Haut : le rayonnement de bremsstrahlung d'un électron produit des photons qui doivent être associés à l'électron. Bas : illustration de l'algorithme de construction des superclusters. Les éléments en vert sont associés dans un même objet car ils peuvent être la signature d'un électron ayant rayonné deux photons.

moins un début de trace dans le trajectographe à pixels. Pour rejeter les électrons, on demande à ce que le candidat photon ne possède pas de début de trace dans le trajectographe interne à pixels, qui pointe vers le supercluster. En revanche, cette demande peut rejeter les photons convertis précocement. De plus, un jet hadronique peut contenir des photons et des électrons, et donc former un supercluster. Pour le distinguer d'un photon isolé, des critères sur l'isolation du candidat photon et sur l'énergie éventuellement déposée dans le calorimètre hadronique sont utilisés. Ceux-ci peuvent être différents suivant les états finaux recherchés et la qualité des photons désirée, c'est pourquoi nous ne détaillerons qu'à la section 7.1.3.1 ceux utilisés dans l'analyse mono-photon pour identifier un supercluster comme un photon.

6.3.2 Reconstruction des muons

Les muons sont reconstruits à partir des traces laissées dans le spectrographe à muons et le trajectographe. Un muon dit *tracker* est un muon reconstruit uniquement par les informations du trajectographe. Si une trace est présente seulement dans le spectrographe

à muons, on parle de muon *standalone*. Si les traces sont présentes dans les deux systèmes, on parle de muon *global*.

Plus le nombre de chambres de détection ayant détecté le passage du muon est important, plus la reconstruction du muon est de bonne qualité, en particulier en ce qui concerne la mesure de son impulsion. La résolution sur l'impulsion transverse des muons est de 1% pour les muons d'impulsion transverse comprise entre $10 < p_T < 100 \text{ GeV}/c$ dans le tonneau (2% dans les bouchons) [18]. Pour les muons de plus haute impulsion, la résolution est estimée à partir de rayons cosmiques et atteint au maximum 10% pour les muons de très haute énergie [18].

Les critères d'identification et d'isolation spécifiques aux muons dans notre analyse seront présentés dans la section 7.1.3.

6.3.3 Reconstruction par l'algorithme de flux de particules

La collaboration CMS a élaboré une méthode dite de flux de particules, qui consiste à reconstruire l'ensemble des particules stables dans un événement [19]. L'information provenant de tous les sous-systèmes est combinée pour identifier les éventuels photons, électrons, muons, hadrons chargés et hadrons neutres d'un événement. L'algorithme utilise ses propres procédures pour la reconstruction des traces et le regroupement des dépôts d'énergie. L'ensemble des informations venant de sous-détecteurs, et en particulier l'étalement et la forme des dépôts d'énergie, et les traces éventuellement associées, permettent de distinguer les hadrons neutres des photons et les différentes particules formant un jet.

La figure 6.14 tirée de la référence [19] illustre la reconstruction d'un jet hadronique d'impulsion transverse de $65 \text{ GeV}/c$ contenant quatre particules (π^+ , π^- , π^0 , K_L^0) par l'algorithme de flux de particules. L'algorithme commence par l'agrégation des dépôts d'énergie présents dans les calorimètres autour de dépôts germes. Les clusters sont formés dans chaque calorimètre puis combinés. L'étalement et la forme des dépôts, ainsi que la fraction d'énergie électromagnétique et la fraction d'énergie hadronique permettent de distinguer les hadrons neutres des photons, ces derniers issus de π^0 ou directement produits dans l'interaction au vertex.

De façon séparée, les traces sont reconstruites à partir d'une méthode itérative. Les premières traces sont d'abord reconstruites à partir de détections dites germes dans le trajectographe et de critères d'identification stricts. Les détections associées à ces traces sont alors retirées de la liste des détections et la reconstruction recommence, en diminuant au fur et à mesure les critères de qualité des traces. La reconstruction itérative assure une haute efficacité de reconstruction (99.5% pour des muons isolés et 90% pour les hadrons chargés [19]). Des itérations supplémentaires avec relâchement d'une contrainte de vertex permettent la reconstruction des traces issues de la désintégration de particules à long temps de vol comme les kaons $K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

Puis, les traces et dépôts reconstruits sont associés. Les traces sont extrapolées vers les calorimètres et les dépôts d'énergie cohérents avec la position et l'impulsion transverse mesurée par la trace sont associés à cette trace. L'association des informations venant de tous les systèmes permet alors de détecter et de mesurer avec une grande précision l'ensemble des particules stables dans un événement.

Les hadrons chargés, les électrons et les muons sont reconstruits à partir des traces laissées dans le trajectographe. Les photons et les hadrons neutres sont reconstruits à partir des dépôts d'énergie isolés par rapport aux positions extrapolées des traces, dans les calorimètres ECAL et HCAL respectivement. La granularité du HCAL est 25 fois moindre que celle du ECAL, ce qui ne permet pas de séparer spatialement les hadrons chargés et neutres dans les jets avec une impulsion transverse supérieure à $100 \text{ GeV}/c$. Mais

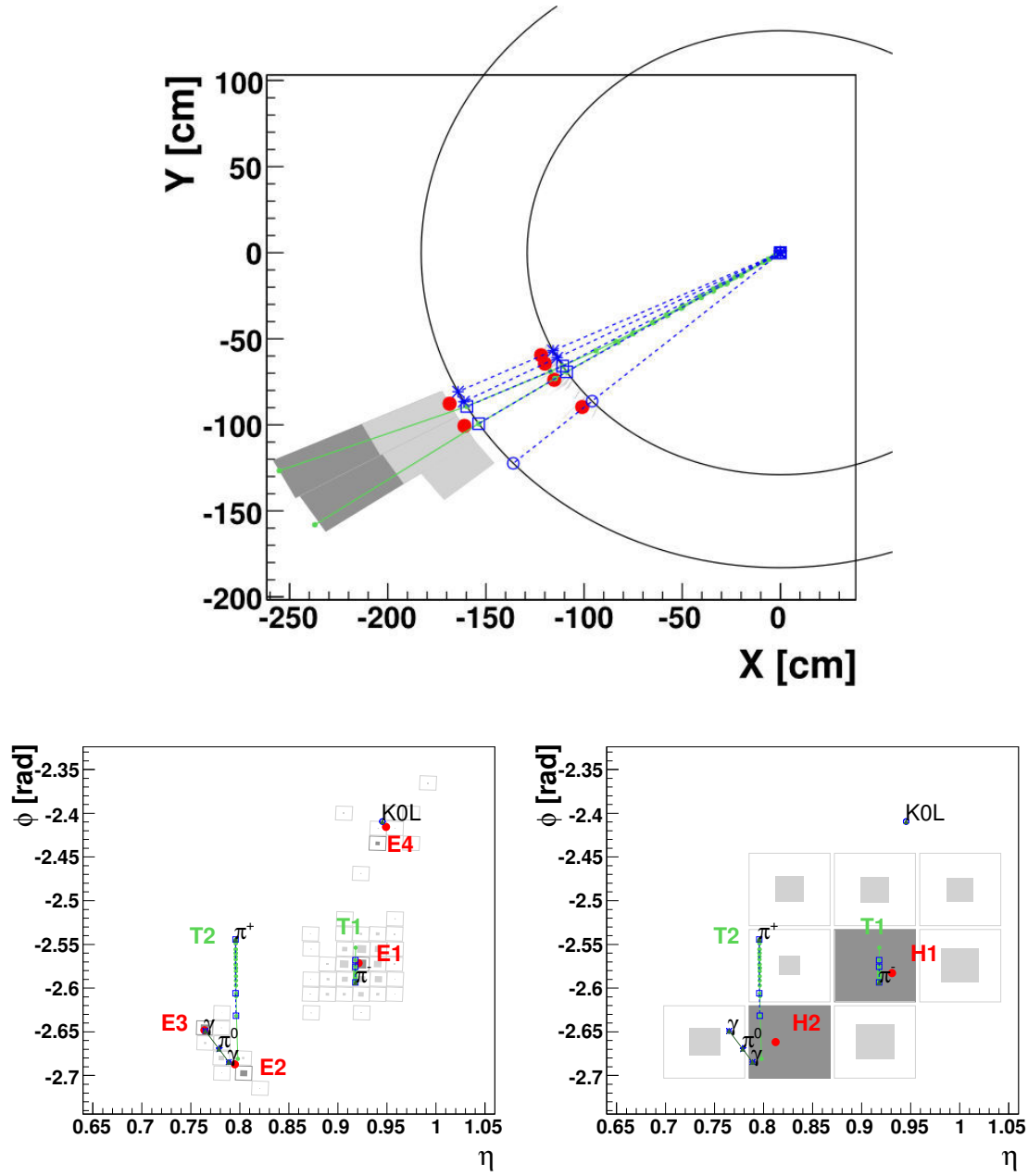


FIGURE 6.14 – Simulation d'un événement avec un jet hadronique dans le plan $x-y$ (haut : les deux cercles représentant les surfaces respectives des ECAL et HCAL) et $\eta - \phi$ (bas : ECAL à gauche et HCAL à droite). Les traces vues par le trajectographe sont représentées en vert, la position des centres des clusters par des points rouges, les trajectoires simulées des particules par les lignes pointillées bleues et la position de leur impact par divers symboles creux. Le kaon K_L^0 , le pion π^- et les deux photons venant de la désintégration du π^0 forment quatre clusters séparés dans le ECAL (bas gauche). Le pion π^+ ne laisse pas d'énergie dans le ECAL. Les deux pions chargés laissent des traces dans le trajectographe (apparaissant comme des lignes verticales dans les vues $\eta - \phi$ car le champ magnétique courbe les trajectoires selon ϕ) pointant vers deux dépôts du HCAL (bas droite).

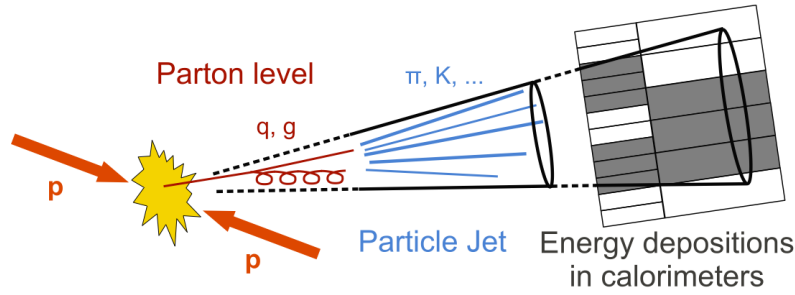


FIGURE 6.15 – Représentation schématique d'un jet hadronique et son interaction avec les calorimètres.

la résolution sur l'énergie des hadrons par la combinaison des systèmes ECAL et HCAL est de l'ordre de 10% à 100 GeV. Une particule neutre se superposant à des particules chargées est identifiée par un excès d'énergie dans les calorimètres par rapport à la somme des impulsions des traces associées au dépôt.

L'énergie des photons est obtenue directement à partir de la mesure du ECAL. Celle des électrons est déterminée à partir d'une combinaison de l'impulsion de sa trace, du dépôt d'énergie dans le ECAL et de la somme des énergies des photons de bremsstrahlung associés à la trace. L'énergie des muons est obtenue à partir de l'impulsion déduite de sa trace. L'énergie des hadrons chargés est obtenue par une combinaison de l'impulsion de la trace associée et des dépôts d'énergie ECAL et HCAL. Enfin, l'énergie des hadrons neutres est obtenue à partir des dépôts d'énergie restants dans les ECAL et HCAL.

Pour le moment, l'algorithme de flux de particules est essentiellement utilisé pour la reconstruction des muons, des leptons τ , des jets et de l'énergie manquante dans la collaboration CMS. L'algorithme est en phase d'optimisation concernant la reconstruction des électrons et des photons.

6.3.3.1 Reconstruction des jets hadroniques

L'apport de cet algorithme est très important pour la reconstruction des jets (voir figure 6.15), et c'est cette méthode qui est utilisée dans notre analyse. Les jets obtenus par l'algorithme de flux de particules sont reconstruits par le regroupement des objets individuels reconstruits par l'algorithme. Différents algorithmes existent pour assembler ces jets hadroniques (cône itératif, Cambridge/Aachen, k_t , anti- k_t ,...). L'algorithme anti- k_t [20] est le plus utilisé dans CMS. Cet algorithme est plus fidèle à la phénoménologie du développement des jets hadroniques par émission colinéaire de partons mous. Les jets reconstruits sont de forme conique comme attendu et l'algorithme est peu sensible à l'empilement.

Dans un jet, les fractions d'énergie typiques portées par les particules chargées, les photons et les hadrons neutres sont respectivement de 65%, 25% et 10% [19]. Ceci assure qu'environ 90% de l'énergie du jet peut être reconstruite avec une grande précision grâce à l'algorithme de flux de particules, à la fois en valeur et en direction, alors que seulement 10% de l'énergie est soumise à la faible résolution du calorimètre hadronique. Par conséquent, les jets regroupant des particules issues de l'algorithme de flux de particules sont bien plus proches des jets générés par les simulations Monte-Carlo que les jets reconstruits à partir des seules informations venant des calorimètres, énergie et direction. Ainsi, les résolutions sur l'impulsion du jet utilisant l'algorithme de flux de particules et sa résolution spatiale sont bien meilleures qu'avec les algorithmes reposant seulement sur l'information des calorimètres (voir figure 6.17). L'utilisation du trajectographe dans

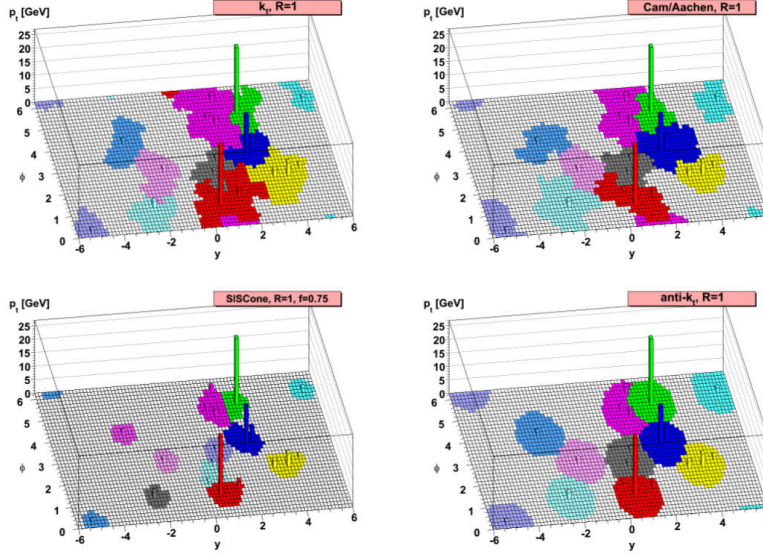


FIGURE 6.16 – Événement simulé par le générateur d'événements Herwig [21] auquel de faux petits dépôts d'énergie sont ajoutés, et reconstruits par quatre algorithmes de reconstruction des jets différents.

la reconstruction des particules et la haute granularité du ECAL permettent d'obtenir une résolution importante sur la mesure des hadrons chargés et des photons dans un jet hadronique.

La résolution des jets est aussi estimée dans les données par le groupe d'analyse dédié à la physique des jets dans la collaboration CMS (JET POG), en utilisant des échantillons jet+jet et γ +jets. Dans ces processus, les deux objets ont les mêmes impulsions transverses, et la différence observée permet d'estimer la résolution sur l'impulsion transverse. Plusieurs corrections d'énergie sont appliquées aux jets. La première est une correction de biais en énergie et consiste à soustraire l'énergie provenant de l'empilement contenue dans le jet. La seconde est une correction de la réponse des calorimètres selon la pseudorapidité du jet. La dernière est une correction d'échelle d'énergie [22].

La résolution sur l'impulsion transverse est donnée en douze intervalles en pseudorapidité η comme illustrée par la figure 6.18. La fonction utilisée pour décrire la résolution des jets issus de l'algorithme de flux de particules est de la forme :

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \sqrt{\left(\frac{N}{p_T}\right)^2 + S^2 p_T^{m-1} + C^2} \quad (6.13)$$

où N est un terme de bruit, S un terme d'incertitude stochastique et C un terme constant. Le paramètre m est introduit pour améliorer l'ajustement à la résolution des jets observée en fonction de p_T^{jet} . Les valeurs estimées pour ces paramètres sont représentées sur les figures 6.18. L'incertitude sur l'impulsion transverse pour des jets avec des pseudorapidité $|\eta| < 0.5$ et des impulsions transverses d'environ 100 GeV/c est inférieure à 10%.

6.3.3.2 Reconstruction des leptons τ

Je ne détaillerai pas dans cette thèse la reconstruction des leptons τ , qui n'interviennent pas explicitement dans l'analyse exposée au chapitre suivant. Le lecteur intéressé pourra cependant se référer aux références [23, 24, 19].

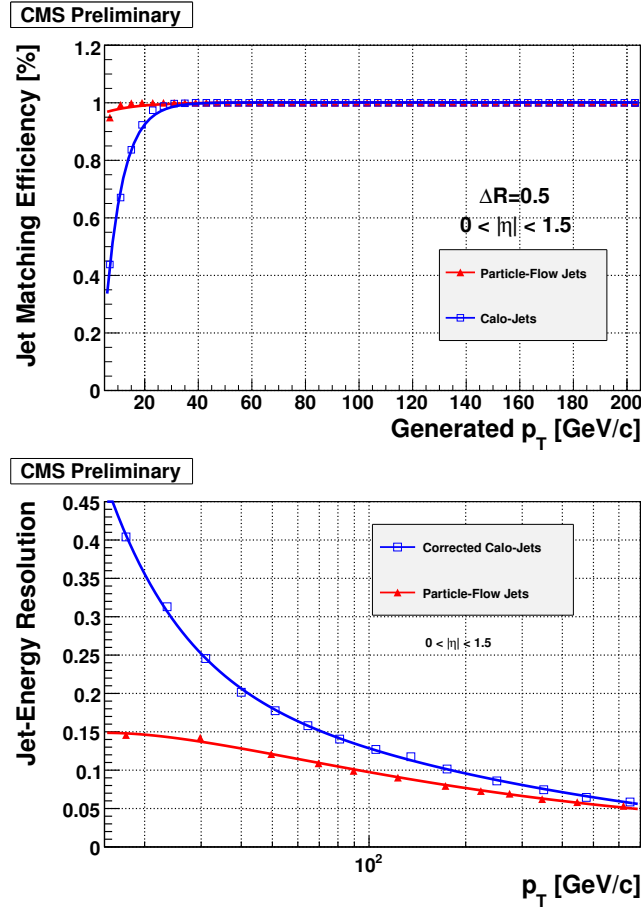


FIGURE 6.17 – Haut : efficacités de reconstruction des jets obtenues par l’algorithme utilisant les calorimètres seulement (carrés) et l’algorithme de flux de particules (triangles). L’algorithme de construction des jets anti-kt est utilisé avec un cône de taille $\Delta R = 0.5$. Bas : résolution sur l’énergie des jets en fonction de l’impulsion transverse pour les jets reconstruits par l’algorithme utilisant les calorimètres seulement (carrés) et l’algorithme de flux de particules (triangles) pour $|\eta^{jet}| < 1.5$. Les courbes de résolution sont ajustées aux points estimés par un terme constant, un terme stochastique et un terme de bruit. Figures tirées de la référence [19].

6.3.3.3 Reconstruction de l’énergie transverse manquante

Dans les collisions au LHC, l’impulsion transverse des particules est faible par rapport à l’énergie disponible dans le centre de masse. On suppose alors que l’impulsion transverse initiale du système formé par les particules est nulle. Si certaines particules ne sont pas détectées (neutrinos, particule hors acceptance du détecteur, mauvaise reconstruction,...), la somme des impulsions transverses des partons détectés n’est pas nulle, et la différence est appelée énergie transverse manquante. Elle est donc définie comme l’opposé de la somme vectorielle de l’ensemble des énergies transverses des particules détectées :

$$\vec{E}_T = - \sum_{i=\text{particules reconstruites}} \vec{p}_T^i. \quad (6.14)$$

Différentes observables sont alors liées à l’énergie transverse manquante, comme sa direction ϕ_{E_T} et ses projections $E_{x,y}$ selon les axes x et y .

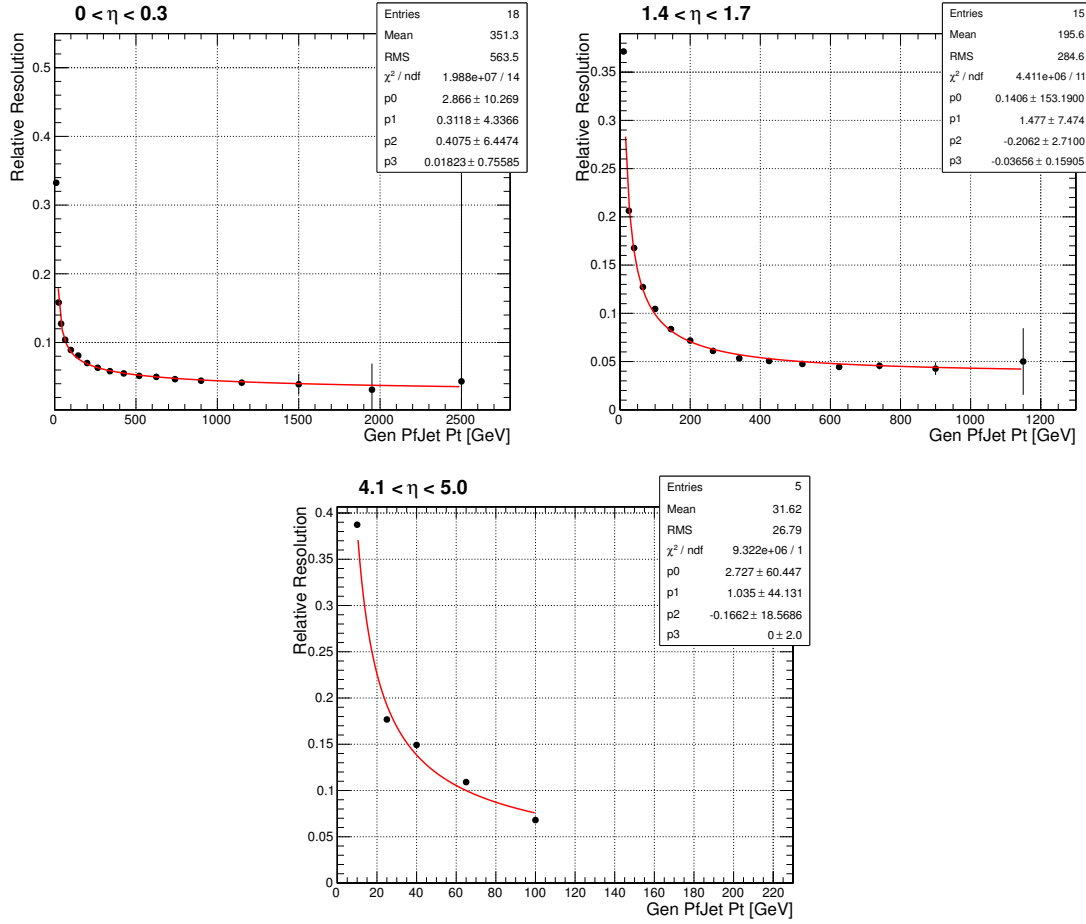


FIGURE 6.18 – Résolution sur l'énergie transverse des jets en fonction de leur impulsion transverse pour quelques intervalles en pseudorapidité. Les paramètres p_0 , p_1 , p_2 et p_3 des ajustements correspondent respectivement aux paramètres N , m , S et C de l'équation 6.13.

On désigne par E_T le module du vecteur \vec{E}_T . Différents algorithmes sont utilisés dans CMS pour estimer cette quantité, qui diffèrent selon les informations utilisées pour calculer les p_T^i : calorimètre uniquement, calorimètre et trajectographe ou encore algorithme de flux de particules. C'est ce dernier qui est maintenant utilisé dans la collaboration car il offre l'estimation la moins biaisée et la meilleure résolution sur l'énergie transverse manquante (voir figures 6.19 et 6.20).

La définition de l'énergie transverse manquante estimée par cet algorithme utilise tous les objets reconstruits par cet algorithme. La performance de la mesure de l'énergie transverse manquante est donc directement liée à la performance de reconstruction des objets par la méthode du flux de particules, mais aussi au bruit du détecteur et aux conditions d'empilement.

L'énergie transverse manquante reconstruite est en général différente de l'énergie transverse manquante réelle. Son amplitude est en général sous-estimée pour diverses raisons, comme les seuils de détection d'énergie dans les calorimètres, l'empilement et la mauvaise reconstruction de certaines particules. Des corrections sur la mesure de l'énergie transverse manquante sont utilisées [26] :

- Type 0 : correction apportée au calcul de l'énergie manquante à cause des interactions d'empilement qui peuvent engendrer de l'énergie manquante mal reconstruite ;

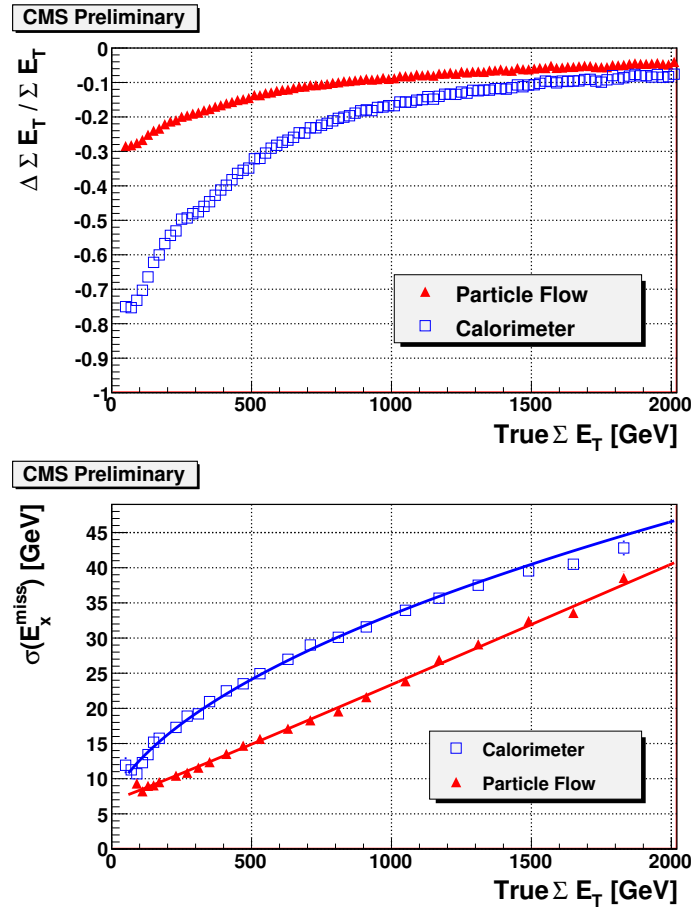


FIGURE 6.19 – Haut : mesure pour des événements multi-jets simulés par Monte-Carlo de l'énergie transverse visible totale reconstruite comparée à l'énergie transverse simulée ($\Delta E_T = E_T^{\text{reco}} - E_T^{\text{gen}}$), en fonction de l'énergie transverse visible totale simulée E_T^{gen} . Bas : résolution de l'énergie transverse manquante projetée sur x (normalement nulle dans ces événements) en fonction de l'énergie transverse visible totale simulée E_T^{gen} . Figures tirées de la référence [19].

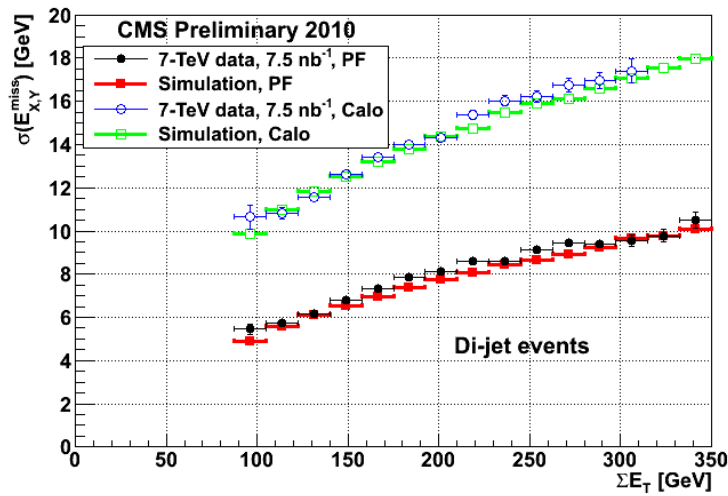


FIGURE 6.20 – Résolution sur l'énergie transverse manquante projetée selon x et y calculée avec des objets reconstruits selon les informations des calorimètres seulement (symboles creux) ou l'algorithme de flux de particules (symboles pleins) pour des événements dijets. Figure tirée de la référence [25].

- Type 1 : propagation à l'énergie transverse manquante des corrections d'énergie appliquées aux énergies des jets [27] ;
- Correction Phi : la distribution de l'énergie manquante dans le détecteur est censée être invariante selon l'angle ϕ , mais le détecteur possède une réponse anisotrope qui doit être corrigée ⁷.

Plus de détails à propos de ces corrections sont présentés dans les références [29, 28].

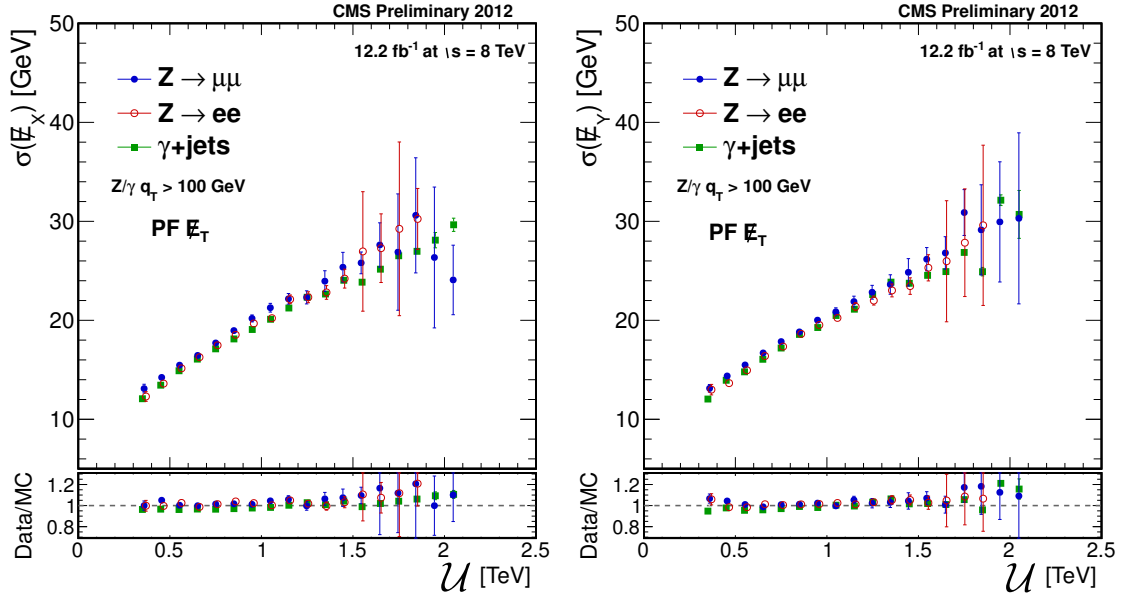


FIGURE 6.21 – Résolutions sur E_x et E_y estimées à partir d'échantillons γ +jets, $Z \rightarrow \mu\mu$ et $Z \rightarrow ee$ sélectionnés dans les données 2012 en fonction de l'énergie non-agrégée \mathcal{U} . Les panneaux du dessous montrent un bon accord avec les estimations effectuées sur des simulations Monte-Carlo. Figures tirées de la référence [28].

Processus	σ_0 [GeV]	$R = \sigma_0(\text{données}) / \sigma_0(\text{MC})$	σ_s (GeV ^{1/2})	$R = \sigma_s(\text{données}) / \sigma_s(\text{MC})$
Composante E_x				
γ +jets	0.37 ± 0.42	$0.12 \pm 0.14 \pm 0.19$	0.61 ± 0.01	$1.15 \pm 0.03 \pm 0.15$
$Z \rightarrow ee$	0.05 ± 0.59	$0.05 \pm 0.59 \pm 0.05$	0.63 ± 0.02	$1.07 \pm 0.05 \pm 0.11$
$Z \rightarrow \mu\mu$	0.87 ± 0.36	$0.40 \pm 0.20 \pm 1.24$	0.62 ± 0.01	$1.10 \pm 0.03 \pm 0.14$
Composante E_y				
γ +jets	0.17 ± 0.37	$0.05 \pm 0.11 \pm 0.13$	0.62 ± 0.01	$1.17 \pm 0.03 \pm 0.16$
$Z \rightarrow ee$	0.90 ± 0.57	$0.45 \pm 0.31 \pm 0.30$	0.59 ± 0.02	$1.07 \pm 0.05 \pm 0.12$
$Z \rightarrow \mu\mu$	1.42 ± 0.41	$1.02 \pm 0.42 \pm 3.61$	0.60 ± 0.01	$1.02 \pm 0.04 \pm 0.03$

TABLE 6.2 – Paramètres de résolution sur l'énergie transverse manquante projetée sur les axes x et y et facteurs d'échelle R [28].

Les incertitudes sur la mesure de l'énergie transverse manquante corrigée $\sigma_{E_{x,y}}$ sont calculées en fonction de l'énergie non-agrégée dans des objets de l'événement (le bruit, des particules non agglomérées dans des jets, jets d'impulsion transverse inférieure à 10 GeV/ c , particules mal reconstruites,...). Cette énergie notée \mathcal{U} est donnée par la somme des énergies

7. La cause de cette asymétrie n'est pas identifiée clairement. Elle peut être due à un alignement imparfait des sous-systèmes ou à un décalage d'environ 4 mm du centre du détecteur par rapport au faisceau [28].

des dépôts non agglomérés lors de la reconstruction des particules :

$$\mathcal{U} = \sum_{j=\text{dépôts non agglomérés}} E_T^j. \quad (6.15)$$

Le groupe d'analyse dédié à l'étude de l'énergie transverse manquante (E_T POG) fournit les estimations des incertitudes liées à la mesure de E_x et E_y . Celles-ci sont représentées sur la figure 6.21. La résolution $\sigma_{E_{x,y}}$ est alors donnée par la fonction [30, 28] :

$$\sigma_{E_{x,y}} = \sigma_s \sqrt{\sum \mathcal{U}} + \sigma_0 \quad (6.16)$$

avec les paramètres σ_s et σ_0 déduits de la figure 6.21 fournis dans la table 6.2. De même, des facteurs d'échelle sont estimés pour prendre en compte les différences entre données et simulations Monte-Carlo.

Bibliographie

- [1] LHC Collaboration, *LHC Technical Design Report*, Technical Design Report **CERN-2004-003** (2004), [doi:10.5170/CERN-2004-003-V-1](https://doi.org/10.5170/CERN-2004-003-V-1).
- [2] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, et G. Watt, *Parton distributions for the LHC*, The European Physical Journal C **63**, 189 (2009), [doi:10.1140/epjc/s10052-009-1072-5](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-009-1072-5).
- [3] CMS Collaboration, *CMS Luminosity*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/LumiPublicResults> (2013).
- [4] CMS Collaboration, *Inelastic pp cross section at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-FWD-11-001** (2011).
- [5] CMS Collaboration, *The CMS tracker system project : Technical Design Report*, Technical Design Report **CERN-LHCC-98-006** (1997).
- [6] CMS Collaboration, *The CMS experiment at the CERN LHC*, Journal of Instrumentation **3**, S08004 (2008), [doi:10.1088/1748-0221/3/08/S08004](https://doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08004).
- [7] CMS Collaboration, *CMS Tracker Detector Performance Results*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/DPGResultsTRK> (2013).
- [8] CMS Collaboration, *The CMS electromagnetic calorimeter project : Technical Design Report*, Technical Design Report **CERN-LHCC-97-033** (1997).
- [9] CMS Collaboration, *Energy calibration and resolution of the CMS electromagnetic calorimeter in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, JINST **8**, P09009 (2013), [doi:10.1088/1748-0221/8/09/P09009](https://doi.org/10.1088/1748-0221/8/09/P09009), [arXiv:1306.2016](https://arxiv.org/abs/1306.2016) [hep-ex].
- [10] M. Anfreille, D. Bailleux, J. Bard, A. Bornheim, et al., *Laser monitoring system for the CMS lead tungstate crystal calorimeter*, Nucl.Instrum.Meth. **A594**, 292 (2008), [doi:10.1016/j.nima.2008.01.104](https://doi.org/10.1016/j.nima.2008.01.104).
- [11] CMS Collaboration, *The CMS hadron calorimeter project : Technical Design Report*, Technical Design Report **CERN-LHCC-97-031** (1997).

- [12] CMS Collaboration, *Design, Performance and Calibration of the CMS Forward Calorimeter Wedges*, CMS Note **CMS-NOTE-2006-044** (2006).
- [13] CMS Collaboration, *The CMS muon project : Technical Design Report*, Technical Design Report **CERN-LHCC-97-032** (1997).
- [14] CMS Collaboration, *The performance of the CMS muon detector in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV at the LHC*, Journal of Instrumentation **8**, P11002 (2013), [doi:10.1088/1748-0221/8/11/P11002](https://doi.org/10.1088/1748-0221/8/11/P11002).
- [15] CMS Collaboration, *CMS TriDAS project. Technical Design Report, Volume 1 : The Trigger Systems*, Technical Design Report **CERN-LHCC-2000-038** (2000).
- [16] CMS Collaboration, *CMS TriDAS project. Technical Design Report, Volume 2 : Data acquisition and High-Level Trigger*, Technical Design Report **CERN-LHCC-2002-026** (2002).
- [17] CMS Collaboration, *Review of clustering algorithms and energy corrections in ECAL*, CMS Internal Note **IN-10-008** (2010).
- [18] CMS collaboration, *Performance of CMS muon reconstruction in pp collision events at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, JINST **7**, P10002 (2012), [doi:10.1088/1748-0221/7/10/P10002](https://doi.org/10.1088/1748-0221/7/10/P10002), [arXiv:1206.4071](https://arxiv.org/abs/1206.4071) [physics.ins-det].
- [19] CMS Collaboration, *Particle-Flow Event Reconstruction in CMS and Performance for Jets, Taus, and MET*, Physics Analysis Note **CMS-PAS-PFT-09-001** (2009).
- [20] M. Cacciari, G. P. Salam, et G. Soyez, *The anti-kt jet clustering algorithm*, Journal of High Energy Physics **2008**, 063 (2008), [doi:10.1088/1126-6708/2008/04/063](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2008/04/063), [arXiv:0802.1189](https://arxiv.org/abs/0802.1189).
- [21] M. Bahr, S. Gieseke, M. Gigg, D. Grellscheid, et al., *Herwig++ Physics and Manual*, Eur.Phys.J. **C58**, 639 (2008), [doi:10.1140/epjc/s10052-008-0798-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-008-0798-9), [arXiv:0803.0883](https://arxiv.org/abs/0803.0883) [hep-ph].
- [22] CMS Collaboration, *Jet Reconstruction Performance at CMS*, CMS Analysis Note **AN-2009-067** (2009).
- [23] CMS Collaboration, *CMS Strategies for tau reconstruction and identification using particle-flow techniques*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-PFT-08-001** (2008).
- [24] CMS Collaboration, *Tau identification in CMS*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-TAU-11-001** (2011).
- [25] CMS Collaboration, *Commissioning of the Particle-Flow reconstruction in Minimum-Bias and Jet Events from pp Collisions at 7 TeV*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-PFT-10-002** (2010).
- [26] CMS Collaboration, *CMS MET energy corrections*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/WorkbookMetAnalysis> (2014).
- [27] CMS Collaboration, *Determination of Jet Energy Calibration and Transverse Momentum Resolution in CMS*, J. Instrum. **6**, P11002. 67 p (2011).

-
- [28] CMS Collaboration, *MET performance in 8 TeV data*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-JME-12-002** (2013).
 - [29] CMS Collaboration, *CMS Tracker Detector Performance Results* , <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/WorkBookMetAnalysis> (2013).
 - [30] CMS Collaboration, *Study of Missing Energy Performance using 8 TeV Photon + Jet events*, CMS Analysis Note **AN-2012-341** (2012).

Chapitre 7

Recherche d'événements mono-photon

Sommaire

7.1 Sélection des événements	220
7.1.1 Données 2012	220
7.1.2 Bruits de fond et simulations Monte-Carlo	221
7.1.3 Sélection des événements $\gamma + \cancel{E}_T$	222
7.2 Étude des bruits de fond	232
7.2.1 Bruits de fond estimés sur les simulations Monte-Carlo	232
7.2.2 Bruits de fond estimés à partir des données	245
7.2.3 Bruits de fond hors collision	255
7.3 Facteur d'échelle et incertitudes systématiques	260
7.3.1 Efficacité des coupures et facteur d'échelle ρ	260
7.3.2 Incertitudes systématiques sur l'efficacité	265
7.3.3 Résumé de l'ensemble des incertitudes systématiques	265
7.4 Exploration des données	266
7.4.1 Contrôle des bruits de fond	266
7.4.2 Estimations du signal et des bruits de fond dans la région de signal	268
7.4.3 Limites sur le modèle du Branon	275
7.4.4 Contraintes sur d'autres modèles	280
7.4.5 Perspectives	284
Bibliographie	285

DANS ce chapitre, je vais décrire la recherche d'événements mono-photon réalisée par le groupe d'analyse auquel j'appartiens. L'objectif de cette analyse est de rechercher des événements de physique au-delà du modèle standard avec l'état final $\gamma + \cancel{E}_T$ dans les données enregistrées par CMS en 2012. La luminosité intégrée est de 19.6 fb^{-1} et les collisions ont été réalisées avec une énergie dans le centre de masse de $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$. Les critères de sélection seront présentés, ainsi que les estimations des divers bruits de fond issus du modèle standard. Différents facteurs correctifs seront estimés, ainsi que les incertitudes systématiques.

Ensuite, les nombres d'événements attendus par les processus du modèle standard seront comparés aux événements observés dans les données 2012. A partir de ces résultats, je présenterai les contraintes que j'ai dérivées sur les paramètres du modèle du Branon.

Des résultats complémentaires sur les modèles ADD et des modèles effectifs de WIMP seront aussi exposés.

Dans le groupe d'analyse, ma responsabilité a été d'estimer les K-facteurs pour les deux bruits de fond dominants ($Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$) ainsi que leurs incertitudes systématiques, d'évaluer le bruit de fond $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ dans une étude réalisée directement sur les données et de comparer avec l'estimation faite à l'aide des simulations par méthode Monte-Carlo. J'ai aussi participé au calcul des facteurs d'échelle ρ , aux incertitudes systématiques présentées section 7.3.2, et au calcul du taux d'électrons reconstruits à tort comme des photons. J'ai aussi reproduit de manière indépendante le code d'analyse complet d'estimation des bruits de fond qui me permet de présenter dans cette thèse mes propres résultats et figures. Ce chapitre repose largement sur la note d'analyse approuvée par la collaboration [1, 2].

7.1 Sélection des événements

7.1.1 Données 2012

Les événements mono-photon sont sélectionnés dans les collisions proton-proton réalisées au sein du détecteur CMS en 2012 à $\sqrt{s} = 8$ TeV.

7.1.1.1 Écrémage des données

On réalise une première sélection des données contenant un candidat photon, à partir de critères reposant sur les dépôts dans les calorimètres électromagnétique et hadronique seulement :

- on requiert au moins un supercluster d'énergie transverse $E_T^\gamma > 130$ GeV et de pseudorapacité $|\eta^\gamma| < 1.4442$
- le rapport des énergies hadronique et électromagnétique H/E pour ce supercluster doit être inférieur à 0.05.

Sur le lot de données ainsi sélectionné, seuls les événements où tous les systèmes du détecteur CMS étaient en bon état de fonctionnement et leur étalonnage à jour sont retenus¹. Des filtres de réduction du bruit dans les détecteurs et de rejet des événements anormaux ont aussi été utilisés.

7.1.1.2 Critères de sélection préliminaires

Les événements $\gamma + \cancel{E}_T$ doivent se signaler par un dépôt d'énergie important dans le calorimètre électromagnétique et de l'énergie manquante. Pour sélectionner de tels événements dans les données présélectionnées, on impose que ceux-ci doivent passer au moins un des triggers HLT suivants :

- au moins un candidat photon d'impulsion $p_T^\gamma > 135$ GeV/c requis ;
- au moins un candidat photon d'impulsion $p_T^\gamma > 150$ GeV/c requis ;
- au moins un candidat photon d'impulsion $p_T^\gamma > 70$ GeV/c requis et une énergie transverse manquante supérieure à 100 GeV requise ;

La combinaison de ces trois triggers par un OU logique est 100% efficace pour des photons d'impulsion transverse supérieure à 145 GeV/c et une énergie transverse manquante supérieure à 140 GeV, comme nous le verrons section 7.3.1.1.

1. Des fichiers de certification dits JSON, pour Java-Script Object Notation, listent l'état des détecteurs et de la calibration lors des prises de données. Les événements sont dits de haute qualité, ou "dorés", si tous les systèmes du détecteur étaient alors en bon état de fonctionnement et leur étalonnage à jour.

On demande aussi que 25% des traces d'un événement passent un critère de bonne qualité. Cette sélection permet de retirer des événements dont les traces sont trop fragmentées. Enfin, on impose un critère sur la qualité des vertex. On demande que les événements possèdent au moins un vertex primaire de bonne qualité, i.e. avec un nombre de traces utilisés pour sa reconstruction² supérieur à 4, un décalage longitudinal $|z| < 24$ cm et un décalage radial $r < 2$ cm en partant du centre du détecteur CMS.

Dans le lot de données ainsi défini sont recherchés des événements d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$. Certains de ces événements peuvent être intrinsèquement de véritables processus $\gamma + \cancel{E}_T$, comme les processus du modèle standard $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ voire les événements de signal Branon, d'autres peuvent être issus de processus d'état final différent mais détecté comme étant des événements $\gamma + \cancel{E}_T$ à cause des imperfections du détecteur.

7.1.2 Bruits de fond et simulations Monte-Carlo

Pour estimer les différentes contributions des bruits de fond et du signal recherché dans les données, on utilise des simulations effectuées par la méthode Monte-Carlo³, mais certains bruits de fond seront estimés à partir des données directement. Les divers processus de bruits de fond simulés par les générateurs Monte-Carlo sont donnés dans la table 7.1. Ils peuvent apparaître comme des événements mono-photon $\gamma + \cancel{E}_T$ de la façon suivante :

- $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \gamma$: ce processus est un véritable événement $\gamma + \cancel{E}_T$ (bruit de fond irréductible) ;
- $W(\rightarrow l\nu) + \gamma$: un des leptons ($l = e, \mu, \tau$) peut être perdu ou mal reconstruit et ainsi engendrer de l'énergie transverse manquante ;
- $W(\rightarrow l\nu)$: le lepton ($l = e, \mu, \tau$) peut être détecté comme un photon dans le détecteur ;
- $Z(\rightarrow ll) + \gamma$: si les deux leptons ($l = e, \mu, \tau$) sont perdus ou mal reconstruits, une composante d'énergie transverse manquante peut apparaître dans l'événement ;
- $\gamma + \text{jet}$: ces événements peuvent apparaître comme des événements $\gamma + \cancel{E}_T$ si le jet est mal mesuré ou perdu ;
- $\gamma\gamma$: un des deux photons peut être perdu ou mal mesuré.

Les bruits de fond suivants seront quant à eux directement estimés à partir des données :

- $e \rightarrow \gamma$ (noté *e faking* γ dans les figures) : les événements où un véritable électron est reconstruit à tort comme un photon (principalement des événements $W \rightarrow e\nu$, voir section 7.2.2.1) ;
- $\text{jet} \rightarrow \gamma$ (noté *jet faking* γ dans les figures) : les événements où un jet est identifié à tort comme un photon isolé (voir section 7.2.2.2) ;
- les événements intervenant hors collision tels que la détection de particules du halo du faisceau, de rayons cosmiques et de signaux anormaux (voir section 7.2.3, notés *Beam halo* dans les figures).

Les bruits de fond dominants dans cette recherche proviennent des processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ comme nous le verrons section 7.2.1.

Les simulations par la méthode Monte-Carlo servent à optimiser les coupures pour sélectionner les événements de signal et rejeter les événements de bruits de fond, estimer les efficacités de sélection et les incertitudes systématiques. Le générateur MADGRAPH 5.1 [4] est utilisé pour la plupart des simulations, et le programme PYTHIA6 [5] pour le reste.

2. Un poids w_i peut être affectée aux traces suivant leur qualité. En réalité on demande que la quantité $\text{ndof} = 2 \sum_{\text{trace } i} w_i - 3$ soit supérieure à 4 [3].

3. On se permettra par la suite de régulièrement abréger cette expression par "simulation Monte-Carlo".

A la génération des événements on impose déjà que l'éventuel photon engendré doit avoir une impulsion transverse $p_{T_{gen}}^\gamma > 130 \text{ GeV}/c$ et une pseudorapidité $|\eta_{gen}^\gamma| < 5$. Aucune coupure n'est cependant réalisée sur l'énergie transverse manquante⁴.

Processus	Section efficace (pb)
Branons	$10^{-7}/10^{-1}$
ADD	$10^{-3}/10^{-1}$
$Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \gamma$	0.074
$Z(\rightarrow \ell\ell) + \gamma$	0.048
$W(\rightarrow \ell\nu) + \gamma$	0.257
$W(\rightarrow e\nu)$	0.618
$W(\rightarrow \mu\nu)$	0.631
$\gamma + \text{jet}$	140
$\gamma\gamma$	42

TABLE 7.1 – Liste des simulations Monte-Carlo utilisées. Pour les processus de signal (Branons, ADD), les sections efficaces ne sont pas indiquées précisément car elles dépendent des paramètres des modèles.

Tous les générateurs utilisés calculent les sections efficaces des processus à l'ordre dominant (LO). Des corrections à l'ordre suivant (NLO) sont a posteriori estimées pour les bruits de fond principaux (voir section 7.2.1.2). Le choix par défaut de la PDF est CTEQ6L [6]. Dans ces simulations, la réponse précise et détaillée du détecteur CMS est calculée par le logiciel GEANT4 [7]. Des événements d'empilement de biais minimum sont superposés aux événements engendrés pour simuler les véritables conditions des collisions. La distribution du nombre d'interactions d'empilement utilisée pour la simulation est repondérée lors de l'analyse par la distribution réelle mesurée dans les données ce qui permet ainsi d'améliorer la prédictivité de la simulation (voir section 7.2.1.1).

7.1.3 Sélection des événements $\gamma + \cancel{E}_T$

7.1.3.1 Caractérisation avancée du photon

Dans un événement, l'ensemble des superclusters de grande énergie dans le ECAL sont potentiellement des dépôts d'énergie dus à des photons. Pour identifier un véritable photon parmi ces candidats, on leur impose des critères d'identification. Tout d'abord, on impose des critères cinématiques. On recherche dans l'événement au moins un candidat photon d'impulsion transverse $p_T^\gamma > 145 \text{ GeV}/c$ situé dans la partie tonneau du ECAL⁵ $|\eta^\gamma| < 1.4442$.

Dans notre recherche d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$, certains bruits de fond sont dus à une assimilation de certains jets et électrons à des photons. Un jet peut par exemple être pris pour un photon quand une particule neutre (ne laissant pas de trace dans le trajectographe) comme un π^0 ou une particule η porte suffisamment de l'impulsion du jet pour que les deux photons issus de sa désintégration soient indiscernables dans le supercluster candidat à cause de la résolution finie du détecteur. On ne reconstruit alors qu'un seul photon de haute énergie, superposé à un jet hadronique possiblement très peu énergétique. Ensuite, les électrons peuvent être pris pour des photons à cause d'une inefficacité de reconstruction

4. Au niveau du générateur, l'énergie transverse manquante n'est estimée qu'à partir des impulsions transverses des neutrinos ou des éventuels champs Branons.

5. Le rapport signal sur bruit est meilleur dans le tonneau que dans les bouchons.

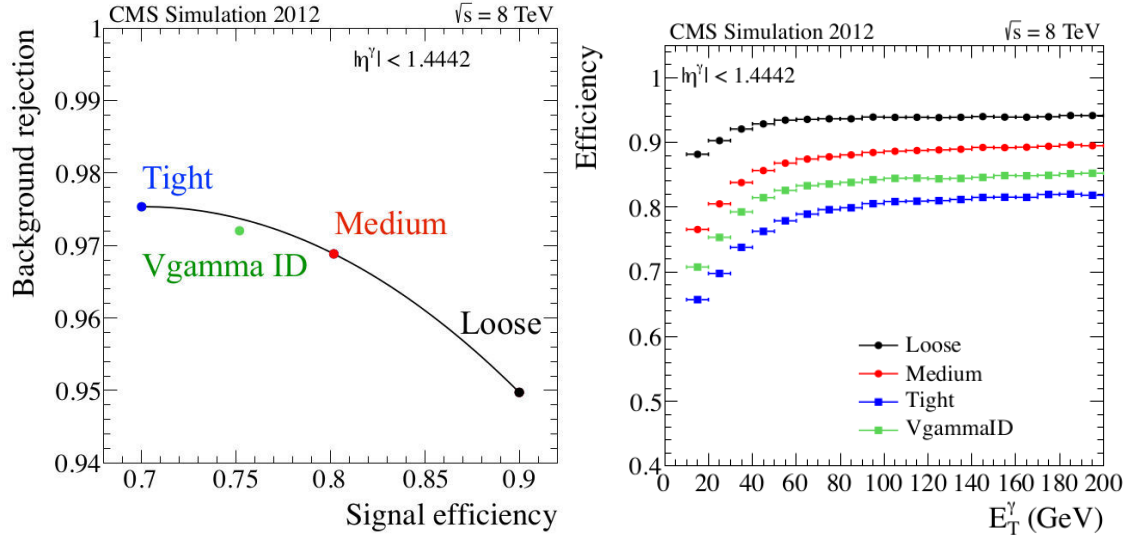


FIGURE 7.1 – Gauche : taux de rejet des faux photons (jets ou électrons mal reconstruits) estimés sur des processus simulés W +jets) en fonction du taux de sélection des photons véritables pour différents jeux de critères présentés dans la référence [8]. Droite : Efficacité de sélection en fonction de l'énergie transverse du photon. Dans notre recherche, les critères "Medium" sont utilisés.

des traces dans le trajectographe à pixels. Pour minimiser ces contributions, des critères d'isolation sont imposés au candidat photon, ainsi que d'autres critères sur la largeur de la gerbe électromagnétique et l'absence d'une détection dans le détecteur à pixels. Les critères utilisés pour l'identification du photon reposent sur des critères d'isolation médium officiels définis par la collaboration CMS dans la référence [8]. Ils ont été construits par l'optimisation de différentes variables qui permettent de définir un photon isolé, par rapport à des candidats issus de l'algorithme de flux de particules [9] :

- **critère d'isolation "neutre" I_N^{PF}** : la somme I_N^{PF} des énergies transverses de tous les hadrons neutres dans un cône $\Delta R < 0.3$ autour du supercluster associé au photon candidat doit être inférieure à $1.0 + 0.04 \times p_T^\gamma$;
- **critère d'isolation "chargé" I_C^{PF}** : la somme I_C^{PF} des énergies transverses de tous les hadrons chargés dans un cône défini par $0.02 < \Delta R < 0.3$ (évidé au centre) à partir du centre du supercluster associé au photon candidat doit être inférieure à $1.5 \text{ GeV}/c$;
- **critère d'isolation "photon" I_P^{PF}** : la somme I_P^{PF} des énergies transverses de tous les photons candidats dans un cône $\Delta R < 0.3$ autour du photon étudié doit être inférieure à $0.7 + 0.005 \times p_T^\gamma$;
- **rapport H/E** : le rapport de l'énergie déposée dans la tour du HCAL la plus proche de la position du supercluster sur l'énergie du supercluster mesurée dans le ECAL doit être inférieure à 0.05 ;
- **largeur de la gerbe électromagnétique $\sigma_{i\eta i\eta}$** : la largeur de la gerbe électromagnétique⁷ en η doit être inférieure à 0.011 ;
- **veto Pixel Seed** : pour minimiser la contribution des électrons mal reconstruits, le photon candidat ne doit pas être associé à une détection (ou graine *seed*) dans le

6. On définit la distance entre deux objets localisés respectivement en (η_1, ϕ_1) et (η_2, ϕ_2) par $\Delta R = \sqrt{(\eta_1 - \eta_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2} = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2}$.

7. $\sigma_{i\eta i\eta}$ mesure la largeur de la gerbe électromagnétique selon η dans une matrice 5×5 centrée sur le

Intervalle η^γ	Isolation chargée	Isolation neutre	Isolation photon
$ \eta^\gamma < 1.0$	0.012	0.030	0.148
$1.0 < \eta^\gamma < 1.479$	0.010	0.057	0.130
$1.479 < \eta^\gamma < 2.0$	0.014	0.039	0.112
$2.0 < \eta^\gamma < 2.2$	0.012	0.015	0.216
$2.2 < \eta^\gamma < 2.3$	0.016	0.024	0.262
$2.3 < \eta^\gamma < 2.4$	0.020	0.039	0.260
$ \eta^\gamma > 2.4$	0.012	0.072	0.266

TABLE 7.2 – Valeurs officielles des aires effectives A_{eff} en fonction de la pseudorapidité du photon publiées par la référence [8].

trajectographe à pixels.

L'efficacité des critères d'isolation décroît avec le nombre d'interactions d'empilement. Pour gagner de l'efficacité dans des conditions de fort empilement, ces critères basés sur l'algorithme de flux de particules sont corrigés des effets d'empilement. On leur soustrait la quantité $\rho_{\text{pileup}} \times A_{\text{eff}}$, où ρ_{pileup} est la densité d'énergie liée à l'empilement dans l'événement⁸. La quantité A_{eff} est une aire effective estimée par le groupe d'analyse dédié à l'étude du photon à partir d'un échantillon γ +jets sélectionné dans les données de collision. Elle est ajustée afin que les valeurs des variables d'isolation chargée, neutre et de photons soient uniformes quelque soit le nombre d'événements d'empilement. Plus formellement, si on décrit les lois de distribution de ces variables d'isolation en fonction de ρ_{pileup} et N_{vertex} par des droites $\rho_{\text{pileup}} = a_1^{\rho_{\text{pileup}}} \times N_{\text{vertex}} + a_0^{\rho_{\text{pileup}}}$ et $iso = a_1^{iso} \times N_{\text{vertex}} + a_0^{iso}$, alors on a $A_{\text{eff}} = a_1^{iso}/a_1^{\rho}$. Ces nombres sont estimés en fonction de la pseudorapidité du photon et sont listés dans la table 7.2. La valeur de la variable d'isolation retenue pour un photon candidat est alors :

$$I^{\text{corrigé}} = \max \left[I^{\text{non corrigé}} - \rho_{\text{pileup}} \times A_{\text{eff}}, 0 \right], \quad (7.1)$$

où I est une des variables d'isolation (I_N^{PF} , I_P^{PF} , I_C^{PF} et I_W^{PF} qui sera défini par la suite).

Les critères de caractérisation avancée du photon présentés ci-dessus permettent de conserver 80% des photons provenant d'événements de signal à partir de $E_T^\gamma > 15$ GeV et de rejeter 97% des événements de bruits de fond de type jet ou électrons mal reconstruits (voir figure 7.1). Pour des photons d'énergie transverse supérieure à 145 GeV, le taux de sélection monte à 88%. L'application de l'ensemble de ces critères définit un photon de qualité dite médium pour la collaboration CMS. A cela nous ajoutons un critère supplémentaire pour caractériser le photon.

Dans un événement, le vertex primaire est le point d'interaction où s'est produit une collision, par opposition aux vertex secondaires qui sont les positions où se sont produites des désintégrations postérieures à la collision. Si des particules chargées sont produites depuis le vertex primaire, alors il est facile de connaître sa position à partir des traces laissées dans le trajectographe. En revanche, si un photon est produit, alors il est difficile

germe du supercluster :

$$\sigma_{i\eta\eta}^2 = \frac{\sum_{i \in 5 \times 5} w_i (\eta_i - \eta_{seed})^2}{\sum_{i \in 5 \times 5} w_i}, \quad w_i = \max \left(0, 0.47 \ln \frac{E_i}{E_{5 \times 5}} \right)$$

où η représente l'index du cristal selon la direction η par rapport à la pseudo-rapidité du cristal germe η_{seed} . Une définition équivalente $\sigma_{i\phi\phi}$ existe selon la direction ϕ .

8. La densité d'énergie liée à l'empilement ρ_{pileup} est l'énergie transverse totale mesurée par unité de surface. Elle est calculée par le logiciel FastJet [10] et permet d'estimer l'activité des événements d'empilement lors d'une collision.

de connaître la position de son vertex, en particulier dans des conditions de fort empilement et pour un état final $\gamma + \cancel{E}_T$. Le vertex primaire associé au photon est alors défini par convention comme étant le vertex d'où provient la majorité de traces énergétiques. Le photon candidat est par défaut rattaché à ce vertex [11], et les cônes d'isolation chargée intervenant dans le critère d'isolation sont définis à partir de ce point d'origine.

Le vertex primaire n'est cependant peut-être pas le véritable vertex d'origine du photon, ce qui va artificiellement décroître les valeurs des variables d'isolation. En effet, si on choisit le mauvais vertex, alors l'éventuelle activité hadronique accompagnant le photon candidat ne sera pas associée au photon faute d'avoir choisi le bon cône d'isolation chargé, et la valeur des variables d'isolation sera à tort trop basse. Pour éviter cela, un critère d'isolation chargé additionnel I_W^{PF} (W pour *worst*) est utilisé, calculé de la même manière que la variable d'isolation chargée I_C^{PF} mais pour chaque vertex reconstruit dans l'événement. On est alors sûr d'avoir choisi à un moment le bon vertex primaire. On requiert alors que la plus grande valeur calculée pour cette variable I_W^{PF} soit inférieure à la limite imposée pour la variable d'isolation chargée nominale (1.5 GeV/c). Ceci assure que le photon candidat est bien isolé de toute activité hadronique chargée peu importe le choix du vertex. La même opération n'est cependant pas possible avec les critères d'isolation "neutre" et "photons".

Halo du faisceau, rayons cosmiques et signaux anormaux

Halo du faisceau : Les faisceaux de protons sont accompagnés d'un halo de particules diverses, surtout des muons, produit par l'interaction du faisceau avec l'accélérateur. Ces particules suivent le faisceau, et peuvent interagir avec les détecteurs, perturbant ainsi le bilan d'énergie et donc la mesure de l'énergie transverse manquante, et produisent de faux candidats photons par exemple (voir figure 7.2).

Rayons cosmiques : Les rayons cosmiques interagissent en continu avec tout ou une partie du détecteur. Principalement composés de muons, ils peuvent engendrer de faux candidats muons si leur trace est associée au vertex d'interaction, et créer des dépôts d'énergie aléatoires dans le ECAL pouvant être pris pour des photons isolés s'ils ne laissent aucune trace dans le trajectographe.

Signaux anormaux : Durant les prises de données, on peut observer dans le ECAL des signaux anormaux, dénommés "spikes". Ces dépôts d'énergie sont probablement dus à l'ionisation directe des APD par des particules fortement ionisantes qui frappent ces détecteurs directement. Ils ne sont alors observés que dans des cristaux uniques, et sont donc identifiables par rapport à des objets électromagnétiques plus larges telles que produits par les photons et les électrons. Le taux de ces dépôts anormaux est de un spike pour 103 événements de biais minimum [12].

La simulation de ces trois processus intervenant hors collision n'est pour le moment pas incluse dans les simulations Monte-Carlo.

Pour rejeter certains bruits de fond qui ne sont pas liés aux collisions proton-proton (halo de faisceau, rayons cosmiques et signaux anormaux *spikes*, voir encadré), on impose aussi au photon candidat les critères suivants :

- rejet des signaux anormaux :
 - les dimensions de la gerbe $\sigma_{i\eta i\eta}$ et $\sigma_{i\phi i\phi}$ doivent être supérieures à 0.001 ;

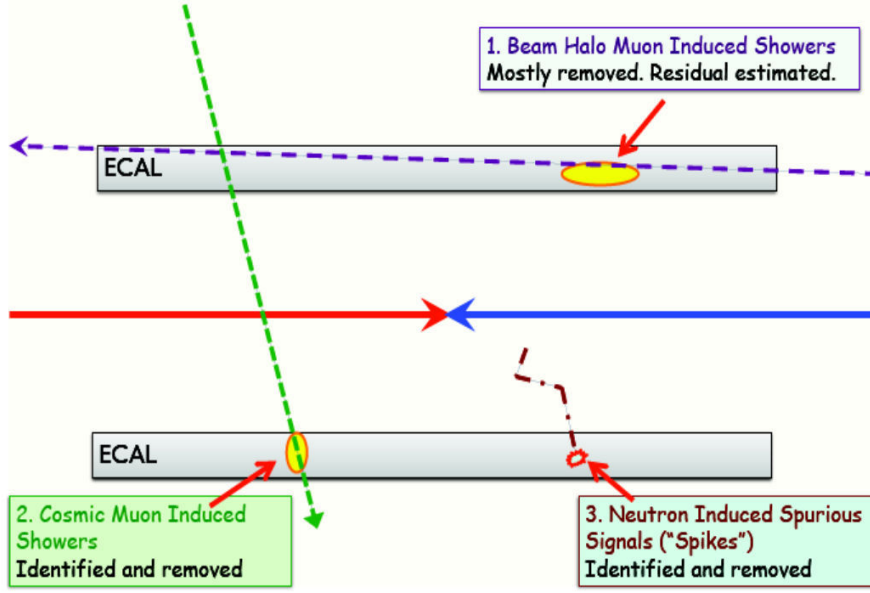


FIGURE 7.2 – Illustration des signatures que peuvent laisser des particules du halo du faisceau (principalement des muons), des rayons cosmiques, et certaines particules ionisantes produisant des spikes (si elles heurtent directement les APD).

- la plus grande différence de temps entre les dépôts d'énergie supérieurs à 1 GeV mesurés parmi les différents cristaux d'un supercluster (*Largest IntraCluster Time Difference* LICTD) ne doit pas excéder 5 ns ;
- le rapport R_9 de l'énergie déposée dans une matrice de cristaux 3×3 centrée sur le cristal germe divisée par l'énergie du supercluster doit vérifier :

$$R_9 = \frac{E_{3 \times 3}}{E_{\text{supercluster}}} < 1; \quad (7.2)$$

- rejet des rayons cosmiques et des particules du halo du faisceau :
 - le dépôt d'énergie dans le cristal germe doit être mesuré dans une fenêtre de 3 ns autour du déclenchement ;
 - le critère MIP estime la quantité d'énergie E_{MIP} déposée dans le ECAL par un éventuel muon du halo du faisceau le long d'un chemin passant par le dépôt d'énergie associé au photon candidat ; si cette énergie est supérieure à 6.3 GeV sans compter celle du supercluster, alors l'événement est rejeté (nous définirons ce critère plus précisément dans la section 7.2.3).

Le candidat photon passant tous les critères mentionnés dans cette section devient le photon étudié dans notre état final $\gamma + \cancel{E}_T$.

7.1.3.2 Critères de sélection sur l'énergie manquante

L'énergie manquante présente dans un événement est calculée par l'algorithme de flux de particules [13]. On demande que pour chaque événement $\cancel{E}_T > 140 \text{ GeV}$. De plus, le photon identifié par les critères ci-dessus et l'énergie manquante doivent être dos à dos i.e. $|\Delta\phi| = |\phi_{\cancel{E}_T} - \phi_\gamma| > 2$, car les signaux recherchés (Branons, ADD, matière noire,...) ont cette topologie particulière (voir figure 7.3).

Pour minimiser les contributions du bruit de fond $\gamma + \text{jet}$ et multi-jets (dont un jet est identifié à tort comme un photon), on utilise une procédure appelée minimisation MHT

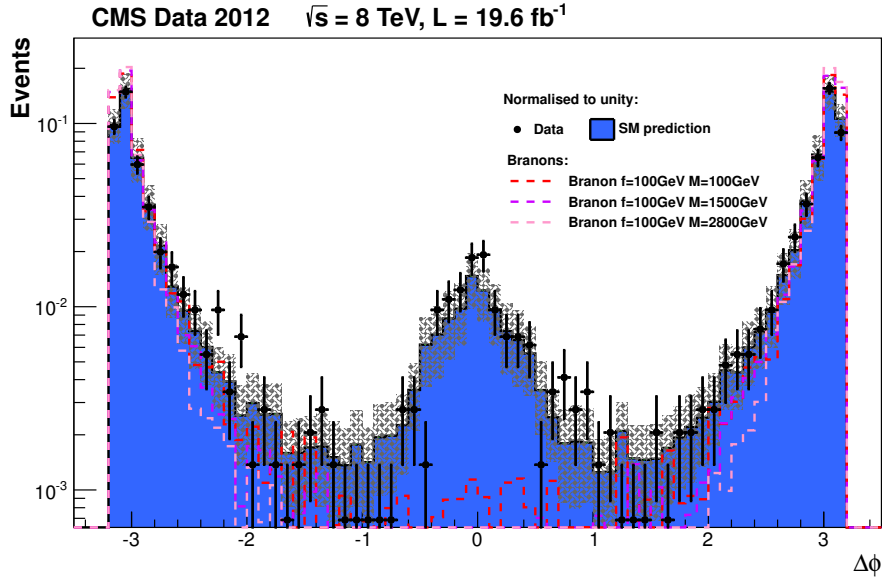


FIGURE 7.3 – Distributions $\Delta\phi$ normalisées à l'unité pour la somme des prédictions du modèle standard (bleu), les données (points noirs) et les prédictions de trois modèles de Branons (tirets). Ces distributions sont obtenues après identification du photon et coupure sur l'énergie manquante $E_T > 140 \text{ GeV}$. Une coupure $|\Delta\phi| > 2$ permet de se restreindre à des régions où le signal recherché est majoritairement présent.

présentée ci-après.

Les processus γ +jet et multi-jets où dans lesquels un jet est identifié à tort comme un photon (noté jet $\rightarrow \gamma$ sur les figures) ont des sections efficaces importantes et contribuent donc de façon significative à l'état final mono-photon $\gamma + \cancel{E}_T$. Pour ces bruits de fond, l'énergie transverse manquante \cancel{E}_T peut venir de la mauvaise reconstruction des jets et un jet peut être confondu avec un photon. Pour minimiser les contributions de ces processus, la méthode de minimisation MHT a été construite pour détecter les événements avec une fausse énergie manquante. L'énergie transverse manquante issue de l'algorithme de flux de particules est calculée à partir des impulsions transverses $(p_T^{reco})_i$ de tous les objets reconstruits. Notre méthode a pour but de reconstruire une nouvelle énergie transverse manquante, la plus petite raisonnablement possible si on se permet de faire varier les impulsions transverses des objets reconstruits $(p_T^{reco})_i \rightarrow (\hat{p}_T)_i$ tout en respectant leurs incertitudes de mesure $(\sigma_{p_T})_i$. Ainsi, si la reconstruction des objets s'est passée correctement (comme dans un véritable événement $\gamma + \cancel{E}_T$), l'énergie transverse manquante minimisée notée $\hat{\cancel{E}}_T$ (ou MinMET) sera peu inférieure à l'énergie transverse manquante reconstruite initialement \cancel{E}_T^{reco} . En revanche, dans des événements où \cancel{E}_T^{reco} est issue d'une mauvaise reconstruction, il sera possible d'obtenir une valeur de $\hat{\cancel{E}}_T$ très inférieure en assignant des impulsions transverses $(\hat{p}_T)_i$ différentes aux objets, compatibles avec la grande incertitude sur leur mesure.

Pour aboutir à cela, on peut tout d'abord imaginer calculer un χ^2 de la forme :

$$\chi^2 = \sum_{i=objects} \left(\frac{(p_T^{reco})_i - (\hat{p}_T)_i}{(\sigma_{p_T})_i} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\cancel{E}}_T}{\sigma_{\hat{\cancel{E}}_T}} \right)^2, \quad (7.3)$$

$$\hat{\cancel{E}}_T = - \sum_{i=objects} (\hat{p}_T)_i. \quad (7.4)$$

Notons que l'énergie transverse manquante est une quantité qui n'est pas distribuée selon une distribution gaussienne, ce qui compromet la définition du χ^2 : elle suit la distribution $\frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} \theta(\cancel{E}_T) \cancel{E}_T G(\cancel{E}_T, 0, \sigma)$ où $\theta(x)$ est la fonction créneau d'Heaviside et $G(\cancel{E}_T, 0, \sigma)$ une distribution gaussienne de moyenne nulle et de déviation standard σ [14]. On s'attend en revanche à ce que \cancel{E}_x et \cancel{E}_y suivent des distributions gaussiennes [14]. De plus, la déviation standard de \cancel{E}_T est supposée être la même que celles de ses projections sur les axes x et y ($\sigma_{\cancel{E}_x} \approx \sigma_{\cancel{E}_y}$). Par conséquent, on peut écrire la fonction de χ^2 de la façon suivante :

$$\hat{\cancel{E}}_T^2 = \hat{\cancel{E}}_x^2 + \hat{\cancel{E}}_y^2, \quad (7.5)$$

$$\chi^2 = \sum_{i=objects} \left(\frac{(p_T^{reco})_i - (\hat{p}_T)_i}{(\sigma_{p_T})_i} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\cancel{E}}_x}{\sigma_{\hat{\cancel{E}}_x}} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\cancel{E}}_y}{\sigma_{\hat{\cancel{E}}_y}} \right)^2, \quad (7.6)$$

$$\hat{\cancel{E}}_{x,y} = - \sum_{i=objects} (\hat{p}_{x,y})_i. \quad (7.7)$$

Les quantités \hat{p}_{T_i} sont les paramètres libres de la fonction χ^2 . Les valeurs $\sigma_{p_{T_i}}$ représentent la résolution de la mesure associée à chaque objet et ont été exposées au chapitre précédent pour les différents objets.

S'il n'y a pas d'énergie transverse manquante intrinsèque à l'événement mais qu'une énergie transverse manquante \cancel{E}_T^{reco} est tout de même observée, alors la minimisation du χ^2 de l'équation 7.6 aboutira à un faible χ^2 . En effet, si on observe attentivement l'équation 7.6, on voit que le minimum de cette expression sera atteint pour des valeurs $\hat{\cancel{E}}_x$ et $\hat{\cancel{E}}_y$ les plus faibles possibles, mais contraintes par les incertitudes de mesure $\sigma_{p_{T_i}}$. La fausse énergie manquante sera redistribuée dans les nouvelles valeurs \hat{p}_{T_i} , qui sont utilisées pour calculer finalement la variable MinMET (voir équation 7.7). Si l'énergie transverse manquante reconstruite est intrinsèque à l'événement, il sera par contre très difficile de minimiser ce χ^2 .

Le pouvoir discriminant de cette méthode provient donc de l'énergie transverse manquante minimisée MinMET et de la probabilité de χ^2 obtenue. Tous les objets visibles (photon, électrons, muons, jets, sélectionnés par les critères présentés section 7.1.3) sont utilisés dans ce calcul. Les objets avec la plus mauvaise résolution sont les jets. Par conséquent l'erreur sur le calcul de l'énergie transverse manquante viendra principalement des jets, et ce seront les leviers principaux pour minimiser l'énergie transverse manquante. La résolution en impulsion transverse des jets est estimée par le groupe d'analyse dédié à l'étude des jets, en utilisant des événements dijet et γ +jet, en fonction de leur impulsion et pseudorapidité (voir section 6.3.3.1). Les paramètres pour la fonction de résolution $\sigma_{\cancel{E}_{x,y}}$ (équation 6.16) choisis sont ceux venant du processus γ +jets établis sur les données de la table 6.2, car c'est le principal bruit de fond que nous voulons contraindre par la méthode de minimisation MHT.

Pour distinguer les bruits de fond γ +jet et $\text{jet} \rightarrow \gamma$ du signal $\gamma + \cancel{E}_T$, on utilise les valeurs obtenues pour MinMET et pour la probabilité d'obtenir le χ^2 minimisé $P(\chi^2, ndf)$ (avec $ndf = 2$ degrés de liberté). Ces variables discriminantes présentent un bon accord entre simulation Monte-Carlo et données comme le montre la figure 7.4. Les coupures sur ces variables sont choisies pour maximiser le rapport signal sur bruit (voir figure 7.5) tout en gardant une acceptation aussi grande que possible pour le signal. Pour chaque événement on requiert donc $\text{MinMET} > 120 \text{ GeV}$ et $|\log_{10}(1 - P(\chi^2, 2))| > 6$. La dernière coupure sert aussi de sécurité pour s'assurer que l'ajustement s'est déroulé correctement.

Il a été a posteriori vérifié que ces variables ne dépendent pas du nombre d'interactions d'empilement (voir figure 7.6). Les coupures introduites par la méthode de minimisation

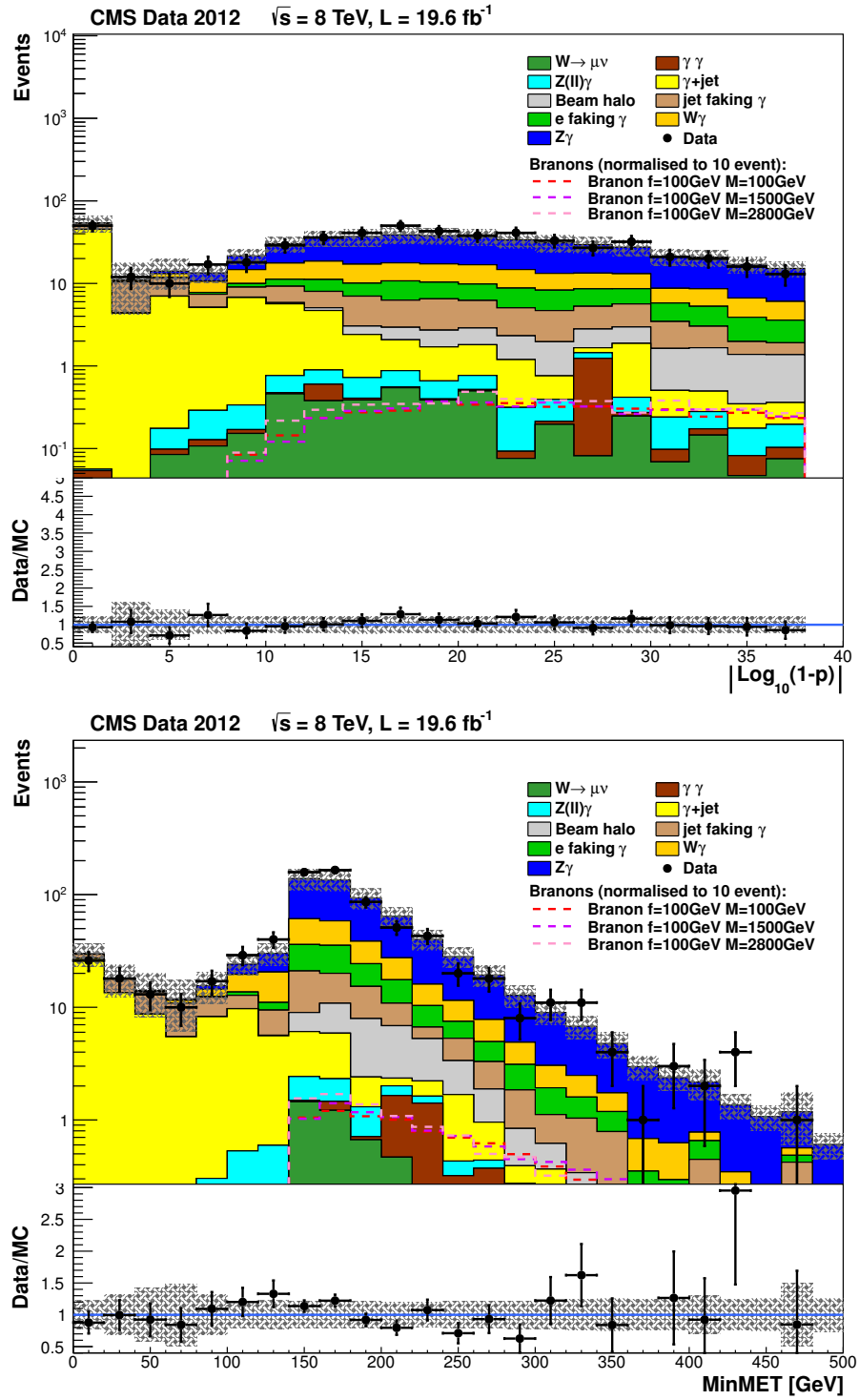


FIGURE 7.4 – Distributions des valeurs de la probabilité du χ^2 (gauche) et de MinMET (droite) dans les données et bruits de fond. Dans ces figures, toutes les coupures de sélection sont utilisées sauf celles liées à la minimisation MHT (facteur d'échelle ρ et K-facteurs inclus).

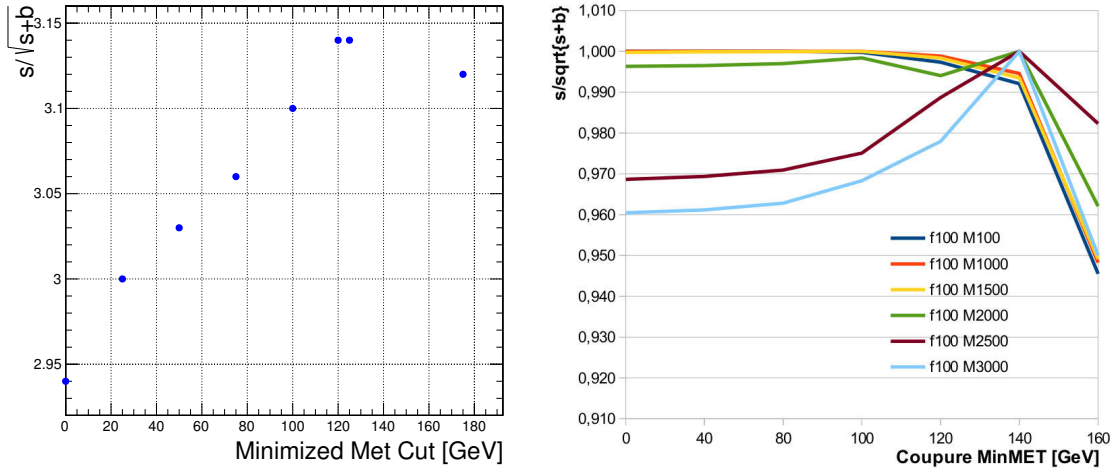


FIGURE 7.5 – Rapport signal sur bruit $S/\sqrt{S+B}$ pour un signal ADD (gauche, $n = 3$ et $M_D = 2$ TeV) et des signaux Branons (droite, normalisés à 1 au maximum). La valeur maximum du signal sur bruit $S/\sqrt{S+B}$ est atteinte pour $\text{MinMET} > 120$ GeV avec 99% des événements de signal retenus.

MHT permettent de réduire le bruit de fond $\gamma + \text{jet}$ d'environ 80%, et le bruit de fond QCD d'environ 45%, tout en rejetant moins de 1% des événements de signaux (voir table 7.17).

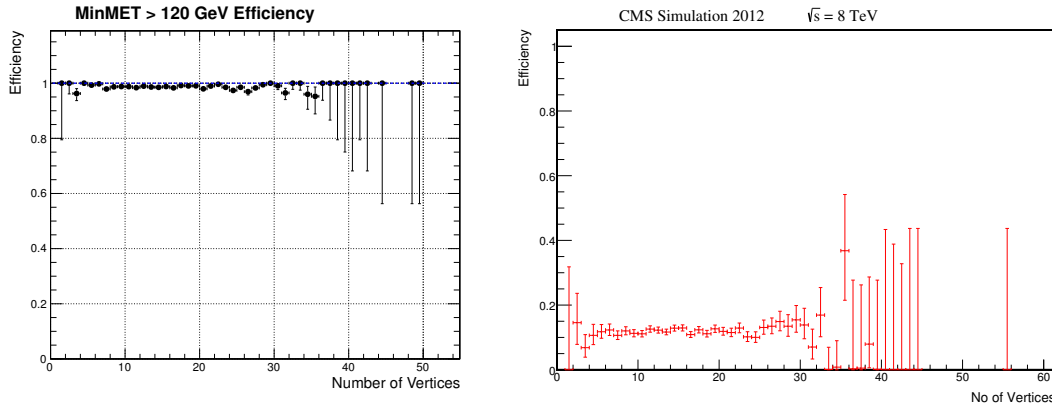


FIGURE 7.6 – Efficacité des coupures issues de la minimisation MHT en fonction du nombre de vertex reconstruits dans l'événement (signal à gauche, bruit de fond $\gamma + \text{jet}$ à droite).

7.1.3.3 Vetos sur les leptons

Pour minimiser les contributions venant du processus $W\gamma$, nous imposons un veto aux événements contenant un électron ou un muon reconstruit avec une impulsion transverse supérieure à 10 GeV. Les candidats lepton doivent vérifier les critères suivants, définis de façon officielle par la collaboration CMS :

- identification de l'électron :
 - l'écart en $\Delta\eta$ entre la position du supercluster et la position extrapolée de la trace dans le ECAL doit être inférieure à 0.007 (0.009) dans le tonneau (bouchons) ;

- l'écart en $\Delta\phi$ entre la position du supercluster et la position extrapolée de la trace dans le ECAL doit être inférieure à 0.15 (tonneau) et 0.10 (bouchons);
- $\sigma_{i\eta i\eta}$ doit être inférieur à 0.01 (tonneau) et 0.03 (bouchons);
- H/E doit être inférieur à 0.12 (tonneau) et 0.10 (bouchons);
- la somme des énergies transverses de tous les dépôts du ECAL situés dans un cône $\Delta R < 0.3$ centré sur le candidat électron divisée par l'impulsion transverse de l'électron doit être inférieure à 0.2 (la contribution de l'électron est retirée);
- la somme des énergies transverses de tous les dépôts du HCAL situés dans un cône $\Delta R < 0.3$ centré sur le candidat électron divisée par l'impulsion transverse de l'électron doit être inférieure à 0.2 (la contribution de l'électron est retirée);
- la somme des impulsions transverses de toutes les traces mesurées par le trajectographe situées dans un cône $\Delta R < 0.3$ centré sur le candidat électron divisée par l'impulsion transverse de l'électron doit être inférieure à 0.2 (la contribution de l'électron est retirée);
- identification du muon [15] :
 - le muon doit être *tracker* ou *global* (voir section 6.3.2);
 - la somme des impulsions transverses de toutes les traces mesurées par le trajectographe situées dans un cône $\Delta R < 0.3$ centré sur le candidat muon divisée par l'impulsion transverse du muon doit être inférieure à 0.10 (la contribution du muon est retirée);
 - la minimisation utilisée pour la reconstruction de la trace doit vérifier $\chi^2/ndf < 10$;
 - la trace du muon doit posséder au moins une détection dans le trajectographe à pixels et au moins une détection dans les chambres à muons.

7.1.3.4 Vetos sur les jets

Par ailleurs, pour réduire l'ensemble des bruits de fond, on introduit un veto contre les jets. Dans cette analyse, les jets sont constitués à partir des particules reconstruites par l'algorithme de flux de particules et agglomérées par l'algorithme anti- k_t [16] dans un cône de taille $\Delta R < 0.5$. On s'intéresse aux jets vérifiant les critères suivants :

- l'impulsion transverse du jet doit vérifier $p_T^{jet} > 30 \text{ GeV}/c$;
- le jet doit se situer à une distance $\Delta R > 0.5$ du photon identifié, d'un électron ou d'un muon;
- le jet ne doit pas être identifié comme venant d'une interaction d'empilement.

Ces critères permettent de ne s'intéresser qu'à des jets relativement énergétiques et isolés.

La distribution du nombre de jets correspondant à ces critères dans un événement est présentée figure 7.7. On voit que les simulations Monte-Carlo ne reproduisent pas correctement les données pour un nombre de jets $N_{jets} > 2$. Les processus ont été engendrés de façon inclusive en incluant jusqu'à deux jets dans la génération par MADGRAPH, et les jets supplémentaires sont dus au processus d'hadronisation de PYTHIA. On observe qu'à partir de trois jets, la modélisation des jets radiés n'est donc pas suffisante pour reproduire les données.

Étant donné que les événements de signal contiennent majoritairement au plus un jet, on impose un veto sur le nombre de jets sélectionnés $N_{jets} \leq 1$ pour augmenter le rejet des bruits de fond.

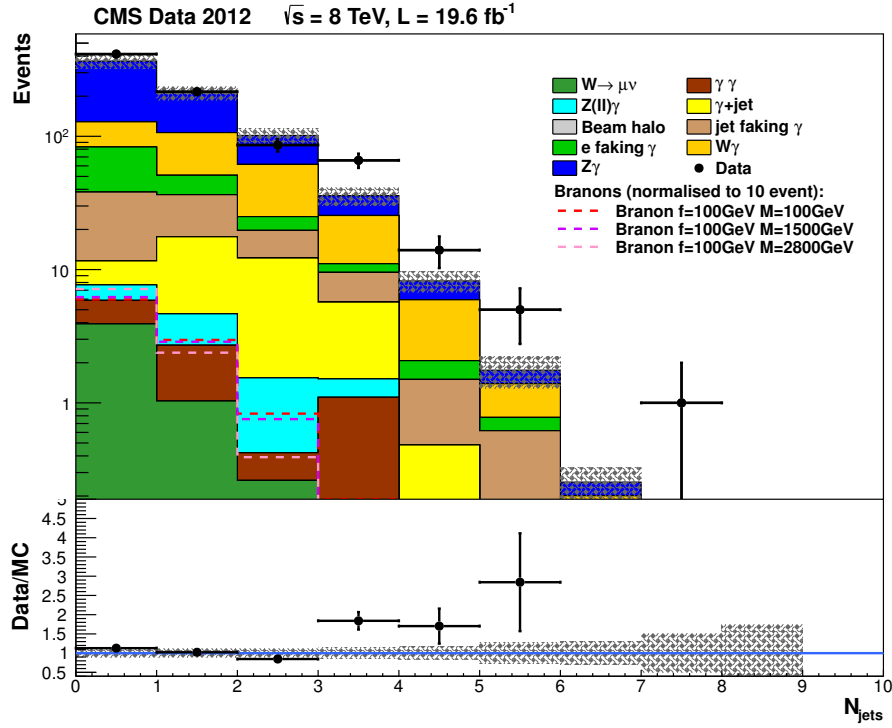


FIGURE 7.7 – Distribution du nombre de jets N_{jets} dans les événements simulés et les données, toutes les coupures décrites pour l’analyse étant appliquées sauf le veto sur les jets.

7.1.3.5 Résumé des coupures utilisées

Voici sous forme synthétique le résumé des coupures utilisées séquentiellement pour sélectionner les événements d’état final $\gamma + \cancel{E}_T$:

1. coupures préliminaires (trigger, qualité des traces, qualité des vertex),
2. sélection du photon :
 - $p_T^\gamma > 145 \text{ GeV}/c$ et $|\eta^\gamma| < 1.4442$,
 - coupures sur le rapport H/E et les variables d’isolation $I_C^{PF}, I_N^{PF}, I_P^{PF}$ et I_W^{PF} ,
 - $\sigma_{i\eta i\eta} < 0.011$,
 - veto Pixel Seed,
3. coupures sur les particules de halo, les rayons cosmiques et les spikes,
4. critères sur l’énergie manquante $E_T > 140 \text{ GeV}$ et $\Delta\phi = |\phi_{E_T} - \phi_\gamma| > 2$,
5. coupures de la minimisation MHT (MinMET et probabilité du χ^2),
6. veto sur les électrons et muons isolés,
7. veto sur les événements contenant plus d’un jet énergétique isolé.

7.2 Étude des bruits de fond

7.2.1 Bruits de fond estimés sur les simulations Monte-Carlo

Dans cette section, je vais décrire les processus du modèle standard dont la contribution à l’état final $\gamma + \cancel{E}_T$ recherché a été estimée à partir des simulations Monte-Carlo.

Toutes ces estimations reposent sur la simulation de la réponse du détecteur et des conditions d'empilement, ces dernières étant ensuite corrigées selon la procédure décrite section 7.2.1.1. Les bruits de fond suivants ont été estimés par les simulations Monte-Carlo : $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$, $W(\rightarrow l\nu)\gamma$, $Z(\rightarrow ll)\gamma$, γ +jets, $\gamma\gamma$, $W \rightarrow \mu\nu$.

7.2.1.1 Correction des distributions d'interactions d'empilement dans les simulations Monte-Carlo

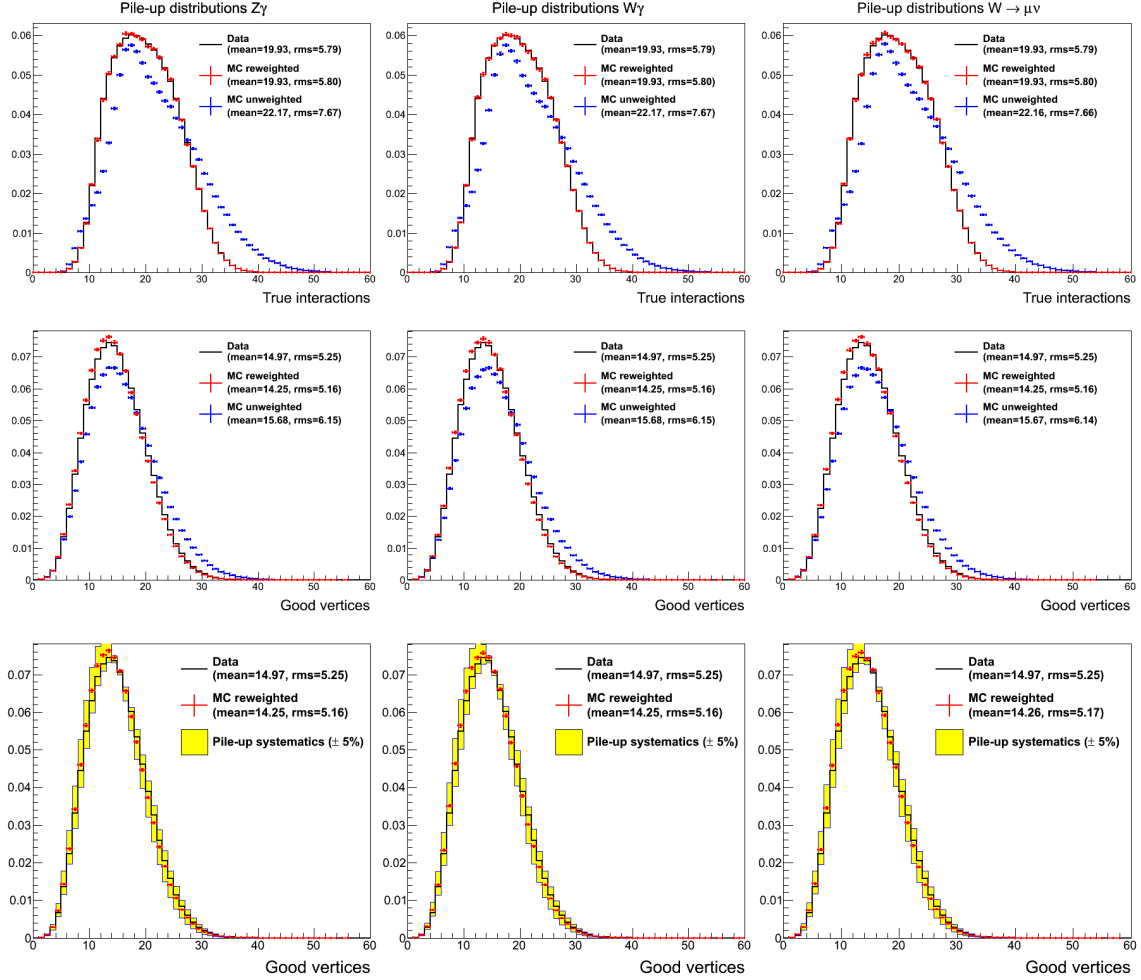


FIGURE 7.8 – Haut : distributions du nombre d'interactions d'empilement dans les simulations Monte-Carlo des processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$, $W\gamma$ et $W \rightarrow e\nu$ (dénommé "True interactions") et les données, avant et après correction des distributions dans les simulations. La procédure de correction transforme la distribution présente dans les simulations en la distribution mesurée dans les données en donnant un poids aux événements. Milieu : distributions du nombre de vertex de bonne qualité, avant et après correction des distributions. La distribution corrigée est en meilleur accord avec les données que la distribution non corrigée, mais un léger biais subsiste. Bas : effet de la variation de $\pm 5\%$ de la section efficace totale de biais minimum sur les distributions des vertex de bonne qualité. On observe que l'incertitude systématique introduite permet d'absorber le léger biais observé.

A haute luminosité, il y a une probabilité non-négligeable que le croisement de deux

paquets de protons donne lieu à plusieurs vertex d'interaction séparés. Le nombre de ces interactions d'empilement est proportionnel à la luminosité instantanée du collisionneur.

Les conditions d'empilement dans CMS sont incluses dans les simulations Monte-Carlo utilisées dans notre recherche. Pour cela, des distributions du nombre d'interactions d'empilement sont utilisées, fondées sur les prévisions des conditions de la prise de données 2012. Mais celles-ci ne correspondent pas exactement aux distributions observées a posteriori dans les données. Ceci peut être dû à plusieurs effets comme l'efficacité de reconstruction des vertex. De plus, les distributions réelles dans les données peuvent être biaisées par les triggers et la sélection des événements hors-ligne.

Pour corriger l'ensemble de ces effets potentiels, on établit tout d'abord la distribution du nombre d'interaction d'empilement observée dans nos données sur l'ensemble de la période 2012 pour une section efficace proton-proton inélastique totale mesurée de 69.4 mb [17]. La distribution du nombre d'interactions d'empilement qui a servi à la génération des événements simulés par la méthode de Monte-Carlo est alors comparée à la distribution déduite des données. On observe que l'accord entre les données et les simulations Monte-Carlo est très mauvais si on se réfère aux distributions non corrigées du haut de la figure 7.8.

Pour chaque événement, un nombre $N_{\text{interactions}}$ d'interactions d'empilement a été simulé mais avec une densité de probabilité non conforme aux données. Afin de corriger cette différence, chaque événement est affecté d'un poids correctif en fonction du nombre $N_{\text{interactions}}$ d'interactions simulées. Ce poids est calculé comme étant le rapport de la probabilité observée dans les données pour ce nombre $N_{\text{interactions}}$ par la probabilité simulée. Par exemple, si on se réfère aux graphiques du haut de la figure 7.8, l'excès d'événements simulés avec $N_{\text{interactions}} = 35$ interactions d'empilement est corrigé en affectant un poids égal à 0.145 (inférieur à 1) à tous ces événements dans nos estimations, le poids étant calculé par le rapport des deux distributions à $N_{\text{interactions}} = 35$. L'ensemble des poids affectés aux événements simulés en fonction du nombre d'interactions d'empilement simulées est donné figure 7.9. L'effet immédiat et attendu de cette procédure est d'obtenir une distribution corrigée des événements d'empilement simulés exactement égale à celle observée dans les données (distributions rouges de la figure 7.8).

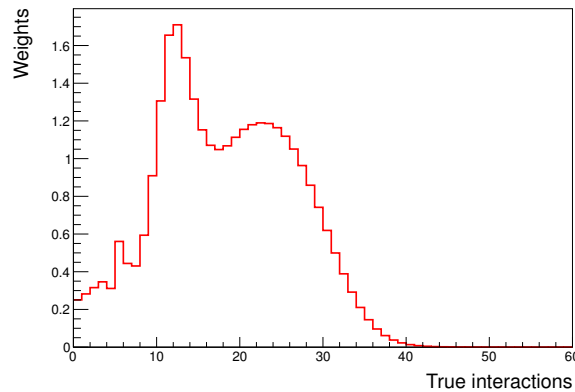


FIGURE 7.9 – Poids affectés aux événements simulés par la méthode Monte-Carlo en fonction du nombre $N_{\text{interactions}}$ d'interactions d'empilement simulées. Les poids sont calculés par le rapport de la distribution du nombre d'interactions d'empilement observée dans les données (histogramme noir du haut de la figure 7.8) par la distribution du nombre d'interactions d'empilement utilisée pour la simulation Monte-Carlo (histogramme bleu du haut de la figure 7.8).

Pour vérifier la justesse de la procédure, on vérifie a posteriori qu'il existe un bon accord entre les distributions de vertex reconstruits de bonne qualité (avec les critères définis section 7.1.1.2) dans les données et les simulations. Les graphiques du milieu et du bas de la figure 7.8 rassemble ces différentes distributions. On observe que la procédure de correction permet d'atteindre un bon accord entre les données et les simulations pour ces distributions également. Cependant un léger biais subsiste.

Une incertitude de 5% est associée à la mesure de la section efficace proton-proton totale. Elle donne lieu à une incertitude systématique [18] liée à cette méthode de correction des distributions d'interaction d'empilement (voir section 7.3.2). On observe sur la figure 7.8 que la propagation de cette incertitude systématique permet de prendre en compte le léger biais résiduel.

Les estimations des contributions des bruits de fond simulés aux événements d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$ sont présentées table 7.3. Les sections efficaces associées sont données dans la table 7.1. L'ensemble de nos critères de sélection présentés section 7.1.3 et les corrections d'empilement sont utilisés. Un facteur d'échelle ρ est mentionné dans la table 7.3. Il est utilisé pour corriger les différences d'efficacité de certains critères de sélection entre les données et les simulations Monte-Carlo et sera défini à la section 7.3.1.

Processus	Nombre d'événements
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	252.8 ± 2.2
$W\gamma$	67.1 ± 2.3
$\gamma + \text{jets}$	13.7 ± 2.1
$W \rightarrow \mu\nu$	5.2 ± 0.4
$Z(l\bar{l})\gamma$	3.9 ± 0.1
$\gamma\gamma$	3.8 ± 1.7
Total	346.5 ± 4.2

TABLE 7.3 – Estimations des nombres d'événements attendus pour les processus du modèle standard simulés par la méthode Monte-Carlo à l'ordre LO (facteur d'échelle ρ présenté section 7.3.1.4 non inclus), pour une luminosité intégrée de 19.6 fb^{-1} après application de l'ensemble de nos critères de sélection pour la recherche d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$.

7.2.1.2 K-facteurs pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$

Les processus de la table 7.3 ont été engendrés à l'ordre dominant (LO) par le générateur MADGRAPH. La section efficace LO sous-estime en général la section efficace réelle, mais il n'existe pas encore de générateur d'événements à l'ordre suivant (NLO, voir encadré) pour la totalité de nos processus, en particulier pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. Cependant, des logiciels capables d'estimer des sections efficaces NLO existent, pouvant parfois fournir les distributions NLO de quelques quantités telles que l'impulsion transverse du photon $p_{T\text{gen}}^\gamma$ présent dans le processus.

Pour obtenir des estimations plus précises incluant des corrections NLO, on peut renormaliser les sections efficaces LO données par les simulateurs avec un facteur global souvent appelé K-facteur. Le K-facteur est défini comme étant le rapport de la section efficace à l'ordre NLO, estimée avec un logiciel dédié, et de la section efficace LO. Dans cette section, je vais décrire le calcul des K-facteurs pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$, et l'estimation de leurs incertitudes systématiques.

LO et NLO

Pour les processus $pp \rightarrow Z\gamma$ et $pp \rightarrow W\gamma$, la section efficace à l'ordre dominant LO (pour *Leading Order*) est calculée à partir des diagrammes de Feynman présentés figure 7.10. Cependant, ce ne sont pas seuls diagrammes possibles qui contribuent à ces processus. D'autres diagrammes dits NLO (pour *Next to Leading Order*) existent, où des corrections radiatives virtuelles et réelles sont ajoutées (par exemple voir figure 7.11). Ces contributions peuvent augmenter significativement la section efficace calculée, d'où l'intérêt de calculer des K-facteurs pour prendre en compte ces corrections.

Calculer un diagramme avec une radiation réelle ne suffit pas à décrire correctement la section efficace NLO. Les contributions virtuelles jouent un rôle important. En effet, les corrections virtuelles et réelles présentent chacune des divergences à basse énergie de radiation, qui peuvent fausser individuellement le calcul de la section efficace. En revanche, ces divergences s'annulent exactement lorsque les deux corrections sont prises ensemble. C'est pourquoi, avec un générateur tel que MADGRAPH, il ne suffit pas de calculer des diagrammes avec des contributions réelles pour simuler la réalité.

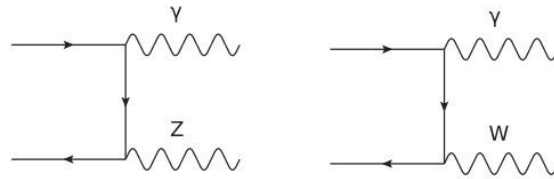


FIGURE 7.10 – Diagrammes de Feynman LO pour les processus $Z\gamma$ et $W\gamma$.

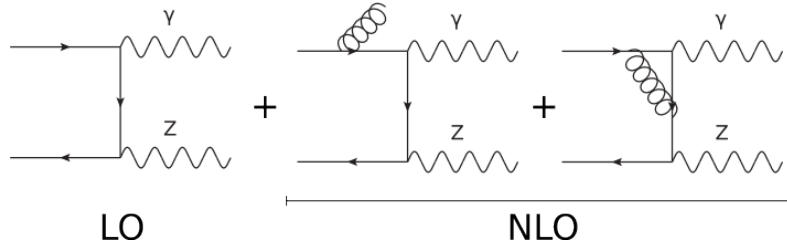


FIGURE 7.11 – Diagrammes de Feynman LO et NLO pour le processus $Z\gamma$.

Comme les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ constituent les bruits de fond dominants dans l'analyse mono-photon, une attention particulière est portée à l'estimation précise et correcte du nombre d'événements attendu. Les événements Monte-Carlo $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ ont été simulés à l'ordre LO par MADGRAPH. Ce sont des simulations inclusives, c'est-à-dire que l'on a simulé explicitement des événements avec 0, 1 et 2 jets supplémentaires (à l'ordre LO toujours). Ensuite, PYTHIA a réalisé la radiation de partons sur ces processus. Cette modélisation complexe des processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ a pour but de simuler leurs contributions réelles à l'ordre NLO et au-delà. Cependant, les véritables sections efficaces NLO peuvent être calculées par des méthodes analytiques, qui incluent les contributions virtuelles à ces processus. Les sections efficaces approximées par MADGRAPH et PYTHIA peuvent alors être corrigées par les véritables sections efficaces NLO à l'aide de K-facteurs.

Contexte et définitions : J'ai utilisé le logiciel de calcul de sections efficaces MCFM (*Monte Carlo for FeMtobarn processes* [19]) pour calculer les sections efficaces NLO des processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. MCFM réalise des prédictions à l'ordre NLO au niveau partonique pour un grand nombre de processus physiques. 100 000 collisions proton-proton sont simulées pour chaque processus à $\sqrt{s} = 8$ TeV. Les états finals calculés contiennent au plus un jet, comme les événements sélectionnés dans notre recherche. Dans cette étude, la version 6.3 de MCFM est utilisée (la plus récente disponible au moment où elle a été réalisée).

Les K-facteurs ont pour objectif de renormaliser les sections efficaces des simulations Monte-Carlo par les véritables sections efficaces NLO. Les K-facteurs sont définis en général par le rapport des sections efficaces NLO σ^{NLO} sur les sections efficaces LO σ^{LO} , ce qui avec le logiciel MCFM donne $K_{MCFM} = \sigma_{MCFM}^{NLO}/\sigma_{MCFM}^{LO}$. Ceci ne peut pas correspondre à une définition adaptée à nos besoins car les sections efficaces LO de MCFM pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ ne contiennent pas de jets additionnels comme c'est le cas dans les simulations Monte-Carlo officielles de la collaboration CMS, réalisées avec les générateurs LO MADGRAPH et PYTHIA. La section efficace LO de MCFM est donc très différente de la section efficace calculée pour les simulations officielles de CMS et que l'on veut corriger. Pour obtenir un K-facteur adapté à nos besoins de propager des corrections NLO sur ces simulations, on définit les K-facteurs de la manière suivante :

$$K_{MC} = \frac{\sigma_{MCFM}^{NLO}}{\sigma_{MC}} \quad (7.8)$$

où σ_{MCFM}^{NLO} est la section efficace NLO de MCFM et σ_{MC} est la section efficace à corriger observée dans les simulations officielles de CMS pour notre état final.

Ces deux sections efficaces sont calculées au plus proche de l'espace des phases exploré dans notre recherche, car le K-facteur doit être adapté à la cinématique de l'état final recherché. Les coupures suivantes sont donc demandées pour le calcul NLO :

- $p_{T,gen}^\gamma > 145$ GeV/c et $|\eta_{gen}^\gamma| < 1.4442$;
- $\cancel{E}_T^{gen} > 140$ GeV pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ uniquement (la raison sera expliquée plus loin) ;
- $p_{T,gen}^{jet} > 30$ GeV/c ;
- pas de recouvrement du jet avec le photon ($\Delta R > 0.5$)
- pas de recouvrement du jet avec le lepton (dans le processus $W\gamma$: $\Delta R > 0.5$).

Les mêmes critères sont demandés pour calculer σ_{MC} (donc en utilisant les informations générateur aussi), avec en plus un critère sur le nombre de jets simulés $N_{jets}^{gen} \leq 1$. La section efficace σ_{MC} est alors obtenue par le produit de l'efficacité de sélection par les critères ci-dessus avec la section efficace calculée pour la simulation officielle (présentée dans la table 7.1⁹). En appliquant ces critères, je mesure les sections efficaces LO dans les simulations Monte-Carlo à :

$$\sigma_{MC}(Z(\nu\bar{\nu})\gamma) = 21.255 \pm 0.057 \text{ fb} \quad (7.9)$$

$$\sigma_{MC}(W\gamma) = 71.271 \pm 0.197 \text{ fb} \quad (7.10)$$

Les incertitudes invoquées ici sont purement statistiques.

Pourquoi ne pas utiliser une coupure sur l'énergie transverse manquante pour le processus $W\gamma$? Au niveau générateur, l'énergie transverse manquante \cancel{E}_T^{gen} engendrée est

9. Rappelons que ces simulations ont été générés avec une coupure à 130 GeV sur l'impulsion transverse du photon et une pseudorapidité $|\eta_{gen}^\gamma| < 5$.

définie par la seule contribution des neutrinos :

$$\vec{E}_T^{gen} = \sum_{\text{neutrinos}} \vec{p}_T^{\nu_{gen}} \quad (7.11)$$

Pour le processus $W\gamma$, l'énergie transverse manquante reconstruite ne provient seulement qu'en partie des neutrinos. Environ un tiers des événements $W\gamma$ ont une énergie transverse manquante reconstruite au delà de 140 GeV à cause de la perte de l'électron. Par conséquent, l'état final obtenu pour le processus $W\gamma$ dans notre recherche contient des événements qui au niveau générateur possédaient bien une énergie manquante transverse supérieure à 140 GeV, mais aussi un nombre significatif d'événements qui peuvent avoir des énergies transverses manquantes petites (voir figure 7.12). Cet effet instrumental est pris en compte en n'imposant aucune coupure sur l'énergie transverse manquante engendrée dans les processus $W\gamma$. Nous cherchons ainsi à reproduire le plus fidèlement possible l'état final obtenu après coupures dans notre recherche. L'énergie transverse manquante est la seule variable où les effets de la reconstruction sont pris en compte, étant donné que pour les autres variables une très bonne correspondance est observée entre objets engendrés et objets reconstruits (voir figures 7.13 et 7.14). Il est donc licite d'appliquer nos K-facteurs reposant sur les informations générateur aux événements reconstruits car seule une partie négligeable d'entre eux ne correspond pas aux états finaux engendrés.

Il a été envisagé de produire des K-facteurs pour des événements ayant au plus deux jets, mais les calculs NNLO (deux corrections radiatives à l'ordre LO) pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ pouvant produire deux jets ne sont pas encore disponibles¹⁰. Ce fait a aussi motivé la coupure à au plus un jet.

A l'ordre NLO et dans la sélection effectuée sur la simulation Monte-Carlo, on obtient donc des événements avec une cinématique proche de celle recherchée pour notre signal, à savoir un photon de grande impulsion transverse et détecté dans le tonneau du ECAL, accompagné d'au plus un jet énergétique. Une énergie transverse manquante engendrée E_T^{gen} supérieure à 140 GeV est demandée seulement pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ pour ainsi atteindre un état final identique à celui attendu dans l'analyse. Avec cette définition du K-facteur et ces critères de sélection, le K-facteur est correctement défini pour apporter des corrections NLO aux simulations Monte-Carlo, au plus près des états finaux obtenus. Les états cinématiques sélectionnés au numérateur et au dénominateur de l'équation 7.8 sont identiques entre eux (avec au plus un jet) et identiques aux états finaux reconstruits dans notre recherche pour la très grande majorité des événements $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$.

Sections efficaces NLO et incertitudes systématiques : Le calcul des sections efficaces NLO par MCFM est soumis à plusieurs hypothèses, qui amènent des incertitudes systématiques. Pour prendre en compte les incertitudes systématiques liées au choix de la PDF et au choix de la valeur pour la constante de couplage fort¹¹ $\alpha_s(m_Z)$ (figure 7.15), je suis strictement les recommandations du groupe de travail PDF4LHC [21].

Pour chaque choix de PDF possible, une valeur de α_s est recommandée et des incertitudes systématiques σ_{PDF} dépendant des paramètres de la PDF sont à calculer. Puis, suivant la PDF choisie, différentes méthodes sont recommandées pour combiner l'incertitude

10. Il est possible avec MCFM de calculer des sections efficaces LO et NLO pour les processus $Z\gamma$ +jet et $W\gamma$ +jet, mais la définition proposée pour le K-facteur avec σ_{MC} reste la définition la plus proche des simulations à corriger et la plus précise.

11. La constante de couplage fort, associée à l'interaction forte et intervenant dans l'intensité des corrections NLO, est une quantité qui dépend de l'énergie. Elle est en général mesurée à l'échelle d'énergie de la masse du boson Z , et les équations du groupe de renormalisation permettent de l'évaluer à d'autres échelles d'énergie.

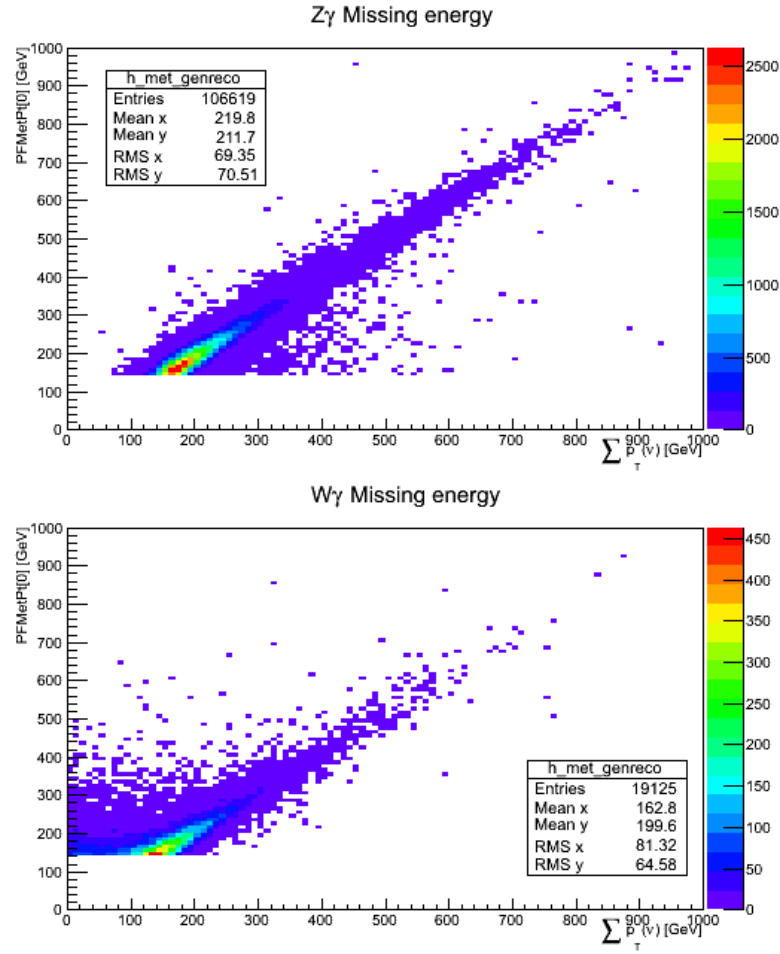


FIGURE 7.12 – Distributions bidimensionnelles de l'énergie transverse manquante engendrée (en abscisse) et reconstruite (en ordonnée) dans les événements $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ (haut) et $W\gamma$ (bas) simulés par MADGRAPH. Si les deux sont bien corrélées au défaut de la reconstruction près pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$, ceci n'est pas vrai pour le processus $W\gamma$ qui contient un nombre important d'événements avec une énergie transverse manquante engendrée faible malgré la coupure $\cancel{E}_T^{reco} > 140$ GeV.

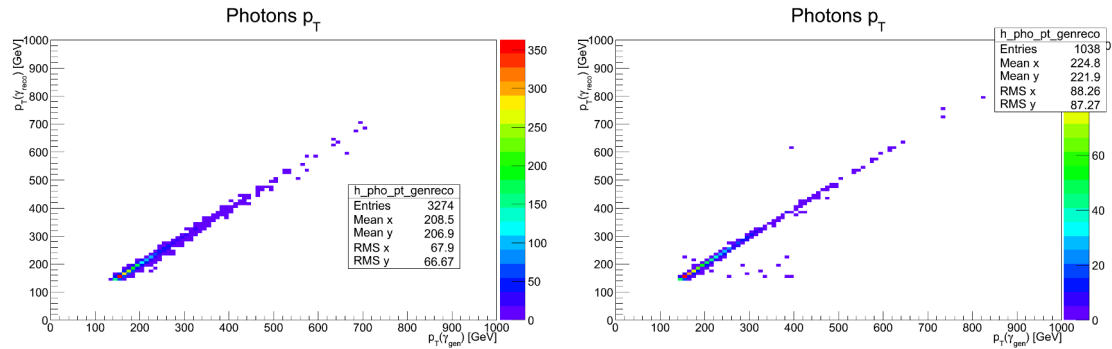


FIGURE 7.13 – Distributions bidimensionnelles de l'impulsion transverse engendrée et reconstruite pour le photon dans les événements $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ (gauche) et $W\gamma$ (droite) simulés par MADGRAPH. Une très bonne corrélation est observée pour les deux processus.

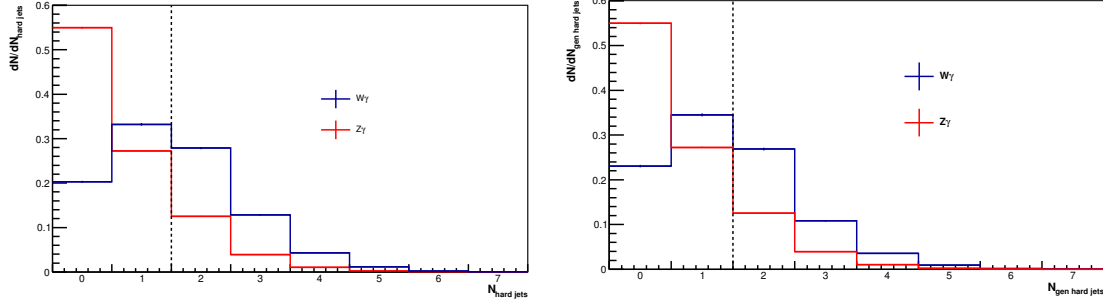


FIGURE 7.14 – Distributions du nombre de jets hadroniques reconstruits (gauche) et engendrés (droite) pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. Une très bonne correspondance est observée entre les jets reconstruits et les jets engendrés.

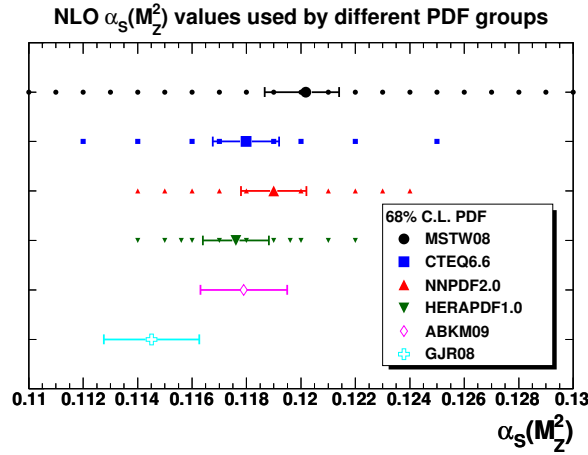


FIGURE 7.15 – Valeurs de α_s évaluées à l'échelle de masse du boson Z par différents groupes [20]

σ_{PDF} aux incertitudes dues à l'erreur de mesure sur α_s . Ces techniques sont détaillées dans la référence [21]. Pour chaque PDF, on obtient alors une incertitude combinée $\sigma_{PDF+\alpha_s}$ à 68% de niveau de confiance.

Puis, la référence [21] recommande d'utiliser une technique d'enveloppe pour calculer de façon conservatrice l'incertitude systématique combinée $\sigma_{PDF+\alpha_s}$ venant du choix possible de trois PDFs (CT10 [22], MSTW2008 [23] et NNPDF21 [24]), chacune ayant sa valeur de α_s préférée. La valeur centrale combinée de toutes ces valeurs est la médiane entre la plus haute et la plus basse valeur permise à 68% de niveau de confiance. Par exemple, notons $X_0^{(i)}$ les valeurs centrales données pour la section efficace, évaluées par MCFM pour les PDFs $i = \text{CT10, MSTW, NNPDF}$, et $\sigma_{PDF+\alpha_s}^{\pm(i)}$ leurs incertitudes. Alors les valeurs supérieure U , inférieure L et centrale M de l'enveloppe sont données par :

$$U = \max_i \left\{ X_0^{(i)} + \sigma_{PDF+\alpha_s}^{+(i)} \right\} \quad (7.12)$$

$$L = \min_i \left\{ X_0^{(i)} - \sigma_{PDF+\alpha_s}^{-(i)} \right\} \quad (7.13)$$

$$M = \frac{U + L}{2}, \quad (7.14)$$

L'incertitude associée à M est donc $\sigma_M = (U - L)/2$.

De plus, MCFM propose quatre méthodes différentes pour définir dynamiquement l'échelle μ à laquelle évaluer α_s pour les deux processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$:

- $\mu = \sqrt{M_Z^2 + p_T^2}$, dénommée `sqrt(M2+pt52)` ;
- $\mu = (p^\nu + p^{\bar{\nu}} + p^\gamma)^2$, dénommée `m(345)` ;
- $\mu = p_T^\gamma$, dénommée `pt(photon)` ;
- $\mu = p_T^\nu + p_T^{\bar{\nu}} + p_T^\gamma$, dénommée `HT`.

Après discussion avec les auteurs de MCFM, les quatre méthodes peuvent être utilisées pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. Ce choix arbitraire entre les quatre méthodes se traduit par une valeur centrale et une incertitude systématique calculée aussi par la technique d'enveloppe combinant les quatre valeurs centrales possibles.

Enfin, des incertitudes systématiques venant des échelles de renormalisation μ_R et de factorisation μ_F sont calculées de la manière suivante. La valeur centrale de la section efficace NLO est calculée aux échelles $\mu = \mu_F = \mu_R$. Puis les échelles de factorisation et de renormalisation sont fixées à $\{\mu_F, \mu_R\} = \{\mu/2, 2\mu\}$ et $\{\mu_F, \mu_R\} = \{2\mu, \mu/2\}$. Les variations observées de la section efficace NLO sont ajoutées aux incertitudes $\sigma_{PDF+\alpha_s}$ en utilisant la technique d'enveloppe recommandée.

Méthode	K-facteur	Stat	PDF+ α_S	échelles+PDF+ α_S
$Z\gamma$				
HT	1.376	0.002	0.062	0.085
sqrt(M ² +pt ₅ ²)	1.453	0.002	0.065	0.091
m(345)	1.395	0.002	0.062	0.089
pt(photon)	1.464	0.002	0.065	0.093
Combinaison	1.424	0.001	—	0.133
$W\gamma$				
HT	1.426	0.002	0.057	0.084
sqrt(M ² +pt ₅ ²)	1.669	0.003	0.063	0.108
m(345)	1.560	0.003	0.063	0.099
pt(photon)	1.703	0.003	0.068	0.114
Combinaison	1.579	0.001	—	0.237

TABLE 7.4 – K-facteurs et leurs incertitudes systématiques pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ (haut) et $W\gamma$ (bas).

Les K-facteurs intermédiaires calculés pour chacune des quatre méthodes proposées par MCFM sont présentés dans la table 7.4. Pour chaque méthode les incertitudes liées aux trois PDFs et aux échelles d'énergie μ_R et μ_F sont combinées comme recommandé par la référence [21]. En combinant ces quatre résultats, on obtient les K-facteurs globaux :

$$K_{MC}(Z(\nu\bar{\nu})\gamma) = 1.424 \pm 0.001(stat) \pm 0.133(syst) \quad (7.15)$$

$$K_{MC}(W\gamma) = 1.579 \pm 0.001(stat) \pm 0.237(syst). \quad (7.16)$$

K-facteurs en fonction de $p_{T_{gen}}^\gamma$: MCFM fournit les spectres en impulsion transverse du photon engendré lors du calcul NLO. Il est donc possible de calculer des K-facteurs pour des intervalles en $p_{T_{gen}}^\gamma$. La même méthodologie que précédemment est utilisée pour calculer les incertitudes systématiques du spectre NLO pour chaque choix de PDF, échelle et méthode dynamique du calcul d'échelle, mais est appliquée aux intervalles en $p_{T_{gen}}^\gamma$. Les spectres ainsi combinés par la technique d'enveloppe sont ensuite divisés par intervalle de

$p_{T_{gen}}^\gamma$ issue de la simulation Monte-Carlo. Les résultats sont présentés dans la figure 7.16 et la table 7.5.

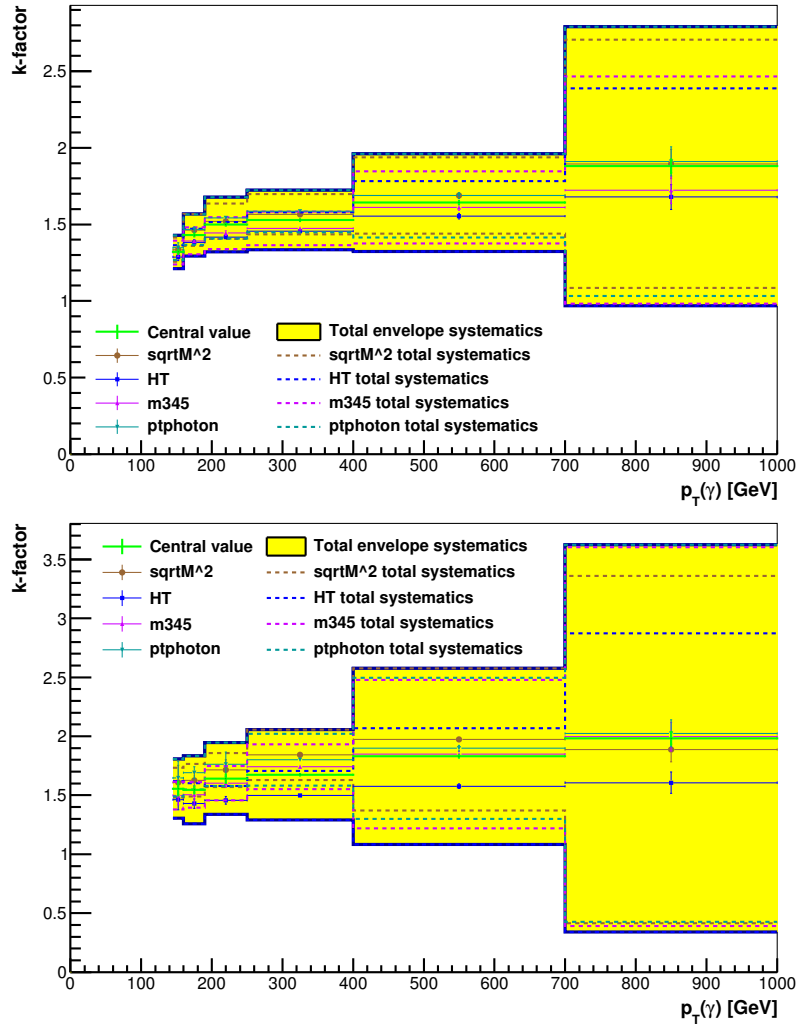


FIGURE 7.16 – Évolution des K-facteurs en fonction de $p_{T_{gen}}^\gamma$ pour les processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ (haut) et $W\gamma$ (bas) accompagnée des incertitudes systématiques. Les incertitudes sont plus élevées pour le processus $W\gamma$ que pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$.

Intervalle en $p_{T_{gen}}^\gamma$ [GeV/c]	$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$			$W\gamma$		
	$K_{MC}(Z(\nu\bar{\nu})\gamma)$	Stat	Syst PDF+ α_s	$K_{MC}(W\gamma)$	Stat	Syst PDF+ α_s
145-160	1.320	0.013	0.108	1.527	0.059	0.251
160-190	1.430	0.008	0.137	1.546	0.031	0.289
190-250	1.499	0.007	0.178	1.642	0.036	0.305
250-400	1.528	0.006	0.194	1.675	0.006	0.383
400-700	1.642	0.010	0.319	1.830	0.011	0.746
700-1000	1.880	0.045	0.911	1.982	0.057	1.643

TABLE 7.5 – K-facteurs globaux par intervalle de $p_{T_{gen}}^\gamma$ et leurs incertitudes systématiques.

L'incertitude systématique totale est d'environ 15% pour $W\gamma$ et de 10% pour $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$. Plus en détail, les incertitudes liées aux échelles de factorisation et de renormalisation

sont de 2% et les incertitudes $\sigma_{PDF+\alpha_s}$ de 4% pour les deux processus et pour les quatre méthodes. La contribution principale à l'incertitude systématique globale vient de la combinaison des quatre méthodes pour le calcul de μ dans MCFM, et de là vient aussi la différence entre les deux processus. Comme on peut le voir sur la figure 7.16, la dispersion des valeurs centrales pour les quatre méthodes est plus grande pour le processus $W\gamma$ que pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$.

Ces K-facteurs ont été estimés avec des événements $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$ qui ont la même topologie que ceux sélectionnés dans notre recherche. A l'issue des critères de sélection appliqués dans notre recherche, les K-facteurs évalués en fonction de p_T^γ sont appliqués aux distributions en impulsion transverse du photon reconstruite¹², tandis que les K-facteurs globaux sont utilisés pour les autres distributions. Comme les K-facteurs par intervalle p_T^γ sont plus précis que les K-facteurs globaux, les estimations finales des nombres d'événements seront obtenues en intégrant les distributions en p_T^γ pour les différents processus.

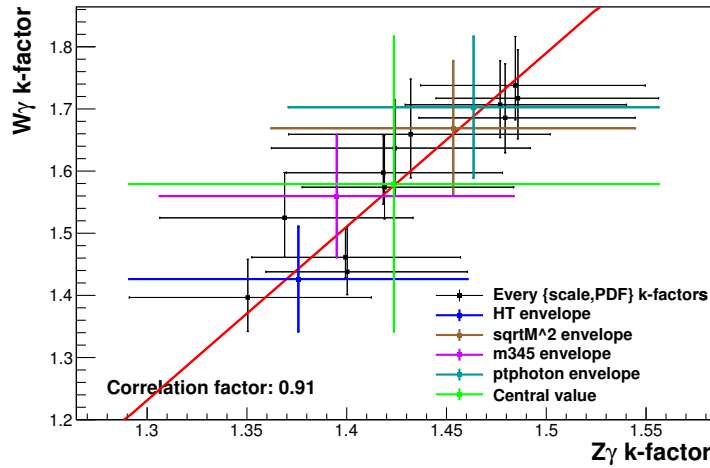


FIGURE 7.17 – Distribution bidimensionnelle des K-facteurs de processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. Chaque point noir représente le K-facteur obtenu pour un choix donné de PDF et de méthode, et la ligne rouge est ajustée à ces points avec le coefficient de corrélation indiqué.

Corrélations : Une analyse plus approfondie des K-facteurs montre que ceux-ci sont fortement corrélés, entre intervalles en p_T^γ , et entre processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$.

Pour chaque processus, on observe une corrélation de quasiment 100% entre intervalles en p_T^γ voisins. Ceci est explicite dans la figure 7.18, où les corrélations des K-facteurs pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ entre trois intervalles sont représentées. La matrice de corrélation entre intervalles ij (numérotés par ordre croissant d'impulsion) pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ est estimée comme suit :

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0.974 & 0.959 & 0.961 & 0.932 & 0.736 \\ 0.974 & 1 & 0.995 & 0.992 & 0.973 & 0.771 \\ 0.959 & 0.995 & 1 & 0.997 & 0.985 & 0.813 \\ 0.961 & 0.992 & 0.997 & 1 & 0.992 & 0.835 \\ 0.932 & 0.973 & 0.985 & 0.992 & 1 & 0.884 \\ 0.736 & 0.771 & 0.813 & 0.835 & 0.884 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

12. Il y a une bonne corrélation entre les impulsions transverses des photons reconstruits et engendrés ce qui nous permet d'appliquer nos K-facteurs aux distributions reconstruites (voir figure 7.13).

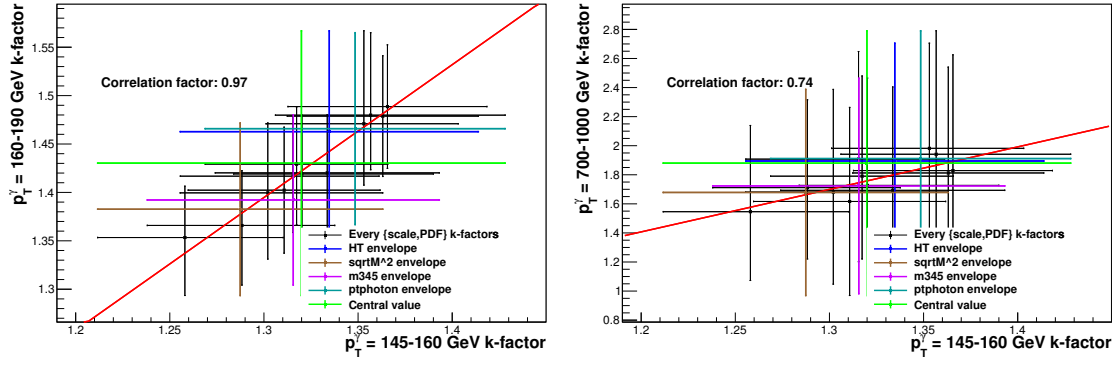


FIGURE 7.18 – Exemples de corrélation entre les K-facteurs venant de différents intervalles en p_T pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$. Chaque point noir représente le K-facteur obtenu pour un choix donné de PDF et de méthode, et la ligne rouge est ajustée à ces points avec le coefficient de corrélation indiqué. Les deux cas extrêmes de choix d'intervalle sont présentés (les deux plus bas, et le plus bas avec le plus haut). Les points colorés indiquent la position des K-facteurs combinés pour chaque méthode, et totaux en vert.

La corrélation est moins forte avec les intervalles de grande impulsion, car ils contiennent moins d'événements et sont plus sujets aux fluctuations statistiques. Par conséquent, on garde une approche conservatrice et on va considérer que tous les intervalles sont 100% corrélés. Le calcul des incertitudes par intégration des distributions de p_T^γ est en conséquence modifié, car les incertitudes doivent alors être sommées linéairement et non plus quadratiquement. Les incertitudes systématiques sont alors estimées à 11% pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et à 19.5% pour le processus $W\gamma$. Ces valeurs sont plus élevées que celles estimées en utilisant des facteurs globaux à cause de la corrélation entre intervalles en p_T^γ . Cependant, la correction des spectres par intervalle en p_T^γ est préférable car nous allons utiliser la forme des spectre pour contraindre nos modèles.

Une forte corrélation existe aussi entre les deux processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $W\gamma$. Ceci apparaît dans la figure 7.17 où les différents K-facteurs obtenus pour les deux processus et les mêmes choix de PDF et méthode sont représentés. Là encore, on considère que la corrélation est de 100% pour l'estimation finale de nos incertitudes et le calcul des limites.

Processus	Nombre d'événements
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	$365.7 \pm 2.2 \pm 39.5$
$W\gamma$	$107.6 \pm 2.3 \pm 21.0$
γ +jets	17.75 ± 2.7
$W \rightarrow \mu\nu$	5.2 ± 0.4
$Z(l\bar{l})\gamma$	3.9 ± 0.1
$\gamma\gamma$	3.8 ± 1.7
Total	504.0 ± 60.6

TABLE 7.6 – Estimations des nombres d'événements pour les processus du modèle standard simulés par la méthode Monte-Carlo (facteur d'échelle ρ présenté section 7.3.1.4 non inclus), pour une luminosité intégrée de 19.6fb^{-1} après application des K-facteurs et de l'ensemble des critères de sélection pour la recherche d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$.

Les nouvelles estimations des nombres d'événements attendus de la part des bruits de fond simulés par Monte-Carlo après application des K-facteurs sont présentées table 7.6. Près de 160 événements supplémentaires sont attendus suite à ces corrections. Les incerti-

tudes systématiques liées aux K-facteurs sont dominantes, et le resteront par la suite après la prise en compte de l'ensemble des incertitudes.

7.2.1.3 K-facteur pour le processus γ +jets

Le bruit de fond γ +jets peut donner lieu à un événement $\gamma + \cancel{E}_T$ de deux façons :

1. le jet est mal reconstruit, donnant lieu à de la fausse énergie manquante mais le photon est bien détecté, ou
2. le photon échappe au détecteur donnant lieu là encore à de la fausse énergie manquante et le jet est identifié à tort comme un photon.

Le deuxième cas est traité par une étude sur les données (section 7.2.2.2). L'estimation de la contribution du premier cas est réalisée par une simulation Monte-Carlo. Pour éviter le double comptage, ne sont gardés dans la simulation que les événements où le photon candidat vient du processus dur. Un K-facteur de 1.3 multiplie cette estimation pour tenir compte de l'augmentation de la section efficace par les processus NLO [25]. Cette valeur a été estimée par la collaboration CMS dans le cadre d'une recherche liée au boson de Higgs, avec le programme de calcul de sections efficaces NLO JETPHOX [26]. La nouvelle estimation pour le bruit de fond γ +jets est présentée dans la table 7.6.

7.2.2 Bruits de fond estimés à partir des données

7.2.2.1 Électrons identifiés comme des photons ($e \rightarrow \gamma$)

Les événements avec une grande énergie transverse manquante et un électron identifié à tort comme un photon sont une source importante de contamination de notre recherche d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$. Ceci advient lorsque la trace de l'électron dans le trajectographe à pixels n'a pas été reconstruite. Cette contamination de nos événements vient principalement du processus $W \rightarrow e\nu$ où le boson W est hors de sa couche de masse. L'estimation de la contribution de ce bruit de fond ne sera pas réalisée par une simulation Monte-Carlo mais établie directement sur les données.

On estime la contribution des électrons pris pour des photons à partir des données en utilisant la méthode de *tag and probe*. Cette méthode développée au Tevatron par les expériences CDF et D0 permet de mesurer des efficacités de sélection, de reconstruction, d'identification, ou d'isolation directement à partir des données. La technique consiste à former une liste pure d'objets bien définis (*tag*) émis en présence d'objets à tester (*probe*). L'utilisation d'événements $Z \rightarrow ee$ se prête particulièrement bien à l'utilisation de la méthode *tag and probe* : un des deux électrons très bien identifié et isolé sert d'objet *tag* et une liste d'objets tests est construite pour le deuxième électron.

Cette méthode utilise le fait que les superclusters des électrons et des photons sont identifiés de la même façon et que seule l'information du trajectographe permet de les distinguer. L'utilisation d'électrons produits par la désintégration du boson Z est donc possible pour estimer l'efficacité de sélection des photons. Un échantillon de données avec deux superclusters satisfaisant les critères d'identification du photon (section 7.1.3.1) est construit. Une impulsion transverse minimum de seulement 40 GeV/c est demandée¹³ pour les deux superclusters. L'échantillon de *tag and probe* est raffiné en demandant que la masse invariante des deux superclusters soit comprise entre 60 et 120 GeV/c². On sélectionne ainsi un échantillon dominé par la désintégration $Z \rightarrow ee$. Le supercluster de plus basse

13. La coupure $p_T > 145$ GeV/c est trop restrictive et réduit considérablement l'échantillon disponible pour estimer le taux de faux photons.

impulsion doit avoir une trace dans le trajectographe à pixel afin d'être sûr qu'il s'agit d'un électron. C'est l'électron dit *tag*. Le second supercluster est l'électron *probe*, mais on ne lui impose pas d'avoir un germe de trace dans le trajectographe à pixels. Une impulsion transverse minimum de 100 GeV/c lui est imposée, pour établir un taux de faux photons de grande énergie. On sépare alors les événements en deux catégories : la catégorie que j'appellerai *ee* où le second supercluster possède une détection dans le trajectographe à pixels et est donc identifié comme un électron, la catégorie *eγ* où le supercluster passe le veto Pixel Seed et est donc identifié comme un photon. Posons ϵ_T (ϵ_L) l'efficacité de sélection du premier (second) supercluster en tant qu'électron. Soit N_{ee} le nombre d'événements dans l'échantillon où les deux superclusters sont identifiés comme des électrons avec le veto Pixel Seed inversé. Soit $N_{e\gamma}$ le nombre d'événements où l'électron *probe* passe le veto Pixel Seed et est donc identifié potentiellement à tort comme un photon. On a alors :

$$N_{ee} = \epsilon_T \epsilon_L N_Z \quad (7.18)$$

$$N_{e\gamma} = \epsilon_T (1 - \epsilon_L) N_Z \quad (7.19)$$

avec N_Z le nombre d'événements $Z \rightarrow ee$ total. Le taux de faux photons dû aux électrons mal identifiés f_e est alors défini par :

$$f_e = 1 - \epsilon_L = \frac{N_{e\gamma}}{N_{ee} + N_{e\gamma}} \quad (7.20)$$

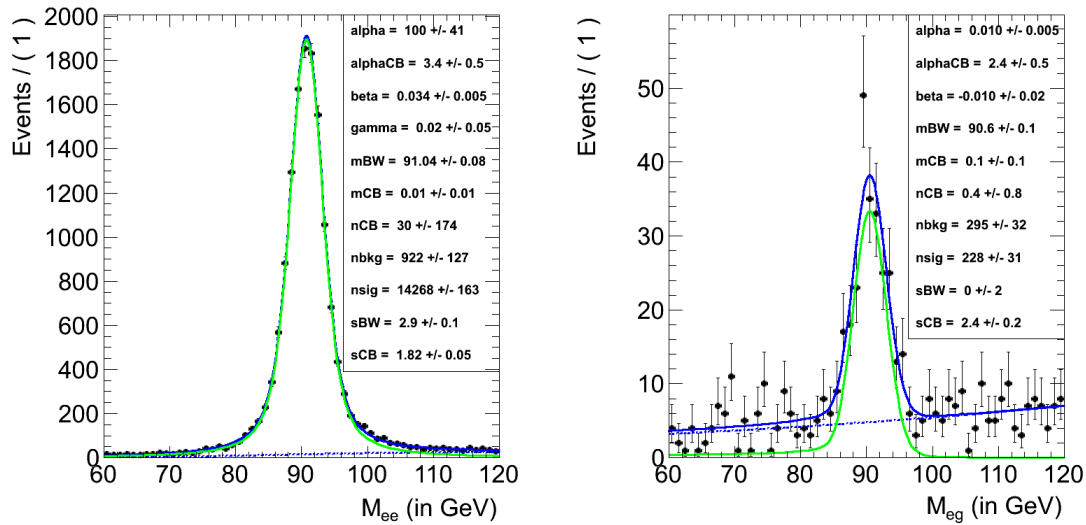


FIGURE 7.19 – Distributions de M_{ee} et $M_{e\gamma}$ dans les deux catégories de l'échantillon *tag and probe* et les ajustements réalisés avec le modèle de signal (vert), le modèle de bruits de fond (tirets bleu) et la somme des deux (ligne bleue continue).

Comme l'échantillon *tag and probe* n'est pas un échantillon de pure désintégration $Z \rightarrow ee$ mais contient des bruits de fond venant d'autres processus du modèle standard, on utilise une méthode de soustraction du bruit de fond au lieu de simplement compter les nombres d'événements N_{ee} et $N_{e\gamma}$ dans l'échantillon. Pour les deux catégories, les distributions de masse invariante (M_{ee} ou $M_{e\gamma}$) des deux superclusters sont ajustées par un modèle de signal complété par un modèle de bruit de fond. Pour le signal, une fonction

de Breit-Wigner convoluée à la fonction de résolution dite de Crystal-Ball¹⁴ est utilisée pour modéliser le pic de désintégration du boson Z observé dans les données. Pour le bruit de fond, la fonction RooCMSShape¹⁵ conçue par la collaboration CMS pour mesurer le bruit de fond dans les processus $Z \rightarrow ll$ est utilisée. La somme de ces deux modèles est ajustée aux distributions M_{ee} et $M_{e\gamma}$ de nos deux catégories et N_{ee} et $N_{e\gamma}$ sont donnés par les intégrales des fonctions de signal ajustées entre 60 et 120 GeV/ c^2 .

Les données 2012 sont utilisées pour estimer le taux de faux photons. Les distributions de M_{ee} et $M_{e\gamma}$ obtenues sont présentées figure 7.19 avec les modèles ajustés. On mesure :

$$f_e = \frac{N_{e\gamma}}{N_{ee} + N_{e\gamma}} = \frac{228}{228 + 14268} = (1.57 \pm 0.10)\%. \quad (7.21)$$

Vérification avec les simulations Monte-Carlo : Pour valider la procédure décrite ci-dessus, la même méthode d'ajustement décrite pour les données est réalisée sur des histogrammes obtenus à partir des simulations Monte-Carlo (figure 7.20). On utilise des simulations des processus Drell-Yan en e^+e^- pour le signal, Drell-Yan en $\tau\tau$ et γ +jets pour les bruits de fond. Ceci permet de vérifier si le taux f_e estimé par la méthode d'ajustement est en accord avec le taux directement estimé en comparant le nombre d'électrons reconstitués comme des photons au nombre d'électrons engendrés dans la simulation (avec les informations données par le générateur Monte-Carlo). Les taux f_e obtenus sont présentés dans la table 7.7. Les deux nombres sont plus faibles que le taux observé dans les données, car les simulations ne modélisent pas toutes les imperfections des détecteurs et de la prise de données. En revanche, ils sont tous les deux compatibles par leurs incertitudes, ce qui valide la procédure d'ajustement.

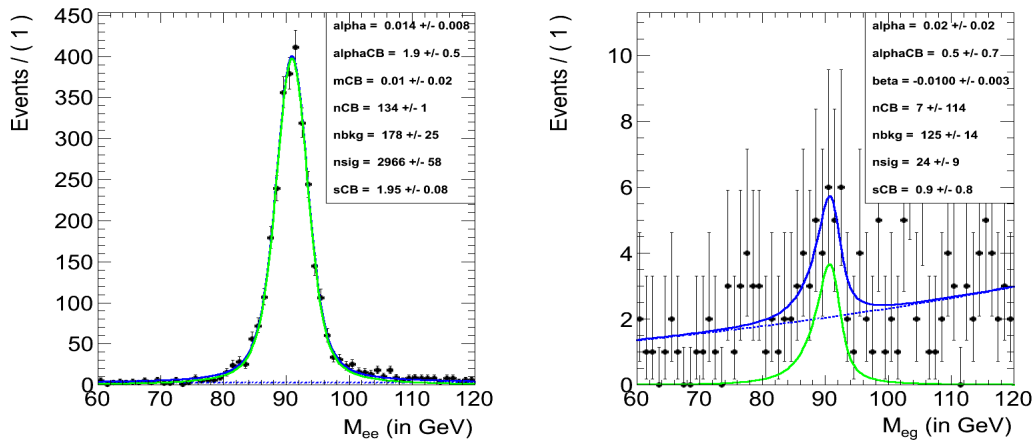


FIGURE 7.20 – Distributions estimées à partir des simulation Monte-Carlo de M_{ee} et $M_{e\gamma}$ dans les deux catégories de l'échantillon *tag and probe* et les ajustements réalisés avec le modèle de signal (vert), le modèle de bruits de fond (tirets bleu) et la somme des deux (ligne bleue continue).

Le taux f_e est estimé avec une coupure $p_T > 100$ GeV/ c pour augmenter la statistique de l'échantillon *tag and probe*. Pour vérifier que le taux obtenu est valable à de plus

14. La fonction de Crystal-Ball est nommée d'après la collaboration Crystal-Ball. C'est une densité de probabilité communément utilisée pour modéliser la résolution finie du détecteur, par exemple le ECAL ici (voir [27] par exemple). Elle consiste en une densité de probabilité gaussienne agrémentée d'une loi de puissance sous un certain seuil.

15. La fonction RooCMSShape est une densité de probabilité exponentielle convoluée à une fonction d'erreur [28, 27].

f_e par ajustement	f_e par info générateur
$0.80 \pm 0.16\%$	$0.90 \pm 0.08\%$

TABLE 7.7 – Résultats du test de vérification de la procédure d'ajustement avec les simulations Monte-Carlo.

grandes impulsions transverses, les simulations Monte-Carlo sont aussi utilisées pour estimer la variation du taux de faux photons avec leur impulsion (figure 7.21), en utilisant les informations provenant des générateurs d'événements à la source des simulations Monte-Carlo. Celles-ci permettent de savoir si par exemple l'électron engendré dans la simulation a bien été reconstruit et identifié comme un électron. Les électrons pour lesquels ce n'est pas le cas permettent d'estimer le taux de faux photons. On observe que le taux de faux photons f_e est constant aux incertitudes près à partir d'une coupure à 100 GeV/c. Le taux f_e estimé sur les données avec cette coupure est donc valable pour des photons de plus haute énergie.

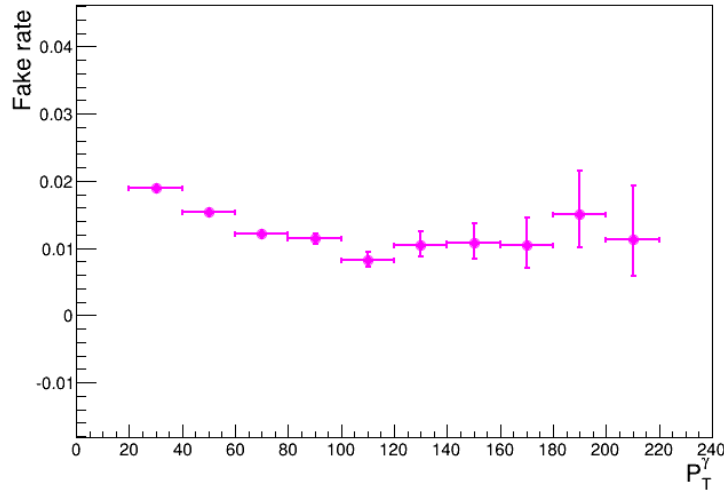


FIGURE 7.21 – Taux f_e en fonction de la coupure sur l'impulsion transverse p_T (évalué sur simulation Monte-Carlo).

Incertitudes systématiques : Pour estimer les incertitudes systématiques sur la mesure de f_e , on estime de nouveau le taux de faux photons en modifiant la procédure :

- le modèle pour le bruit de fond est remplacé par une fonction $1/(1 + e^{-x})$ aussi utilisée dans la collaboration CMS, provoquant une variation de f_e de 5% ;
- la différence observée dans le tableau 7.7 entre l'information générateur et l'estimation de la procédure d'ajustement de 10% est assignée en tant qu'incertitude systématique.

Le taux de faux photons final utilisé dans l'analyse est de $f_e = (1.57 \pm 0.10(stat) \pm 0.17(syst))\%$ (environ 13% d'incertitudes au total sur f_e).

Estimation de la contamination par les électrons dans notre recherche d'état final $\gamma + \cancel{E}_T$: On réalise un échantillon d'événements passant toutes les coupures de sélection de notre recherche, à l'exception du veto Pixel Seed qui est inversé pour aboutir

à un échantillon dominé en événements $W \rightarrow e\nu$. Ceci donne une estimation du nombre d'électrons N_e obéissant à la totalité des critères de sélection de notre état final $\gamma + \cancel{E}_T$ (sauf le veto Pixel Seed). Le nombre $N_{e \rightarrow \gamma}$ d'événements pouvant contaminer notre échantillon final $\gamma + \cancel{E}_T$ est alors évalué par :

$$N_{e \rightarrow \gamma} = N_e \times \frac{f_e}{(1 - f_e)} \quad (7.22)$$

Le nombre total d'événements $W \rightarrow e\nu$ identifiés dans nos données et passant tous nos critères de sélection à part le veto Pixel Seed est de $N_e = 3730$, ce qui nous permet d'aboutir à une estimation finale de 59.5 ± 7.7 événements contenant des électrons faussement identifiés comme des photons dans notre état final $\gamma + \cancel{E}_T$.

7.2.2.2 Jets identifiés comme des photons (jet $\rightarrow \gamma$)

Toute analyse contenant un ou plusieurs photons dans l'état final est susceptible d'être contaminée par des faux photons venant d'événements multi-jets. Plus particulièrement, ces faux photons interviennent lorsque qu'un jet de grande énergie contient un hadron neutre isolé tel qu'une particule π^0 ou η , qui se désintègre en deux photons si collimés qu'ils apparaissent comme une seule gerbe électromagnétique dans le calorimètre électromagnétique.

Le taux de faux photons issus des jets et passant les critères de sélection du photon est faible. Mais à cause de la section efficace importante de ces processus, la contamination de notre état final par les faux photons peut être substantielle. Une estimation du taux de faux photons passant les critères de sélection est difficile à réaliser en utilisant des simulations Monte-Carlo, à cause des grandes incertitudes sur la section efficace des processus multi-jets, de la fragmentation des jets et du nombre gigantesque d'événements à simuler pour aboutir à un nombre statistiquement significatif de faux photons.

Pour obtenir une estimation réaliste du taux de faux photons dans des événements multi-jets, on utilise les propriétés de la forme de la gerbe des photons dans le ECAL mesurées dans les données. Un échantillon de contrôle avec une énergie transverse manquante $\cancel{E}_T < 30$ GeV est créé, loin de la région de signal étudiée ($\cancel{E}_T > 140$ GeV). Cet échantillon est dominé par des événements multi-jets. On commence par sélectionner des événements passant la plupart des critères de sélection du photon dans notre analyse :

- supercluster d'impulsion transverse $p_T^\gamma > 145$ GeV/c et situé dans le tonneau du ECAL $|\eta^\gamma| < 1.4442$;
- critère d'isolation "photon" $I_P^{PF} < 0.7$ GeV + $0.005 \times p_T^\gamma$;
- critère d'isolation "neutre" $I_N^{PF} < 1.0$ GeV + $0.04 \times p_T^\gamma$;
- critère d'isolation "chargé" $I_C^{PF} < 1.5$ GeV ;
- critère d'isolation "chargé" maximum obtenu en changeant la position du vertex $I_W^{PF} < 1.5$ GeV ;
- rapport des énergies hadronique et électromagnétique $H/E < 0.05$;
- largeur de la gerbe électromagnétique $\sigma_{in\eta} < 0.011$;
- veto Pixel Seed ;
- rejet des événements de halo $E_{MIP} < 6.3$ GeV.

Ces critères d'isolation sont corrigés des effets d'empilement avec l'introduction d'une aire effective de la même manière que section 7.1.3.1. Les événements doivent aussi passer les coupures préliminaires définies section 7.1.1.2. La coupure MIP (décrite section 7.2.3) est employée de façon à éviter que l'échantillon soit contaminé par des événements de halo. Cette définition de l'échantillon nous permet d'être certain que les objets sélectionnés vont peupler notre état final car ils passent les mêmes critères de sélection. On demande

cependant en plus que le photon candidat reconstruit et l'objet ayant déclenché le trigger HLT soit les mêmes à $\Delta R < 0.2$ près. Ces critères garantissent que le photon est isolé de toute activité hadronique. Cependant, un certain nombre de ces candidats sont en réalité des jets. On a donc obtenu un échantillon contenant de véritables photons et des faux photons.

Une partie importante des candidats sélectionnés sont de véritables photons. Pour estimer la contribution des faux photons, en particulier ceux venant de la désintégrations de π^0 , des distributions modèles sont réalisées pour la distribution de la largeur de gerbe $\sigma_{\eta\eta}$. En effet, la coupure à 0.011 sur la largeur de la gerbe électromagnétique sert justement à rejeter les événements où deux photons venant de la désintégration d'un hadron se superposeraient (mais le rejet n'est pas totale avec $\sigma_{\eta\eta} < 0.011$). La contamination par ce bruit de fond est estimée en retirant tout d'abord cette coupure. La distribution obtenue dans nos données pour $\sigma_{\eta\eta}$ est représentée par les points noirs dans la figure 7.22. On va chercher à distinguer dans cet échantillon les proportions de véritables photons et de faux photons.

A partir de cet échantillon enrichi en faux photons par le retrait de la coupure en $\sigma_{\eta\eta}$, on réalise une distribution d'événements a priori purement multi-jets en utilisant les mêmes critères de sélection mais en demandant que la variable du critère d'isolation "chargé" I_C^{PF} soit comprise entre 1.5 et 6.0 GeV. On obtient alors la distribution verte de la figure 7.22 pour des superclusters peu isolés de hadrons chargés, mais semblables à nos photons candidats par les autres critères de sélection qui sont maintenus. La contribution des vrais photons à la distribution de $\sigma_{\eta\eta}$ est modélisée par une distribution issue de la simulation Monte-Carlo γ +jets (distribution rouge).

Les deux modèles de distributions en $\sigma_{\eta\eta}$ sont bien distincts et vont pouvoir être comparés à la distribution issue de notre échantillon de données. La somme de ces deux modèles est ajustée à la distribution obtenue dans nos données enrichies en faux photons. En rétablissant la coupure $\sigma_{\eta\eta} < 0.011$, le nombre de faux photons venant du modèle de distribution multi-jets et contaminant l'échantillon de contrôle réalisé est alors connu, pour différents intervalles en p_T^γ .

Pour transférer les résultats de cette étude à notre échantillon d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$, on calcule un taux de faux photons f_j issus des jets de la manière suivante. Le nombre de faux photons précédemment obtenu est divisé par le nombre d'événements contenus dans un échantillon de jets à forte composante électromagnétique, et ceci pour chaque intervalle de p_T^γ . Toujours en imposant la coupure $\cancel{E}_T < 30$ GeV, on sélectionne ces jets en utilisant des critères d'identification très lâches pour un photon :

- supercluster d'impulsion transverse $p_T^\gamma > 145$ GeV/c situé dans le tonneau du ECAL $|\eta^\gamma| < 1.4442$;
- critère d'isolation "photon" $I_P^{PF} < \min [5.0 \times (1.3 \text{ GeV} + 0.005 \times p_T^\gamma), 0.2 \times p_T^\gamma]$;
- critère d'isolation "neutre" $I_N^{PF} < \min [5.0 \times (3.5 \text{ GeV} + 0.04 \times p_T^\gamma), 0.2 \times p_T^\gamma]$;
- critère d'isolation "chargé" $I_C^{PF} < \min [5.0 \times (2.6 \text{ GeV}), 0.2 \times p_T^\gamma]$;
- rapport des énergies hadronique et électromagnétique $H/E < 0.05$;
- largeur de la gerbe électromagnétique $\sigma_{\eta\eta} < 0.013$;
- veto Pixel Seed ;
- rejet des événements de halo $E_{MIP} < 6.3$ GeV.

Cependant le jet ne doit pas passer les critères d'isolation du photon de l'analyse et donc satisfaire à au moins une de ces conditions inversées :

- critère d'isolation "photon" inversé $I_P^{PF} > 1.3 \text{ GeV} + 0.005 \times p_T^\gamma$;
- critère d'isolation "neutre" inversé $I_N^{PF} > 3.5 \text{ GeV} + 0.04 \times p_T^\gamma$;
- critère d'isolation "chargé" inversé $I_C^{PF} > 2.6 \text{ GeV}$.

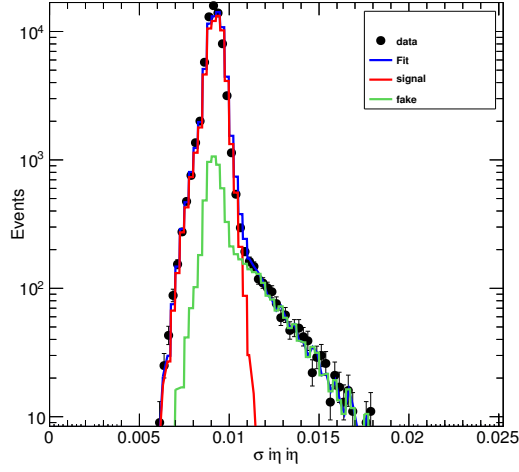
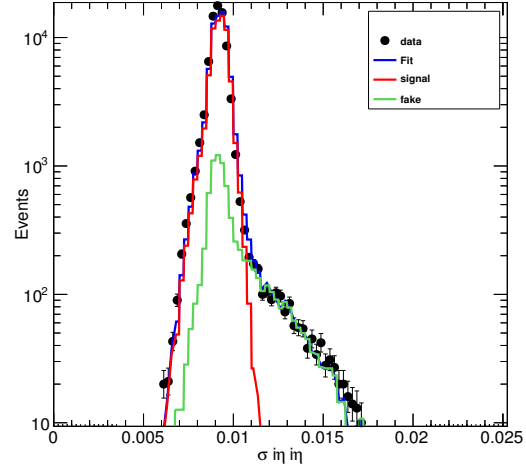
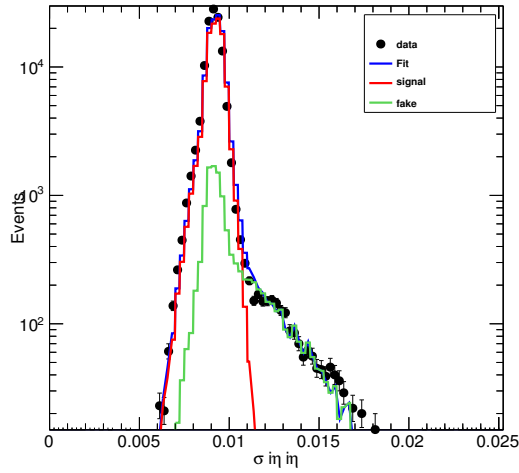
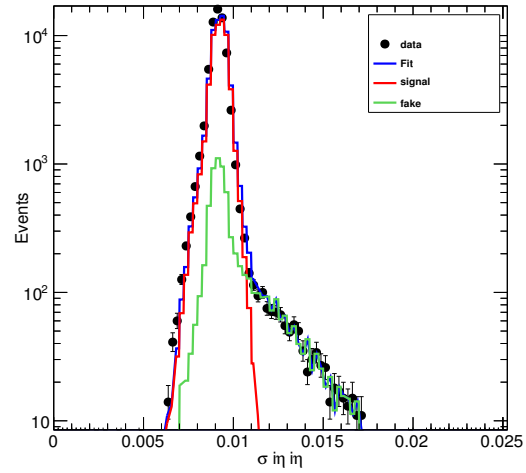
(a) Intervalle $140 < p_T^\gamma < 150 \text{ GeV}/c$ (b) Intervalle $150 < p_T^\gamma < 160 \text{ GeV}/c$ (c) Intervalle $160 < p_T^\gamma < 180 \text{ GeV}/c$ (d) Intervalle $180 < p_T^\gamma < 200 \text{ GeV}/c$

FIGURE 7.22 – Modèles de distribution en $\sigma_{i\eta i\eta}$ des véritables photons (rouge) des faux photons issus d'événements multi-jets (vert) ajustés aux données de l'échantillon pour différents intervalles en p_T^γ .

Le taux de faux photons f_j obtenu est représenté figure 7.23 en fonction de p_T^γ et peut être paramétré de la façon suivante :

$$f_j(p_T^\gamma) = 0.0687 + 0.000455 \times p_T^\gamma \quad (7.23)$$

L'échantillon multi-jets à forte composante électromagnétique intervenant dans le calcul du taux f_j contient des événements avec des jets pouvant ressembler à des photons, mais qui ne passent tout de même pas les critères d'identification du photon de notre recherche. Par conséquent, les échantillons du numérateur et du dénominateur du taux f_j ne se recoupent pas, contrairement à la définition habituelle d'un taux de fausses identifications. Ce taux donne en réalité le rapport du nombre de jets donnant lieu à des faux photons sur le nombre de jets à forte composante électromagnétique, dans un même lot de données.

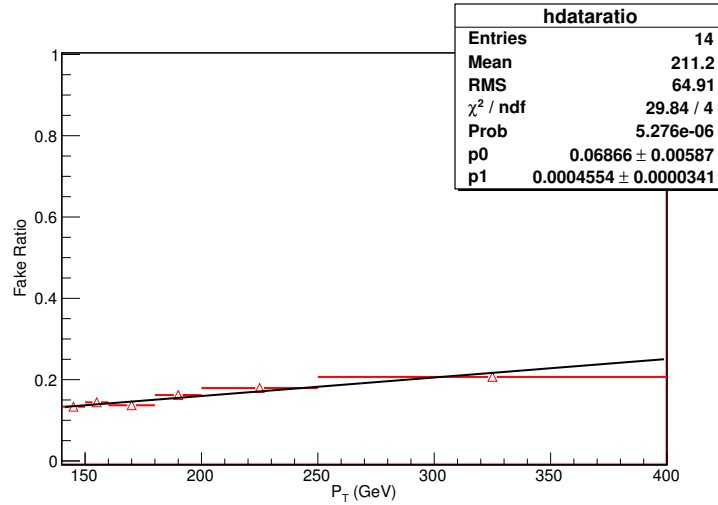


FIGURE 7.23 – Taux de faux photons f_j en fonction de p_T^γ obtenu avec la sélection de faux photons et la sélection de jets à forte composante électromagnétique, valable pour les critères de sélection du photon utilisés dans l'analyse.

La définition de l'échantillon à forte composante électromagnétique n'a pas une signification importante pour l'analyse, mais plutôt un aspect pratique. En effet, pour estimer ensuite le bruit de fond associé aux jets passant nos critères d'identification du photon, on ne répète pas la procédure présentée en début de section. On ne sélectionne pas dans nos données des superclusters passant nos critères de sélection du photon mais des événements contenant des jets avec une forte composante électromagnétique avec les critères présentés ci-dessus, une coupure $E_T > 140 \text{ GeV}$ et les autres coupures de l'analyse (minimisation MHT, vetos, etc...). Les événements ainsi sélectionnés sont alors pondérés par le taux $f_j(p_T^\gamma)$ présenté équation 7.23. Ainsi grâce au rapport f_j on remonte au nombre $N_{\text{jet} \rightarrow \gamma}$ de jets susceptibles de passer pour des photons dans notre échantillon $\gamma + E_T$:

$$N_{\text{jet} \rightarrow \gamma} = 45.4 \pm 13.9, \quad (7.24)$$

incertitude systématique comprise.

Incertitudes systématiques : L'incertitude systématique est estimée à partir des tests suivants :

- variation de 1σ des paramètres issus de l'ajustement des modèles de distribution aux données ;
- variation de $\pm 2\text{ GeV}$ de la valeur supérieure de la coupure sur la variable d'isolation chargée fixée à 6.0 GeV pour construire le modèle de distribution multi-jets ;
- changement de la sélection de l'échantillon au dénominateur de f_j en retirant la condition sur le critère d'isolation chargé ;
- variation de la coupure en énergie transverse manquante de 20 à 35 GeV ;
- variation de la taille des intervalles en $\sigma_{i\eta i\eta}$ dans les modèles de distribution par un facteur 0.5 et un facteur 2 .

La figure 7.24 résume ces différents effets sur le taux de faux photons. Les deux premiers tests sont ceux qui engendrent le plus de changements sur f_j . Dans une approche conservative, une incertitude totale de 30% est choisie pour modéliser l'ensemble de ces sources d'incertitude systématique, sur tout l'intervalle en p_T^γ , et l'incertitude statistique.

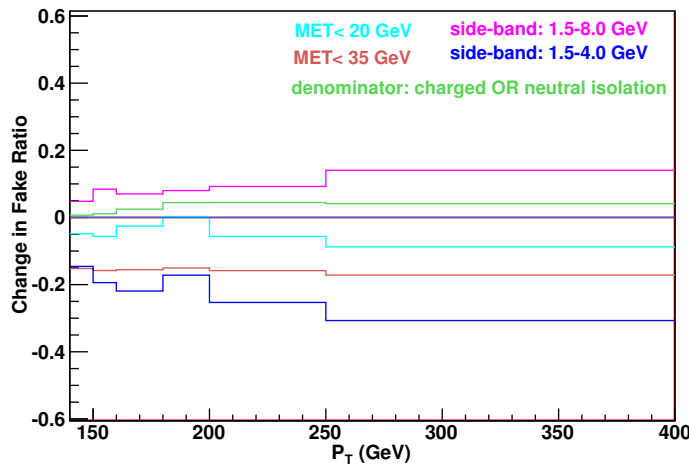


FIGURE 7.24 – Variations du taux de faux photons f_j dues aux différentes sources d'incertitudes.

7.2.2.3 Estimation du bruit de fond $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ à partir des données

Pour estimer le bruit de fond irréductible $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$, il est aussi possible de s'appuyer directement sur les données 2012. Cette seconde estimation permet de vérifier la justesse des K-facteurs calculés section 7.2.1.2.

Comme les processus $Z(l\bar{l})\gamma$ et $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ possèdent les mêmes caractéristiques cinématiques, la désintégration $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$ peut être reproduite en interprétant la paire de leptons issue de la désintégration $Z \rightarrow l\bar{l}$ comme une énergie transverse manquante. J'ai réalisé cette étude en m'inspirant des références [29] et [30].

Un échantillon d'événements $Z(l\bar{l})\gamma$ est sélectionné dans les données en demandant les événements contenant deux leptons (muons ou électrons), isolés, de charges opposées, et de masse invariante comprise entre 60 et $120\text{ GeV}/c^2$. Pour sélectionner les leptons, les critères de sélection présentés section 7.1.3.4 sont utilisés. La totalité des coupures de notre analyse est par ailleurs appliquée, sauf que l'énergie transverse manquante est définie par la somme vectorielle des impulsions transverses des deux leptons et de l'énergie transverse manquante reconstruite. La minimisation MHT ainsi que la coupure en $\Delta\phi$ sont aussi modifiées de façon à ce que la paire de leptons soit traitée comme de l'énergie manquante

(les deux leptons sont retirés de la procédure de minimisation). Ici, on n'applique pas le veto sur les leptons.

A partir du nombre d'événements $Z(l\bar{l})\gamma$ sélectionnés N_{obs} dans les données, le nombre d'événements $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ peut être prédit par la formule :

$$N(Z(\nu\bar{\nu})\gamma) = \frac{N_{obs} - N_{bgd}}{A \times \epsilon} R \left(\frac{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}}{Z \rightarrow l\bar{l}} \right) \quad (7.25)$$

où N_{bgd} est le nombre d'événements de bruit de fond qui contribue à l'échantillon dileptons, A est l'acceptance géométrique et cinématique (coupure sur l'impulsion transverse) du détecteur pour la paire de leptons (fenêtre en masse autour du boson Z incluse) et R est le rapport des rapports d'embranchement de la désintégration du boson Z en neutrinos et paires de muons ou électrons. La quantité ϵ est l'efficacité de sélection des événements présents dans l'acceptance du détecteur et passant les critères d'identification des leptons reconstruits dans la fenêtre en masse. Cette efficacité est calculée à partir des informations données par le générateur Monte-Carlo.

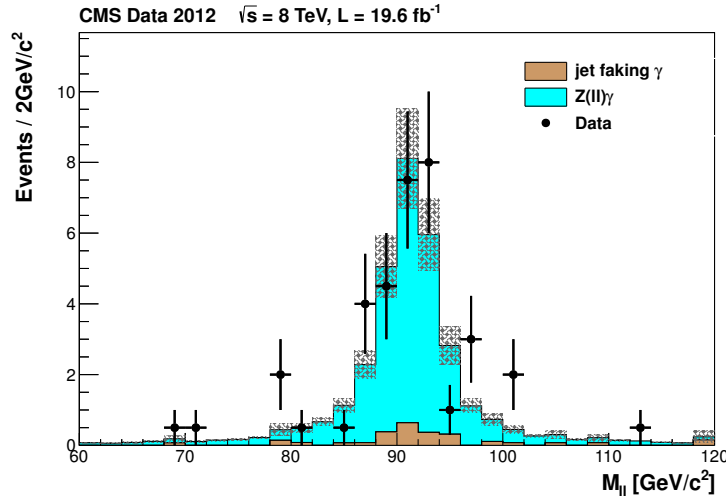


FIGURE 7.25 – Masse invariante des paires de leptons dans l'échantillon $Z(l\bar{l})\gamma$ sélectionnées dans les données (points noirs) et les simulations Monte-Carlo (histogrammes). La bande grisée représente les incertitudes statistiques et les incertitudes liées au facteur d'échelle ρ .

Les paramètres de l'équation 7.25 sont mesurés à :

- $N_{obs} = 69.0 \pm 8.3$;
- N_{bgd} vient du bruit de fond $\text{jet} \rightarrow \gamma$ (voir section 7.2.2.2) :

$$N_{bgd} = 5.2 \pm 1.8; \quad (7.26)$$

- $A \times \epsilon = (55.5 \pm 3.3)\%$
- R est obtenu par la référence [31] pour $l = e, \mu$:

$$R \left(\frac{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}}{Z \rightarrow l\bar{l}} \right) = 2.971 \pm 0.001 \quad (7.27)$$

Le nombre d'événements $Z(l\bar{l})\gamma$ passant nos critères de sélection dans la simulation Monte-Carlo dédiée est de 58.8 ± 3.9 événements (facteur d'échelle ρ inclus), auquel on additionne 5.2 ± 1.8 événements de bruit de fond. Donc au total on aboutit à un nombre de

64.1 ± 4.3 événements attendus, pour 69 événements observés dans les données. L'accord entre simulation et données est donc bon (voir aussi figure 7.25). Le nombre d'événements estimé pour $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ est donc de :

$$N(Z(\nu\bar{\nu})\gamma) = 341.2 \pm 49.8. \quad (7.28)$$

L'incertitude totale est d'environ 15%. La principale source d'incertitude vient de la petite statistique obtenue dans les données (environ 13%). Avec la simulation Monte-Carlo $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$, en incluant les K-facteurs et le facteur ρ sans le veto lepton, on obtient :

$$N(Z(\nu\bar{\nu})\gamma)|_{\text{MC}} = 351.0 \pm 43.5, \quad (7.29)$$

ce qui est compatible avec la valeur obtenue avec les données, mais d'incertitude plus petite¹⁶. C'est donc finalement la méthode basée sur les simulations Monte-Carlo qui sera utilisée pour l'estimation du bruit de fond $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ dans la recherche de signal mono-photon. Notons toutefois que dans ce cas ce sont les incertitudes systématiques qui dominent largement.

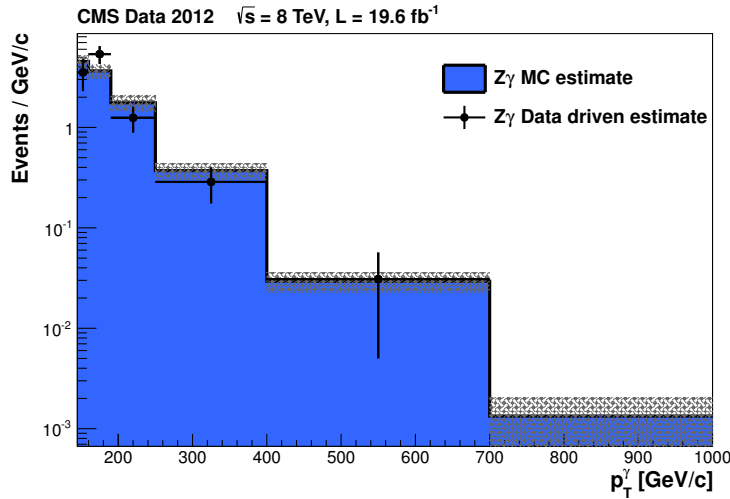


FIGURE 7.26 – Spectres en photon pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ estimés à partir des données (points noirs) et de la simulation Monte-Carlo dédiée avec K-facteurs et facteur ρ inclus (histogramme bleu). La bande grise correspond aux incertitudes sur la simulation Monte-Carlo (venant essentiellement des K-facteurs).

En plus des nombres d'événements, on peut aussi comparer le spectre en photons obtenu par cette méthode et par la méthode des K-facteurs appliqués à la simulation Monte-Carlo. L'équation 7.25 est appliquée au spectre obtenu dans les données pour chaque intervalle en p_T^γ . Les spectres déduits des données et de la simulation sont comparés figure 7.26 (K-facteurs et facteur d'échelle ρ inclus). L'accord est très bon là aussi entre les deux spectres. Les incertitudes sont plus grandes dans le spectre estimé à partir des données.

7.2.3 Bruits de fond hors collision

Dans la recherche d'un signal $\gamma + \cancel{E}_T$, les bruits de fond ne provenant pas de processus issus de collisions sont estimés à partir de la distribution temporelle des photons candidats

16. La différence entre ce nombre et celui donné dans la table 7.6 réside dans l'application du facteur d'échelle ρ et de l'efficacité de sélection du veto sur les leptons (de 99%).

dans les données. Cette estimation inclut les contributions potentielles des spikes du calorimètre électromagnétique, mais aussi des particules du halo du faisceau. Ces dernières peuvent engendrer un supercluster d'énergie suffisante dans le calorimètre électromagnétique, quasi simultanément avec une collision proton-proton, pour ainsi être prises pour de véritables photons venant de la collision. Ce bruit de fond à notre recherche d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$ doit être estimé. Des modèles de distribution temporelle des différentes contributions vont être créés et ajustés à la distribution des candidats photons (sans les critères sur la largeur de la gerbe $\sigma_{\text{in}}\eta$ ni la coupure temporelle) pour estimer leurs contributions dans la sélection finale des photons. Les événements intervenant hors collision qui contribuent à l'état final $\gamma + \cancel{E}_T$ sont principalement des événements de halo comme nous allons le voir. C'est pourquoi l'étude qui va suivre pour évaluer l'ensemble de ces bruits de fond s'appuie sur des critères de détection des événements de halo comme le critère MIP (pour *Minimum Ionizing Particle*) conçu pour rejeter les événements de halo. Ce critère a déjà été mentionné précédemment pour l'identification du photon candidat section 7.1.3.1 et est plus précisément décrit dans cette section.

7.2.3.1 Critère MIP

Le critère MIP a été développé de façon à identifier le passage d'un muon du halo à travers l'acceptance du ECAL. Pour vérifier qu'un supercluster du ECAL provient d'une particule du halo, des cristaux possédant un dépôt d'énergie minimum sont identifiés le long d'une trajectoire rectiligne passant par ce supercluster. Plus précisément, un cône de recherche, d'axe ϕ constant, est défini à partir du germe du supercluster. On ajuste ensuite une droite passant par un maximum de dépôts d'énergie présents dans le cône en minimisant un χ^2 . Les cristaux déjà associés au supercluster ne sont pas inclus dans la recherche. De cet ajustement, on obtient une valeur χ_{MIP}^2 , un nombre de cristaux inclus N_{MIP} et la somme des énergies de ces cristaux E_{MIP} . Ces variables constituent le critère MIP pour identifier les particules de halo. Dans notre recherche de signal mono-photon, on rejette les photons candidats vérifiant le critère $E_{MIP} > 6.3 \text{ GeV}$ mais ceci ne suffit pas pour rejeter l'ensemble des événements de halo comme nous le verrons par la suite.

Une illustration de la procédure réalisée par le critère MIP est proposée figure 7.27 sur un événement réel issu des données 2012. Le dépôt d'énergie final important (en rouge) est intervenu dans la fenêtre en temps de 3 ns requise pour nos photons candidats et a déclenché les triggers. Cependant, on remarque un alignement suspect de dépôts d'énergie intervenus avant le déclenchement qui laissent penser que ce qui a déclenché le trigger est en fait un muon du halo (en bleu le long de l'axe $\phi = 0$).

Un autre critère d'identification des événements de halo existe, utilisant les bouchons du HCAL (critère HE). Ce critère considère le supercluster comme un dépôt dû à une particule du halo si un dépôt d'énergie situé au même angle ϕ est détecté dans les bouchons du HCAL. Dans notre analyse, ce veto n'est pas utilisé car il est trop sévère et rejette à tort des véritables événements $\gamma + \cancel{E}_T$, ce qui réduit la statistique de notre sélection $\gamma + \cancel{E}_T$. Le critère MIP est moins sévère, mais augmente cependant la contamination de notre échantillon en événement de halo dans la fenêtre des $\pm 3 \text{ ns}$. L'important est d'estimer le plus précisément possible la contamination de notre échantillon en utilisant ce critère.

7.2.3.2 Estimation de la contamination à l'aide du critère HE

Le critère HE n'est pas utilisé dans notre recherche, mais aide à réaliser notre estimation de la contamination. A partir des données, on réalise un échantillon de candidats $W \rightarrow e\nu$ et d'événements halo. Ces derniers sont distingués ici en utilisant le critère HE, ce qui

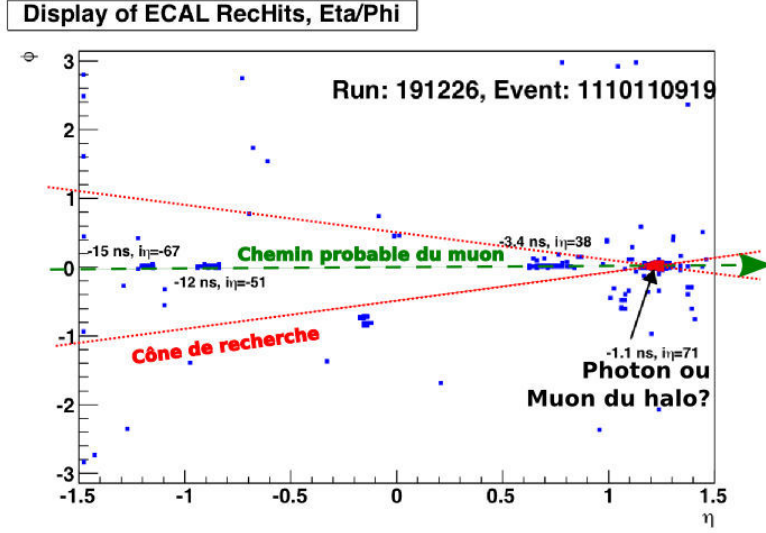


FIGURE 7.27 – Un exemple d’événement issu des données 2012, sélectionné pour son photon candidat, mais étant probablement un muon issu du halo du faisceau (traversant le ECAL de gauche à droite). Les dépôts d’énergie du ECAL sont représentés en bleu, et le supercluster en rouge.

permet d’obtenir leur signature MIP dans le calorimètre électromagnétique. On obtient alors deux distributions pour deux des trois variables du critère MIP (figure 7.28) pour les superclusters associés aux événements $W \rightarrow e\nu$ et aux événements de halo.

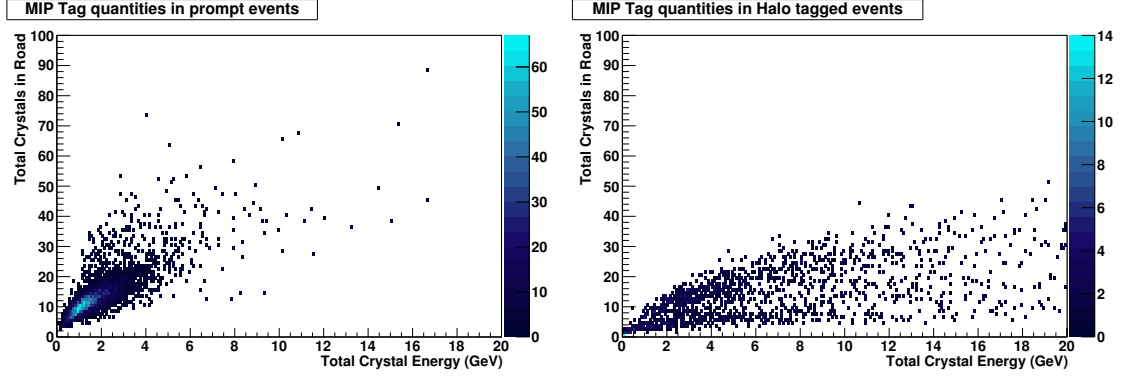


FIGURE 7.28 – Distributions des variables E_{MIP} et N_{MIP} du critère MIP pour les candidats $W \rightarrow e\nu$ (gauche) et halo (droite).

A partir des distributions on voit qu’imposer $E_{MIP} < 6.3 \text{ GeV}$ permet de réduire la contamination du signal recherché par les événements de halo en rejetant un nombre minimal d’événements de signal. Mais un certain nombre d’événements de halo potentiels ne sont pas rejetés par cette coupure. Il reste donc à estimer le niveau de cette contamination.

Pour estimer la contribution des bruits de fond intervenant hors collision, on examine la distribution temporelle des superclusters et on cherche à déterminer les proportions d’événements de collisions et d’événements hors-collisions présents dans cette distribution, en utilisant tous nos critères de sélection à l’exception de la coupure temporelle et des coupures sur la largeur de la gerbe $\sigma_{i\eta i\eta}$. Dans cette distribution temporelle (présentée figure 7.29), les contributions des événements de halo mais aussi des spikes et des

événements issus de collisions seront estimées en construisant des distributions temporelles modèles pour chacune d'entre de ces contributions.

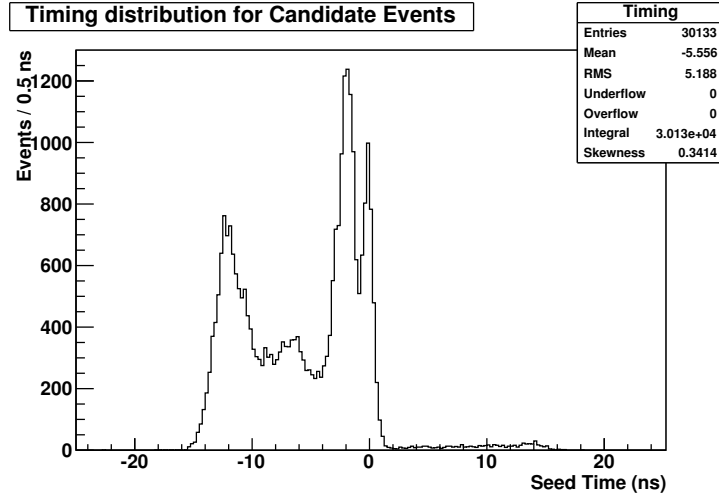


FIGURE 7.29 – Distribution temporelle des germes des superclusters pour les photons sélectionnés dans notre analyse (coupures temporelle et sur la largeur de gerbe $\sigma_{i\eta i\eta}$ non utilisées) dans les données.

Pour définir un échantillon d'événements de halo potentiellement présents après nos coupures, on impose $E_{MIP} > 4$ GeV. Ceci permet d'obtenir un échantillon impur d'événements halo non rejeté par la coupure utilisée dans notre recherche (à 6.3 GeV) et donc contaminant notre échantillon final d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$. La distribution temporelle de ces événements est présentée dans la figure 7.30. Une autre façon d'obtenir un modèle de distribution temporelle pour les événements de halo est de sélectionner les événements rejeter par le veto HE. La distribution temporelle obtenue est présentée figure 7.31. Cette dernière distribution s'avère plus proche de celle observée dans nos données, car la distribution obtenue par le critère MIP est biaisée parce qu'il sélectionne préférentiellement des muons circulant parallèlement aux faisceaux, et donc ne reflète pas toute la complexité des données. La distribution temporelle obtenue par le critère HE sera donc celle utilisée pour estimer la contribution des événements de halo présents dans la distribution 7.29.

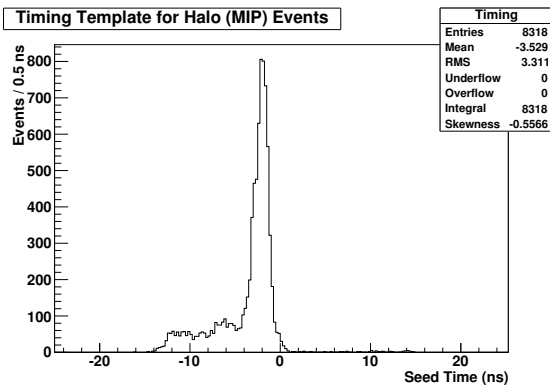


FIGURE 7.30 – Distribution temporelle des germes des superclusters dans l'échantillon défini par $E_{MIP} > 4$ GeV.

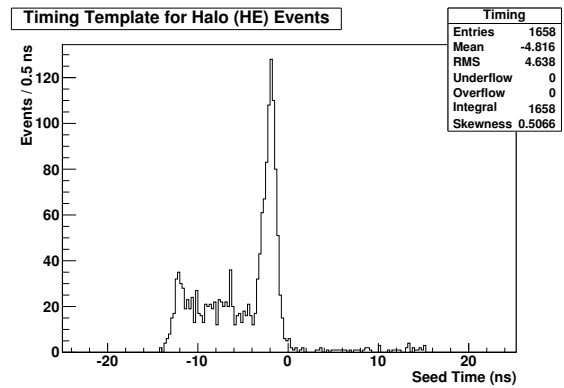


FIGURE 7.31 – Distribution temporelle des germes des superclusters dans l'échantillon défini par $E_{MIP} > 4$ GeV et le critère HE.

La distribution modèle pour les événements de collision est établie en inversant le veto Pixel Seed dans notre recherche d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$. Ceci permet d'avoir un échantillon $W \rightarrow e\nu$ assez grand d'environ 5000 candidats avec des superclusters de même nature que ceux recherchés. La distribution temporelle de ces événements est présentée figure 7.32.

Pour identifier les spikes, les critères de taille minimum sur les largeurs de gerbe utilisés dans notre sélection du photon sont inversés : $\sigma_{i\eta i\eta} < 0.001$ ou $\sigma_{i\phi i\phi} < 0.001$, le reste des coupures étant les mêmes (sauf la coupure temporelle). La distribution temporelle de ces événements est présentée figure 7.33.

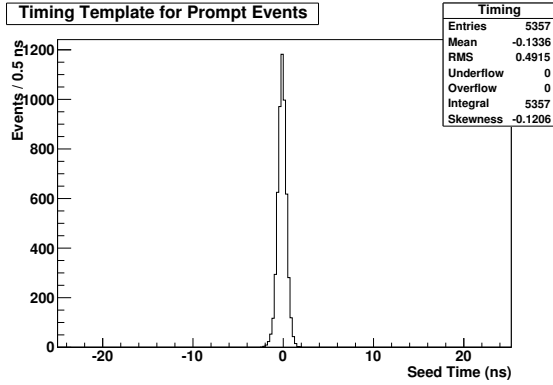


FIGURE 7.32 – Distribution temporelle des germes des superclusters pour les événements de collision.

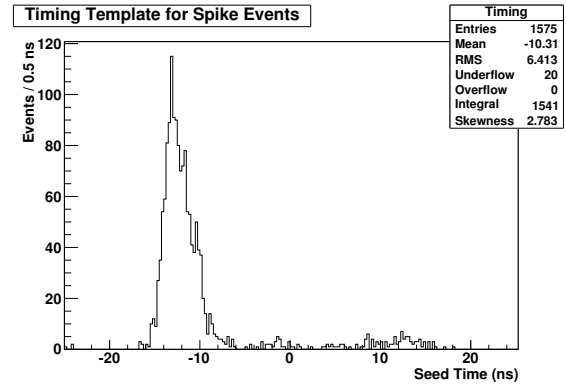


FIGURE 7.33 – Distribution temporelle des germes des superclusters pour les spikes.

Les trois modèles de distribution présentés ci-dessus (figures 7.31, 7.32 et 7.33) sont ajustés à la distribution observée dans les données (figure 7.29) pour estimer la contribution de chacun. Le résultat de cette sélection et de l'ajustement est présenté figure 7.34. La distribution estimée pour les événements de halo semble mal s'ajuster aux données vers $t_{seed} \approx -2$ ns mais reste compatible avec les incertitudes liées aux modèles de distributions réalisés. On obtient un total de 10070 ± 300 événements de halo (distribution bleue) dans la fenêtre de ± 25 ns. La contribution des spikes (distribution verte) dans la fenêtre ± 3 ns (valeur de la coupure) est largement négligeable devant la contribution des événements de halo.

Pour estimer la contamination de notre sélection mono-photon par les particules de halo, on applique les coupures en temps et largeur de gerbe $\sigma_{i\eta i\eta}$ à la distribution modèle des événements de halo normalisée à 10070 événements. On aboutit alors à 24.7 ± 6.2 événements de halo contaminant notre échantillon de signal (voir figure 7.35). L'incertitude présentée contient une incertitude systématique prenant en compte la différence sur le nombre d'événements de halo estimé en utilisant le modèle de distribution issu du critère MIP.

Pour obtenir les distributions des événements de halo pour diverses variables telles que p_T^γ ou \cancel{E}_T présentées dans les diverses figures de cette thèse, on inverse le critère de sélection MIP et on retire la coupure sur la largeur de gerbe $\sigma_{i\eta i\eta}$. Les distributions obtenues pour l'échantillon d'événements de halo sont ensuite normalisées à 24.7 événements pour représenter les différents histogrammes. Les contributions des spikes ne sont pas évaluées, car leur contribution est quasi nulle.

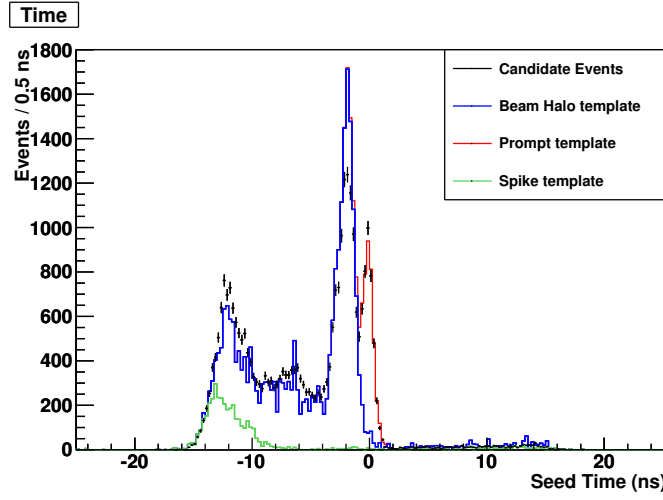


FIGURE 7.34 – Distribution temporelle des germes des superclusters pour les photons sélectionnés dans notre analyse ajustée par les différents modèles cumulés pour les spikes (vert), événements de halo (bleu) et événements de collision (rouge).

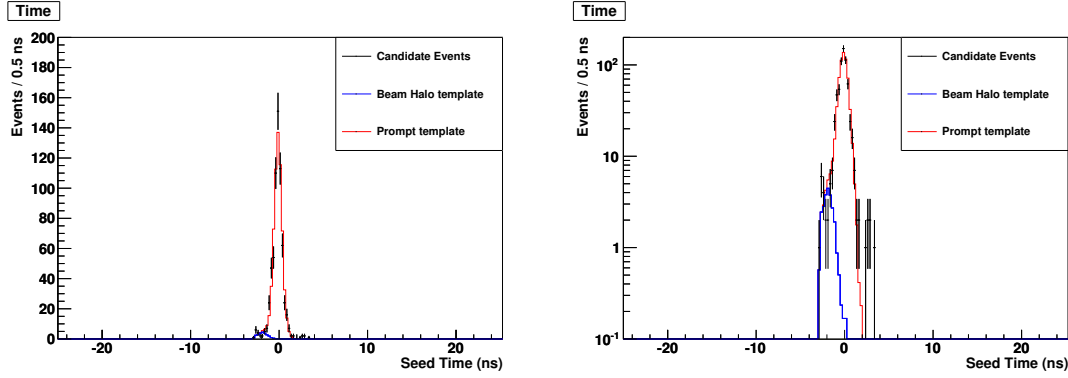


FIGURE 7.35 – Distribution temporelle des germes des superclusters pour les photons sélectionnés dans notre analyse comparée aux distributions temporelles des modèles de signal et d'événements halo après rétablissement des coupures temporelle et en $\sigma_{i\eta i\eta}$ (échelle linéaire à gauche et logarithmique à droite).

7.3 Facteur d'échelle et incertitudes systématiques

7.3.1 Efficacité des coupures et facteur d'échelle ρ

La mesure de la section efficace repose sur la formule suivante :

$$\sigma \times Br = \frac{N_{data} - N_{bkg}}{A \times \epsilon \times L}, \quad (7.30)$$

où N_{data} est le nombre d'événements observés et N_{bkg} le nombre estimé d'événements de bruits de fond. La quantité A correspond à l'acceptance géométrique et cinématique définie par les coupures en impulsion transverse et pseudorapidité sur le photon, ϵ est l'efficacité des autres critères de sélection, et L est la luminosité intégrée. Enfin, Br est le rapport d'embranchement, qui est ici de 100%.

Pour corriger les différences entre les données et les simulations dans les efficacités de sélection, le produit $A \times \epsilon_{MC}$ est estimé à partir des simulations par méthode Monte-Carlo

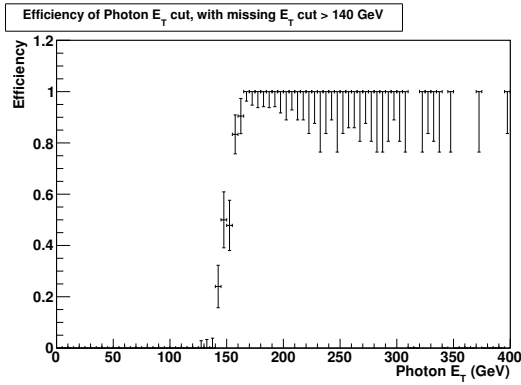


FIGURE 7.36 – Efficacité des triggers mono-photon en fonction de l'impulsion transverse du photon reconstruite hors-ligne. Une coupure $\cancel{E}_T > 140$ GeV est utilisée.

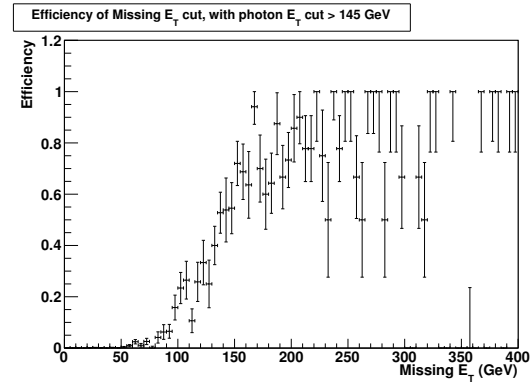


FIGURE 7.37 – Efficacité des triggers $\gamma + \cancel{E}_T$ en fonction de l'énergie transverse manquante reconstruite hors-ligne. Une coupure $p_T^\gamma > 145$ GeV/c est utilisée.

et corrigé par un facteur d'échelle ρ :

$$A \times \epsilon = A \times \epsilon_{MC} \times \rho; \quad (7.31)$$

Il est utilisé pour repondérer les estimations du nombre d'événements de bruits de fond et de signaux simulés par Monte-Carlo, ces nombres intervenant dans le calcul final des sections efficaces limites. Le processus $W \rightarrow e\nu$ a l'avantage de présenter un nombre important d'événements dans nos données présélectionnées par les critères de la section 7.1.1 ce qui permet d'estimer les facteurs d'échelle avec un échantillon statistique important. L'échantillon $Z(\mu\mu)\gamma$ est quant à lui plus proche de la topologie du bruit de fond dominant $Z(\nu\nu)\gamma$ que le processus $W \rightarrow e\nu$. A noter que, comme nos données issus de l'écrémage présenté section 7.1.1.1 sont trop pauvres en événements $Z(\mu\mu)\gamma$, un autre jeu de données est utilisé, présélectionné par la présence de deux muons, pour disposer d'un échantillon statistique important.

7.3.1.1 Efficacité des triggers

Par rapport à la précédente recherche dans le canal mono-photon [32], le lot de données 2012 est pré-sélectionné par une combinaison de triggers mono-photon à plus haut seuil en énergie, et avec des triggers sélectionnant des événements contenant un photon candidat et de l'énergie transverse manquante (voir section 7.1.1.2). Un événement doit passer au moins un de ces triggers. Leur liste est donnée section 7.1.1.

Ces triggers HLT ont des composantes L1 avec des coupures sur l'énergie du photon à 24 ou 30 GeV. Comme on recherche des événements $\gamma + \cancel{E}_T$ avec une énergie bien supérieure, il est raisonnable de supposer que ces triggers L1 sont pleinement efficaces à ces énergies. Par conséquent, il faut maintenant déterminer l'efficacité des triggers HLT pour notre recherche et surtout les énergies à partir desquelles ils sont à 100% efficaces, ces seuils en énergie définissant nos coupures présentées section 7.1.3. Pour estimer l'efficacité de sélection des triggers, un lot d'événements N_{low}^{trig} est sélectionné dans les données par des triggers avec des seuils plus bas en énergie du photon que dans l'analyse, à 70 et 90 GeV (HLT_Photon70_CaloIdVL_* et HLT_Photon90_CaloIdVL_*) et par les critères d'identification du photon de notre recherche (à l'exception du veto Pixel Seed). On sélectionne ensuite un lot d'événements N_{high}^{trig} formé par les événements passant les critères du lot d'événements précédent et les triggers à plus haut seuil étudiés dans l'analyse.

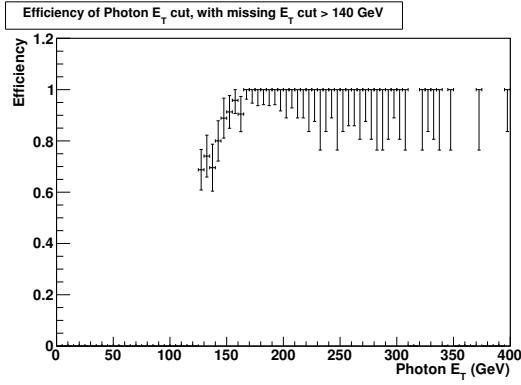


FIGURE 7.38 – Efficacité de la combinaison des triggers en fonction de l'impulsion transverse du photon reconstruite hors-ligne (avec une coupure à 140 GeV sur l'énergie manquante transverse).

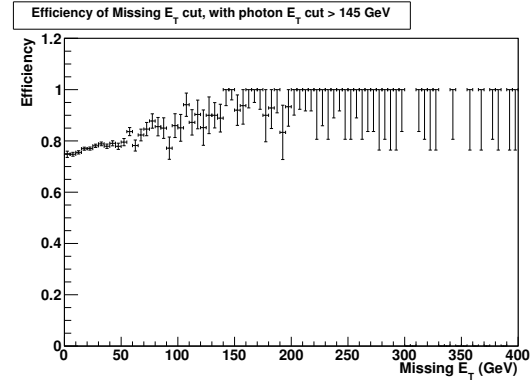


FIGURE 7.39 – Efficacité de la combinaison des triggers en fonction de l'énergie transverse manquante reconstruite hors-ligne (avec une coupure à 145 GeV/c sur l'impulsion transverse du photon).

p_T^γ [GeV/c]	Efficacité
145-160	0.96 ± 0.0017
160-190	0.99 ± 0.0008
> 190	1.0

TABLE 7.8 – Efficacité de la combinaison des deux types de triggers en fonction de l'impulsion transverse du photon reconstruite hors-ligne.

L'efficacité de sélection des triggers est donnée par le rapport $N_{high}^{trig}/N_{low}^{trig}$. L'efficacité des triggers mono-photon seuls est présentée figure 7.36. On constate que ces triggers sont rapidement efficaces individuellement à partir d'une impulsion reconstruite d'environ 160 GeV/c. Grâce à une procédure identique pour les triggers $\gamma + \cancel{E}_T$, on remarque sur la figure 7.37 que ceux-ci n'atteignent 100% que progressivement à mesure que l'énergie transverse manquante augmente. Une efficacité totale est atteinte à partir de $\cancel{E}_T > 160$ GeV.

La combinaison de ces deux types de triggers permet une sélection plus efficace des événements mono-photon candidats. En les combinant par un "OU" logique, les triggers HLT s'aident mutuellement pour abaisser le seuil de pleine efficacité. Par comparaison aux figures 7.36 et 7.37, ceci apparaît clairement dans les figures 7.38 et 7.39. L'efficacité de la combinaison des triggers en fonction de l'impulsion transverse du photon reconstruite est détaillée table 7.8. Les triggers combinés sont à plus de 96% efficaces à partir de $p_T^\gamma > 145$ GeV/c et $\cancel{E}_T > 140$ GeV, ce qui définit nos coupures de sélection.

7.3.1.2 Efficacités liées à la sélection du photon

Les efficacités de sélection liées à l'identification du photon candidat ne sont pas identiques dans les données et les simulations Monte-Carlo. La différence doit être prise en compte par un facteur d'échelle ρ .

Identification du photon (hors veto Pixel Seed et coupure LICTD) : Pour vérifier l'efficacité d'identification du photon dans les données et dans les simulations, la méthode standard de *tag and probe* est utilisée sur des événements $Z \rightarrow ee$. Ce sont ici les coupures sur les variables d'isolation, le rapport H/E et la largeur de gerbe $\sigma_{in\eta}$ qui

sont étudiées. Les autres critères s'appliquant au photon candidat seront examinés par la suite. Cette méthode utilise le fait que les superclusters des électrons et des photons sont identifiés de la même façon et que seule l'information du trajectographe permet de les distinguer. L'utilisation d'électrons produits par la désintégration du boson Z est donc possible pour estimer l'efficacité de sélection des photons si on retire le veto Pixel Seed.

Les efficacités de sélection des photons ont été estimées par le groupe d'analyse dédié à l'étude des électrons et photons dans la collaboration CMS, avec une procédure semblable à celle proposée dans la section 7.2.2.1. Afin que les estimations issues des simulations Monte-Carlo soient les plus fidèles à ce qui est observé dans les données, la différence d'efficacité de sélection des photons entre les données et les simulations est corrigée. Les nombres d'événements estimés par les simulations sont multipliés par un facteur d'échelle correctif défini par le rapport de l'efficacité de sélection du photon dans les données à celle observée dans les simulations Monte-Carlo. Ceci permet de retrouver des efficacités identiques dans les deux cas.

Ce facteur correctif a été estimé de façon officielle dans la collaboration CMS. Il vaut 0.9718 ± 0.0014 pour $|\eta^\gamma| < 0.8$ et 0.9768 ± 0.0016 pour $0.8 < |\eta^\gamma| < 1.4442$ [8].

Veto Pixel Seed : Un facteur correctif est aussi estimé pour le veto Pixel Seed en suivant la même procédure mais avec un échantillon $Z(\mu\mu)\gamma$ [8]. Il est estimé à 1.0014 ± 0.0159 (stat.) ± 0.0017 (syst.). Ce facteur est très proche de l'unité mais est tout de même utilisé, en particulier dans la propagation des incertitudes.

LICTD : La coupure LICTD permet de s'assurer que la structure temporelle du dépôt d'énergie est cohérente avec la description d'un photon candidat issu d'une collision.

Pour calculer l'efficacité de cette coupure sur des photons présents dans nos données, on utilise un échantillon de candidats $W \rightarrow e\nu$. Ils sont sélectionnés dans nos données en utilisant toutes les coupures présentées, à l'exception du veto Pixel Seed qui est inversé (on requiert la présence d'une détection dans le trajectographe à pixels). On impose la coupure $|LICTD| < 5$ ns, puis on calcule le nombre d'événements passant cette coupure dans l'échantillon. L'efficacité de la sélection LICTD dans les données est de 0.975 ± 0.004 et de 0.931 ± 0.021 dans une simulation Monte-Carlo $W \rightarrow e\nu$. Le rapport de ces deux efficacités donne le facteur correctif ρ à appliquer aux simulations.

L'efficacité de cette coupure a aussi été calculée sur un échantillon de candidats $Z(\mu\mu)\gamma$, sélectionnés de la manière suivante :

- les événements sont issus d'un lot de données préselectionnées avec deux candidats muons (et non pas avec un candidat photon comme dans le jeu de données que nous étudions) ;
- on requiert au moins un photon d'impulsion transverse $p_T^\gamma > 15$ GeV/c dans le tonneau et passant les critères de sélection exposés section 7.1.3.1 ;
- on requiert la présence de deux muons, avec une impulsion transverse minimum pour l'un de 20 GeV/c et l'autre de 10 GeV/c ;
- ces muons doivent satisfaire les critères de sélection présentés section 7.1.3.4, et doivent être séparés de $\Delta R > 1.0$.
- pour ne pas sélectionner d'événements dans lequel le photon serait radié dans l'état final par un muon, on demande que la masse invariante associée aux deux muons soit inférieure à $80 \text{ GeV}/c^2$, et pour sélectionner les désintégrations du boson Z que la masse invariante du système à trois corps soit comprise entre 80 et $100 \text{ GeV}/c^2$.

Cet échantillon donne une efficacité de 0.981 ± 0.004 et de 0.987 ± 0.004 dans les données et la simulation Monte-Carlo respectivement. Finalement, la valeur centrale prise pour ρ

est celle provenant de l'étude $Z(\mu\mu)\gamma$ qui a une cinématique plus proche de l'état final $\gamma + \cancel{E}_T$, et la différence entre le facteur estimé sur les processus $Z(\mu\mu)\gamma$ et le facteur estimé sur les processus $W \rightarrow e\nu$ est prise en compte comme incertitude systématique au facteur $\rho : 0.994 \pm 0.006(\text{stat}) \pm 0.03(\text{syst})$.

7.3.1.3 Efficacité des vetos

Les vetos sur les leptons et les jets permettent de réduire les bruits de fond dus aux processus $W\gamma$ et $\gamma + \text{jet}$. De la même manière que précédemment, pour comparer l'efficacité de ces vetos sur les données et dans les simulations Monte-Carlo, et corriger ces dernières, on utilise l'échantillon $W \rightarrow e\nu$. On compare les efficacités de sélection en utilisant tous les critères de sélection de l'analyse, avec et sans l'un de ces vetos. Le rapport des nombres d'événements obtenus avec et sans le veto permet d'en déduire son efficacité de sélection, puis le rapport des efficacités entre données et simulations Monte-Carlo permet de calculer le facteur d'échelle ρ à appliquer aux simulations. La table 7.9 présente l'ensemble des efficacités que j'ai obtenues pour les vetos et la coupure LICTD.

Efficacités	Monte-Carlo $W \rightarrow e\nu$	Données $W \rightarrow e\nu$	$\rho_{We\nu}$
LICTD	0.975 ± 0.004	0.931 ± 0.021	0.955 ± 0.022
Veto lepton	0.989 ± 0.004	0.975 ± 0.022	0.986 ± 0.023
Veto jet	0.944 ± 0.004	0.875 ± 0.019	0.927 ± 0.021

TABLE 7.9 – Efficacités des vetos sur les jets et leptons et de la coupure LICTD sur un échantillon $W \rightarrow e\nu$.

Efficacités	Monte-Carlo $Z(\mu\mu)\gamma$	Données $Z(\mu\mu)\gamma$	$\rho_{Z(\mu\mu)\gamma}$
LICTD	0.987 ± 0.004	0.981 ± 0.004	0.994 ± 0.006
Veto jet	0.939 ± 0.004	0.932 ± 0.004	0.992 ± 0.006

TABLE 7.10 – Efficacités des vetos sur les jets et leptons et de la coupure LICTD sur un échantillon $Z(\mu\mu)\gamma$.

L'efficacité du veto sur les jets est aussi calculée avec un échantillon d'événements $Z(\mu\mu)\gamma$ sélectionnés comme précédemment section 7.3.1.2. Les efficacités obtenues sont de 0.932 ± 0.004 et 0.939 ± 0.004 pour les données et la simulation Monte-Carlo respectivement. La table 7.10 présente l'ensemble des efficacités obtenues pour les vetos et la coupure LICTD avec l'échantillon $Z(\mu\mu)\gamma$. Pour le facteur d'échelle du veto sur les jets, la valeur centrale considérée est celle provenant de cet échantillon et la différence avec l'étude sur l'échantillon $W \rightarrow e\nu$ est considérée comme une incertitude systématique, d'où $\rho = 0.992 \pm 0.006(\text{stat}) \pm 0.05(\text{syst})$.

7.3.1.4 Bilan sur le facteur d'échelle ρ

Le facteur d'échelle ρ total appliqué aux simulations Monte-Carlo comprend des estimations de ce facteur correctif pour les critères de sélection du photon candidat et les différents veto. La valeur totale calculée est de 0.94 ± 0.06 , par multiplication des facteurs estimés pour les différentes coupures. Un résumé des différentes contributions est présenté dans la table 7.11.

Source	Estimation pour ρ
LICTD	0.99 ± 0.03
Photon ID	0.97 ± 0.002
Pixel Seed	1.0014 ± 0.0159
Jet veto	0.99 ± 0.05
Lepton veto	0.99 ± 0.02
Total	0.94 ± 0.06

TABLE 7.11 – Facteur d'échelle correctif ρ à appliquer aux efficacités estimées sur les simulations Monte-Carlo (avec les incertitudes statistiques et systématiques combinées).

7.3.2 Incertitudes systématiques sur l'efficacité

Les incertitudes liées à la résolution sur la mesure de l'énergie des photons, jets et de l'énergie manquante sont considérées comme des sources d'incertitudes systématiques sur l'acceptance et l'efficacité de sélection des événements. Les incertitudes liées aux corrections du nombre d'interactions d'empilement sont aussi propagées à travers une incertitude systématique appliquée aux efficacités.

L'incertitude sur la mesure sur l'énergie du photon est d'environ 1.5%. En faisant donc varier l'énergie du photon candidat de $\pm 1.5\%$, j'obtiens une variation de l'efficacité de sélection des candidats $\gamma + \cancel{E}_T$ de $\pm 3.3\%$ pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ et $\pm 4.2\%$ pour le processus $W\gamma$. Elle est estimée à $\pm 2\%$ en utilisant les simulations Monte-Carlo du signal Branon. Ces incertitudes systématiques sur l'efficacité sont propagées dans nos estimations des nombres d'événements. Les incertitudes sur la mesure de l'énergie manquante sont de la même manière propagées sur l'efficacité de sélection. Ces incertitudes sont liées à la mesure de l'énergie des jets, de leur position et à la mesure de l'énergie non-agrégée dans le détecteur (le bruit) [33]. Elles se traduisent par une variation de l'efficacité de sélection des événements de signal de $\pm 0.7\%$.

Dans les simulations Monte-Carlo, la distribution du nombre d'interactions d'empilement doit être corrigée pour correspondre à celle observée dans les données. Cette correction utilise la mesure de la section efficace inélastique totale proton-proton mesurée à 69.4 mb avec une incertitude de 5% pour les données 2012 [34]. Une variation de $\pm 5\%$ de cette mesure se traduit par une variation de l'efficacité de sélection finale d'environ 0.3%.

De plus, notons que l'incertitude sur la luminosité intégrée, paramètre qui est utilisé pour estimer le nombre d'événements de signaux attendus, est de 2.6% [35], ce qui est pris en compte lorsque des limites sont dérivées sur les modèles de signal. Les incertitudes systématiques sur les efficacités de sélection des processus du modèle standard et des modèles Branon, ADD et des modèles de matière noire effectifs, sont présentées dans la table 7.12.

7.3.3 Résumé de l'ensemble des incertitudes systématiques

L'ensemble des incertitudes systématiques estimées dans notre recherche d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$ est résumé dans la table 7.12 pour les différents processus étudiés.

Source	Signal Branon	$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	$W\gamma$	$e \rightarrow \gamma$	jet $\rightarrow \gamma$	Halo	Autres MC
Facteur d'échelle ρ	6.4%	6.4%	6.4%	—	—	—	6.4%
Luminosité	2.6%	2.6%	2.6%	—	—	—	2.6%
Résolution sur \cancel{E}_T	0.7%	0.7%	0.7%	—	—	—	0.7%
Empilement	0.3%	0.3%	0.3%	—	—	—	0.3%
Énergie du photon	2.0%(*)	3.3%(*)	4.2%(*)	—	—	—	2.0%(*)
Incertitudes spécifiques	—	—	—	13%	30%	25%	—
K-facteurs (corrélés)	—	11%(*)	20%(*)	—	—	—	—

TABLE 7.12 – Incertitudes systématiques estimées pour les différents processus étudiés dans notre recherche de signal $\gamma + \cancel{E}_T$. La colonne "Autres MC" se réfère à l'ensemble des processus γ +jets, $W \rightarrow \mu\nu$, $Z(l\bar{l})\gamma$ et $\gamma\gamma$ simulés par la méthode Monte-Carlo. Les bruits de fond sont classés de gauche à droite par ordre décroissant du nombre d'événements attendus dans la région de signal (voir section 7.4.2). Les incertitudes spécifiques comprennent les incertitudes liées aux taux de faux photons et à l'estimation des événements de halo. Les astérisques (*) indiquent les sources d'incertitudes impliquant la forme de la distribution de l'impulsion transverse du photon p_T^γ . Les incertitudes systématiques venant des deux K-facteurs sont 100% corrélées.

7.4 Exploration des données

7.4.1 Contrôle des bruits de fond

Deux régions dites de contrôle, où les événements de signal sont a priori absents, sont définies pour vérifier "à l'aveugle" l'accord entre les données et nos estimations des bruits de fond, et les incertitudes systématiques associées. Les régions sont choisies de telle sorte qu'elles soient les plus proches possible de la topologie du signal recherché mais néanmoins définies sur des régions où peu de signal est attendu. Si nos estimations des bruits de fond et les incertitudes associées sont correctes, un bon accord est attendu entre les estimations venant des processus du modèle standard et des bruits de fond instrumentaux d'une part, les données d'autre part. Ceci permet de valider la recherche effectuée avant de s'intéresser aux signatures d'un potentiel signal de nouvelle physique dans la région dite de signal $\gamma + \cancel{E}_T$.

Deux régions de contrôle sont définies ainsi :

- une région dominée par le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ définie par un état final où le photon et l'énergie transverse manquante ne sont pas dos à dos ;
- une région dominée par le processus $W\gamma$ dont le lepton est présent dans l'acceptance du détecteur (veto lepton inversé).

7.4.1.1 Région de contrôle $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$

Une région de contrôle utilisée principalement pour vérifier la prédiction du bruit de fond $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ est créée en utilisant tous les critères de sélection présentés section 7.1.3, sauf pour la coupure en $\Delta\phi$ qui est inversée. Pour cette dernière, on impose en effet que l'énergie manquante générée et le photon ne soient plus dos à dos, au contraire. Cette région n'est pas complètement exempte d'événements de signal potentiels. La coupure est optimisée pour aboutir à un échantillon ayant la même statistique que l'échantillon $\gamma + \cancel{E}_T$ obtenu en 2011 à $\sqrt{s} = 7$ TeV [32] où aucune nouvelle physique n'a été détectée. La coupure est alors définie par $\Delta\phi = |\phi_{\cancel{E}_T} - \phi_\gamma| < 2.9$ pour la région de contrôle.

La table 7.13 rassemble les estimations attendues pour les bruits de fond du modèle standard et montre un bon accord avec le nombre d'événements observés dans les données

Processus	Nombre d'événements
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	$57.6 \pm 3.5 \pm 6.1$
$W\gamma$	$37.8 \pm 2.4 \pm 7.3$
$e \rightarrow \gamma$	15.2 ± 2.0
$\text{jet} \rightarrow \gamma$	9.7 ± 3.2
$\gamma + \text{jets}$	1.9 ± 0.7
$\gamma\gamma$	1.2 ± 1.1
$Z(l\bar{l})\gamma$	0.60 ± 0.05
$W \rightarrow \mu\nu$	0.52 ± 0.12
Halo de faisceau	-
Total	124.6 ± 14.6
Données	123

TABLE 7.13 – Estimations des nombres d'événements attendus pour les processus du modèle standard dans la région de contrôle $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ (facteur d'échelle ρ et K-facteurs inclus).

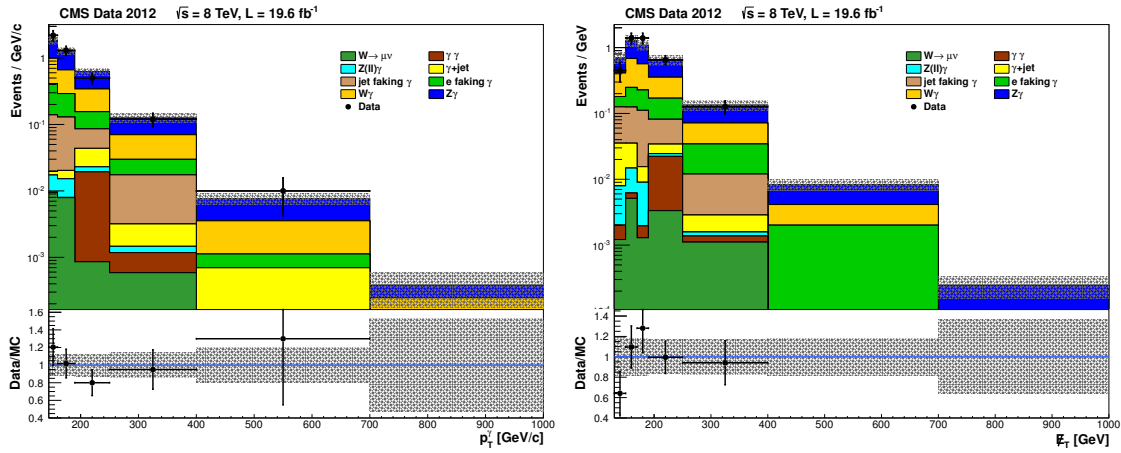


FIGURE 7.40 – Distributions de p_T^γ (gauche) et E_T^{miss} (droite) dans la région de contrôle $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ pour les données (points noirs) et les processus du modèle standard (histogrammes cumulés), comparées à la distribution observée dans les données 2012 avec une luminosité intégrée de 19.6 fb^{-1} . Les bandes grisées représentent le cumul de toutes les incertitudes statistiques et systématiques identifiées.

2012. La figure 7.40 poursuit la comparaison avec les distributions attendues et observées pour l'impulsion transverse du photon p_T^γ et l'énergie transverse manquante E_T^{miss} . Ceci permet de valider la justesse des K-facteurs que j'ai estimés en fonction de p_T^γ pour le processus $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$.

7.4.1.2 Région de contrôle $W\gamma$

Pour étudier une région dominée par le processus $W\gamma$, toutes les coupures définies section 7.1.3 sont là aussi utilisées, à l'exception du veto sur les leptons qui est inversé. L'état final possède donc bien une grande énergie transverse manquante avec un photon de grande impulsion transverse, mais aussi un lepton. Cette région est exempte de tout processus de signal grâce à cette requête.

La table 7.14 résume les différentes estimations attendues pour les bruits de fond dans la région de contrôle $W\gamma$ et montre un accord raisonnable avec le nombre d'événements

Processus	Nombres d'événements
$W\gamma$	$99.3 \pm 6.3 \pm 20.9$
$\text{jet} \rightarrow \gamma$	17.1 ± 5.4
$Z(\ell)\gamma$	5.5 ± 0.3
$W \rightarrow \mu\nu$	2.7 ± 0.3
$e \rightarrow \gamma$	1.2 ± 0.2
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	$0.41 \pm 0.03 \pm 0.05$
γ +jets	0.24 ± 0.07
$\gamma\gamma$	0.012 ± 0.001
Halo de faisceau	-
Total	126.4 ± 22.5
Données	104

TABLE 7.14 – Estimations des nombres d'événements attendus pour les processus du modèle standard dans la région de contrôle $W\gamma$ (facteur ρ et K-facteurs inclus), comparées à la distribution observée dans les données 2012 avec une luminosité intégrée de 19.6 fb^{-1} .

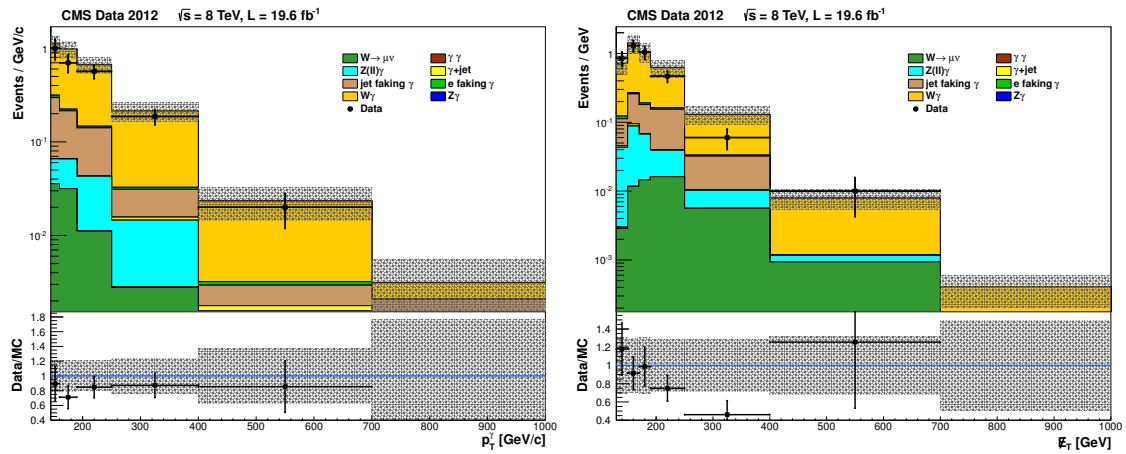


FIGURE 7.41 – Distributions de p_T^γ (gauche) et E_T (droite) dans la région de contrôle $W\gamma$ pour les données (points noirs) et les processus du modèle standard (histogrammes cumulés). Les bandes grisées représentent le cumul de toutes les incertitudes statistiques et systématiques identifiées.

observés dans les données 2012. Ceci permet aussi de valider les K-facteurs que j'ai estimés en fonction de p_T^γ pour le processus $W\gamma$. La figure 7.41 compare les distributions attendues et observées pour les variables p_T^γ et E_T dans la région de contrôle. La région de contrôle apparaît complètement dominée par les événements $W\gamma$ et l'accord est raisonnable entre les distributions attendue et observée.

7.4.2 Estimations du signal et des bruits de fond dans la région de signal

Le bon accord entre nos estimations pour les processus du modèle standard et les données dans les régions de contrôle nous autorise à présent à explorer la région de signal, définie par les coupures présentées dans la section 7.1.3. Après application de l'ensemble des critères de sélection, on observe 630 événements dans la région de signal avec les 19.6 fb^{-1} de données récoltées en 2012. La table 7.15 rassemble les estimations des nombres d'événements attendus pour les bruits de fond du modèle standard dans les données 2012 :

Processus	Nombre d'événements
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	$344.7 \pm 21.0 \pm 37.2$
$W\gamma$	$101.4 \pm 6.5 \pm 19.8$
$e \rightarrow \gamma$	59.5 ± 7.7
$\text{jet} \rightarrow \gamma$	45.4 ± 13.9
Halo du faisceau	24.7 ± 6.2
$\gamma + \text{jets}$	16.7 ± 2.7
$W \rightarrow \mu\nu$	4.9 ± 0.5
$Z(l\bar{l})\gamma$	3.7 ± 0.3
$\gamma\gamma$	3.6 ± 1.6
Total	604.7 ± 63.5
Données	630

TABLE 7.15 – Estimations du nombre d'événements attendus pour les processus du modèle standard dans la région de signal (facteur d'échelle ρ et K-facteurs inclus), comparé à la valeur observée dans les données 2012 avec une luminosité intégrée de 19.6 fb^{-1} .

$N_{\text{événements}}$	$f = 100 \text{ GeV}$	$f = 500 \text{ GeV}$	$f = 750 \text{ GeV}$	$f = 1000 \text{ GeV}$
$M_B = 100 \text{ GeV}$	$(4.68 \pm 0.33) \times 10^6$	11.8 ± 0.82	0.455 ± 0.032	$(4.62 \pm 0.32) \times 10^{-2}$
$M_B = 500 \text{ GeV}$	$(2.40 \pm 0.17) \times 10^6$	6.23 ± 0.43	0.244 ± 0.017	$(2.45 \pm 0.17) \times 10^{-2}$
$M_B = 1000 \text{ GeV}$	$(4.99 \pm 0.35) \times 10^5$	1.17 ± 0.08	$(4.85 \pm 0.34) \times 10^{-2}$	$(4.78 \pm 0.33) \times 10^{-3}$
$M_B = 1500 \text{ GeV}$	$(4.34 \pm 0.30) \times 10^4$	0.111 ± 0.008	$(4.29 \pm 0.30) \times 10^{-3}$	
$M_B = 2000 \text{ GeV}$	$(1.64 \pm 0.11) \times 10^3$	$(4.29 \pm 0.30) \times 10^{-3}$		
$M_B = 2500 \text{ GeV}$	23.5 ± 1.7			
$M_B = 2800 \text{ GeV}$	1.11 ± 0.08			
$M_B = 3000 \text{ GeV}$	$(9.81 \pm 0.7) \times 10^{-2}$			
$M_B = 3200 \text{ GeV}$	$(4.81 \pm 0.35) \times 10^{-3}$			
$M_B = 3500 \text{ GeV}$	$(7.98 \pm 0.61) \times 10^{-6}$			

TABLE 7.16 – Nombres d'événements Branon attendus pour différentes masses et tensions de brane (facteur ρ inclus, cas $N = 1$).

604.7 ± 63.5 événements sont attendus au total, ce qui est compatible avec notre observation sans faire l'hypothèse de la présence de nouvelle physique au vu des incertitudes présentées¹⁷. Ces nombres peuvent être comparés aux nombres attendus d'événements de signal Branon estimés à partir de nos simulations et présentés dans la table 7.16 pour le cas $N = 1$ Branon.

7.4.2.1 Distributions

Le spectre en impulsion transverse du photon p_T^γ ainsi que la distribution en énergie transverse manquante \cancel{E}_T pour les événements sélectionnés sont présentés dans la figure 7.42 et comparés aux estimations du modèle standard. De même, les distributions pour l'impulsion transverse de l'éventuel jet p_T^{jet} , le nombre de vertex de bonne qualité N_{vertex} , le rapport de l'énergie transverse du photon sur l'énergie transverse manquante E_T^γ/\cancel{E}_T et le rapport de l'impulsion transverse de l'éventuel jet autorisé sur l'impulsion transverse du photon $p_T^{\text{jet}}/p_T^\gamma$ sont présentées figures 7.43 et 7.44.

17. Les nombres présentés dans la table 7.15 sont légèrement différents de ceux publiés dans la note d'analyse car ils sont issus de mon propre code d'analyse. Ces différences mineures n'influent pas sur les résultats présentés et le groupe d'analyse n'a pas jugé utile de poursuivre la synchronisation des résultats.

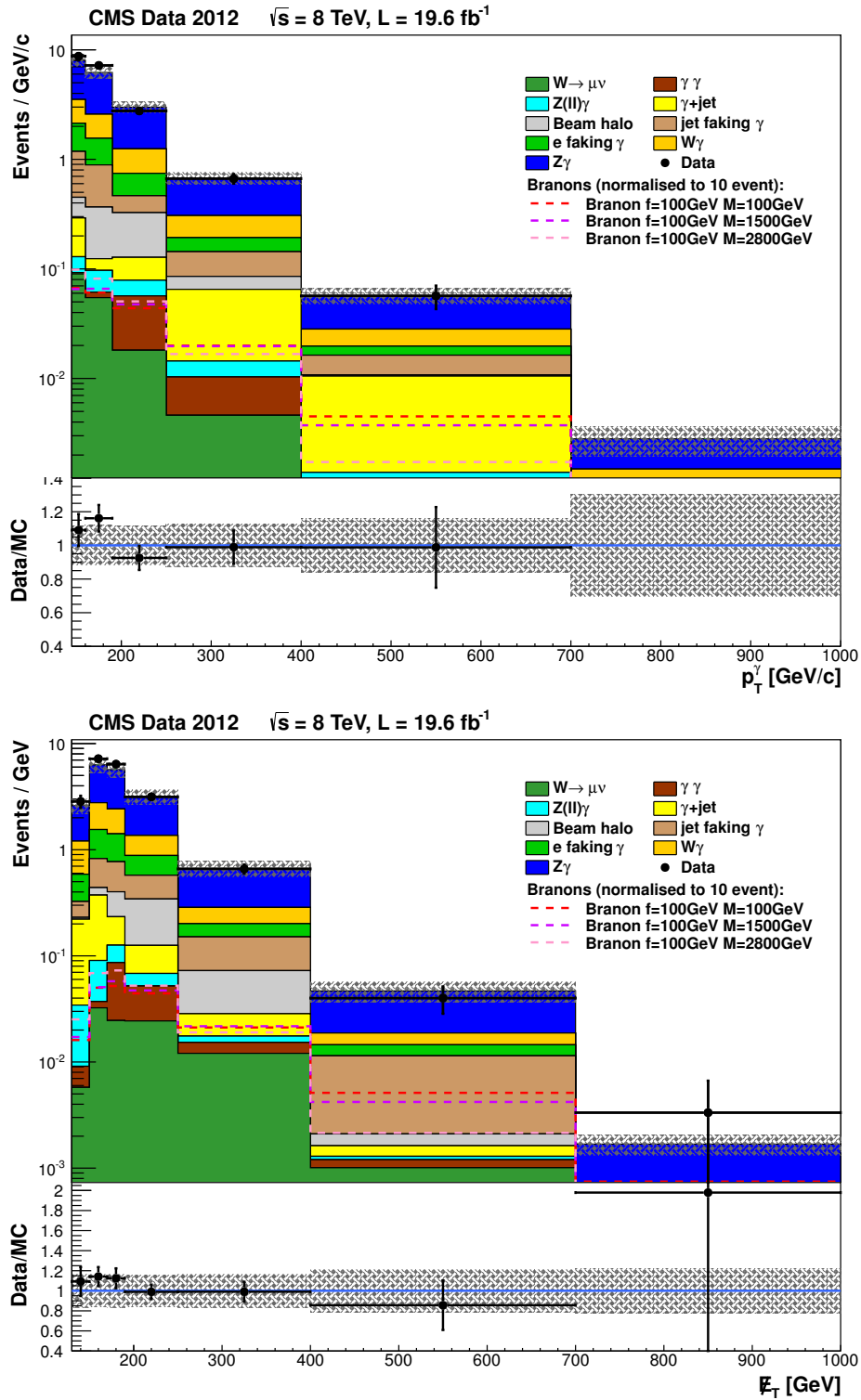


FIGURE 7.42 – Distributions de p_T^γ (haut) et E_T (bas) pour les données (points noirs) et les processus du modèle standard (histogrammes cumulés). Les bandes grisées représentent le cumul de toutes les incertitudes statistiques et systématiques identifiées. Les distributions associées aux signaux Branons sont normalisées à 10 événements pour être graphiquement comparées aux autres distributions.

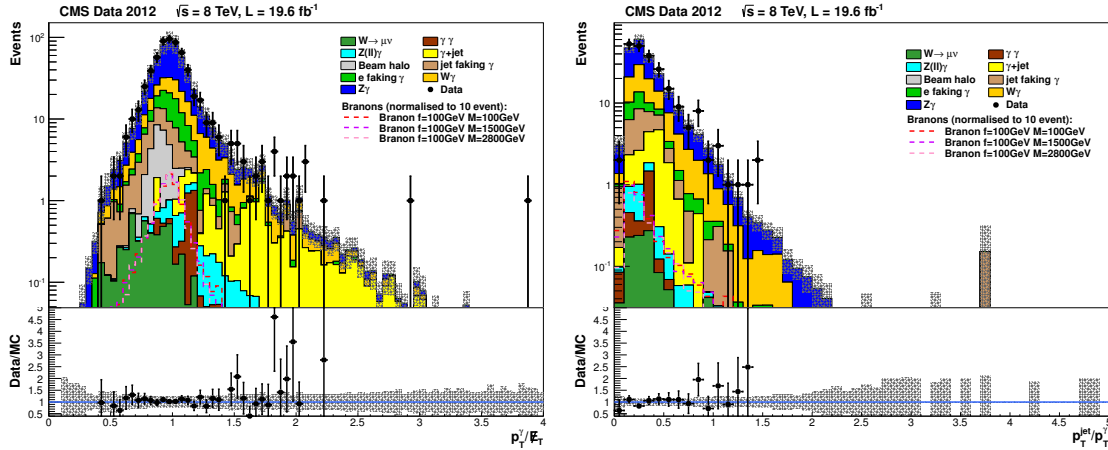


FIGURE 7.43 – Distributions de E_T^γ/\cancel{E}_T (gauche) et p_T^{jet}/p_T^γ (droite) pour les données (points noirs) et les processus du modèle standard (histogrammes cumulés). Les bandes grisées représentent le cumul de toutes les incertitudes statistiques et systématiques identifiées. Les distributions associées aux signaux Branons sont normalisées à 10 événements pour être graphiquement comparées aux autres distributions.

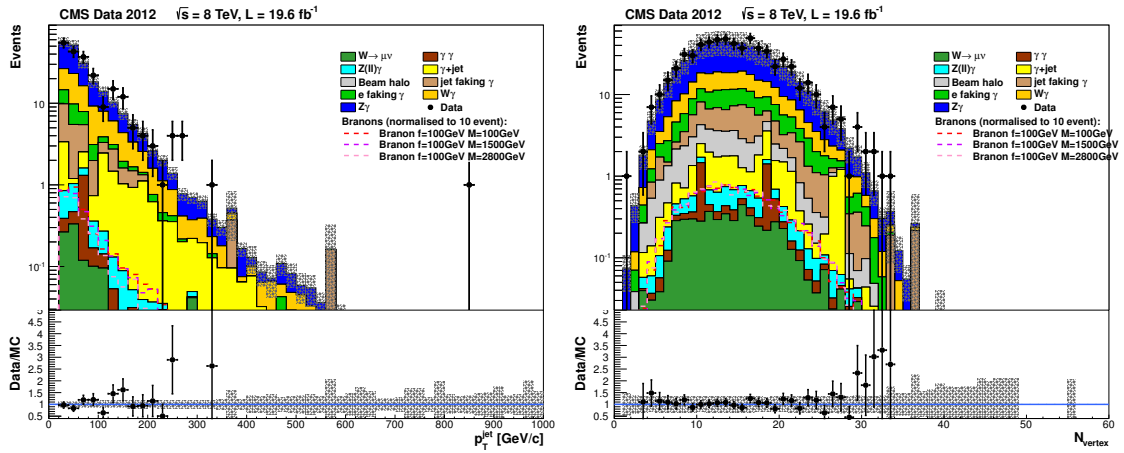


FIGURE 7.44 – Distributions de p_T^{jet} (gauche) et N_{vertex} (droite) pour les données (points noirs) et les processus du modèle standard (histogrammes cumulés). Les bandes grisées représentent le cumul de toutes les incertitudes statistiques et systématiques identifiées. Les distributions associées aux signaux Branons sont normalisées à 10 événements pour être graphiquement comparées aux autres distributions.

Une représentation de l'événement $\gamma + \cancel{E}_T$ de plus haute impulsion transverse p_T^γ sélectionné dans nos données est donnée figure 7.45. L'impulsion transverse du photon reconstruit est de 653 GeV/c, et une importante énergie transverse manquante de 716 GeV est reconstruite dans la direction opposée au photon. Des jets hadroniques isolés accompagnent cet événement, mais ils sont tous d'impulsion transverse inférieure à 30 GeV/c.

Comme les données observées sont compatibles avec les prédictions du modèle standard, des limites sont dérivées sur les sections efficaces associées à des processus de nouvelle physique, en particulier dans le modèle du Branon.

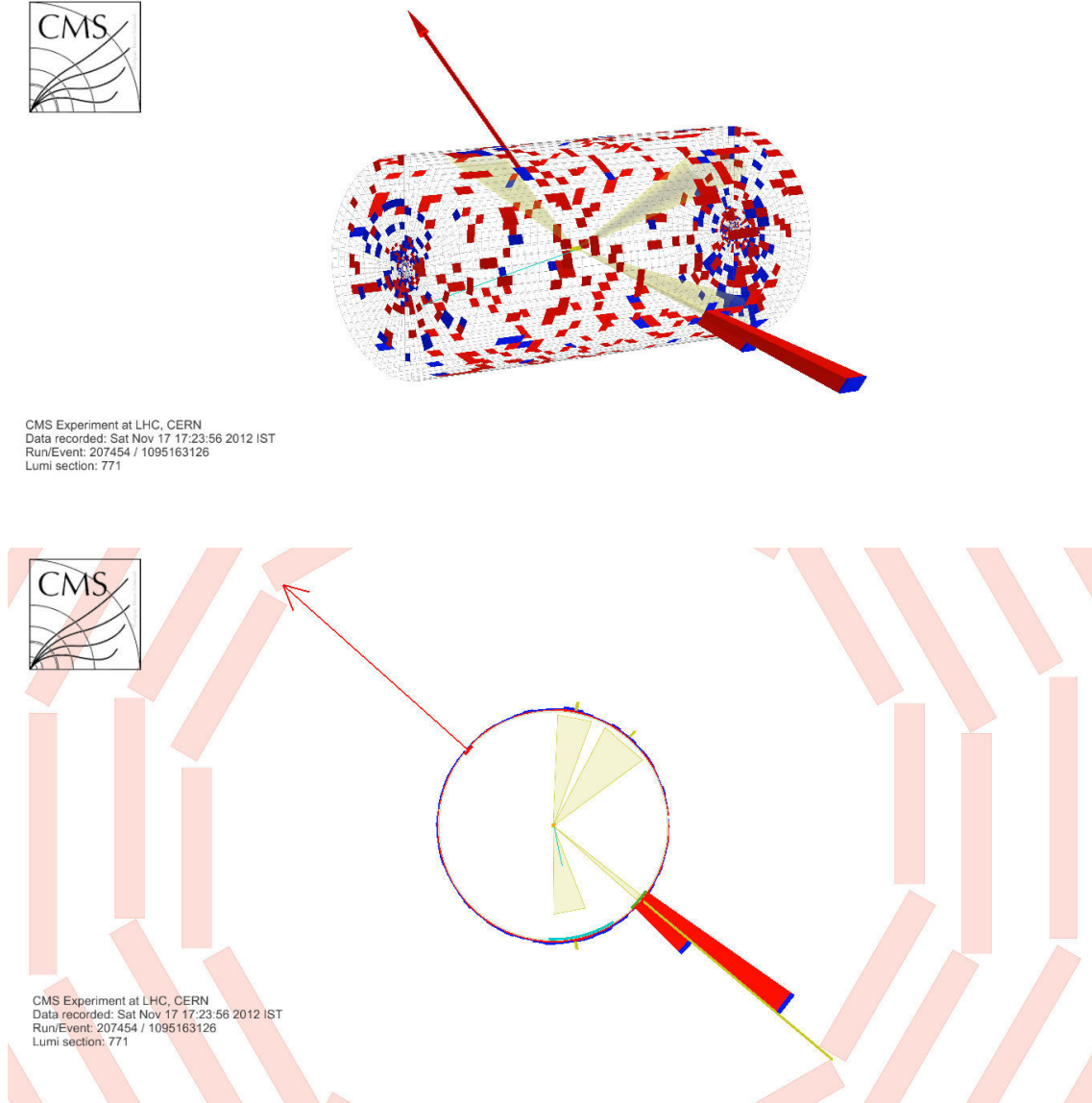


FIGURE 7.45 – Représentation 3D et transverse de l'événement $\gamma + \cancel{E}_T$ de plus grande impulsion transverse p_T^γ sélectionné dans nos données. Les parallélépipèdes rouges (bleus) donnent la position et l'amplitude des dépôts d'énergie dans le ECAL (HCAL). La flèche représente le vecteur $\vec{\cancel{E}}_T$ reconstruit. Les cônes jaunes correspondent aux jets reconstruits par l'algorithme de flux de particules (ils sont tous d'impulsion transverse inférieure à 30 GeV/c). Événement 207454/771/1095163126, $p_T^\gamma = 653$ GeV/c, $\cancel{E}_T = 716$ GeV.

7.4.2.2 Acceptance et efficacités dans la région de signal

Processus	Photon ID	Veto lepton	\cancel{E}_T	$\Delta\phi$	MHT	Veto jet
Bruits de fond						
$W \rightarrow \mu\nu$	0.0857	0.0519	0.0485	0.0481	0.0433	0.0403
$\gamma\gamma$	0.179	0.156	0.000648	0.000628	0.000604	0.000448
$Z(l)\gamma$	33.2	8.25	0.822	0.786	0.579	0.396
γ +jet	5.1	5.02	0.0014	0.00128	0.000239	0.000124
jet $\rightarrow\gamma$	0.516	0.434	0.256	0.225	0.0946	0.0739
$e \rightarrow \gamma$	18.8	18.1	14	7.34	6.84	6.07
$W\gamma$	47.9	19.9	4.41	3.35	2.79	1.77
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$	39.5	39	25.3	24.3	23.4	20
Branons $f = 100$ GeV, $N = 1$						
$M_B = 100$ GeV	51.0	50.4	46.0	44.4	44.0	38.9
$M_B = 1000$ GeV	53.1	52.5	48.0	46.8	46.6	41.8
$M_B = 2000$ GeV	52.0	51.4	47.2	46.5	46.1	42.6
$M_B = 3000$ GeV	52.3	51.7	47.7	47.5	47.2	45.2
$M_B = 3500$ GeV	49.5	49.0	44.6	44.6	44.4	43.3

TABLE 7.17 – Efficacités de sélection cumulées en pourcentage pour différents bruits de fond et des simulations du signal Branon avec différentes masses à une tension de brane $f = 100$ GeV.

Après avoir présenté le bon accord entre les données et les prédictions du modèle standard, nous allons maintenant nous servir de ces résultats pour dériver des limites sur les modèles de Branons. Étudions tout d'abord les acceptances et efficacités de sélection observées dans les simulations de signal Branon. Les efficacités cumulées des critères de sélection utilisés dans notre recherche de signal $\gamma + \cancel{E}_T$ sont présentées dans la table 7.17 pour quelques simulations de signal Branon et les différents bruits de fond. Les valeurs de l'acceptance et des efficacités pour les différents signaux Branon simulés sont présentées dans les tables 7.18, 7.19 et 7.20.

A	$f = 100$ GeV	$f = 500$ GeV	$f = 750$ GeV	$f = 1000$ GeV
$M_B = 100$ GeV	0.636 ± 0.008	0.636 ± 0.008	0.639 ± 0.008	0.632 ± 0.008
$M_B = 500$ GeV	0.641 ± 0.008	0.635 ± 0.008	0.643 ± 0.008	0.646 ± 0.008
$M_B = 1000$ GeV	0.659 ± 0.008	0.654 ± 0.008	0.650 ± 0.008	0.652 ± 0.008
$M_B = 1500$ GeV	0.657 ± 0.008	0.650 ± 0.008	0.659 ± 0.008	
$M_B = 2000$ GeV	0.654 ± 0.009	0.662 ± 0.009		
$M_B = 2500$ GeV	0.658 ± 0.009			
$M_B = 2800$ GeV	0.658 ± 0.010			
$M_B = 3000$ GeV	0.637 ± 0.011			
$M_B = 3200$ GeV	0.620 ± 0.012			
$M_B = 3500$ GeV	0.594 ± 0.018			

TABLE 7.18 – Acceptances A observées dans les simulations Monte-Carlo de signaux Branon, en fonction de la masse des Branons M_B et de la tension de brane f ($p_{T_{gen}}^\gamma > 130$ GeV/ c , cas $N = 1$).

A	$f = 100 \text{ GeV}$	$f = 500 \text{ GeV}$	$f = 750 \text{ GeV}$	$f = 1000 \text{ GeV}$
$M_B = 100 \text{ GeV}$	0.413 ± 0.007	0.414 ± 0.007	0.414 ± 0.007	0.413 ± 0.007
$M_B = 500 \text{ GeV}$	0.416 ± 0.007	0.419 ± 0.007	0.416 ± 0.007	0.424 ± 0.007
$M_B = 1000 \text{ GeV}$	0.443 ± 0.007	0.433 ± 0.007	0.431 ± 0.007	0.433 ± 0.007
$M_B = 1500 \text{ GeV}$	0.441 ± 0.007	0.449 ± 0.007	0.452 ± 0.007	
$M_B = 2000 \text{ GeV}$	0.452 ± 0.008	0.462 ± 0.008		
$M_B = 2500 \text{ GeV}$	0.466 ± 0.009			
$M_B = 2800 \text{ GeV}$	0.489 ± 0.009			
$M_B = 3000 \text{ GeV}$	0.480 ± 0.010			
$M_B = 3200 \text{ GeV}$	0.463 ± 0.011			
$M_B = 3500 \text{ GeV}$	0.459 ± 0.017			

TABLE 7.19 – Efficacités de sélection $A \times \epsilon_{MC}$ observées dans les simulations Monte-Carlo de signaux Branon, en fonction de la masse des Branons M_B et de la tension de brane f (ici les incertitudes sont purement statistiques, aucun facteur d'échelle ρ n'est appliqué, ni les incertitudes systématiques de la table 7.12 ; $p_{T_{gen}}^\gamma > 130 \text{ GeV}/c$, cas $N = 1$).

$A \times \epsilon_{MC}$	$f = 100 \text{ GeV}$	$f = 500 \text{ GeV}$	$f = 750 \text{ GeV}$	$f = 1000 \text{ GeV}$
$M_B = 100 \text{ GeV}$	0.389 ± 0.029	0.390 ± 0.029	0.390 ± 0.029	0.390 ± 0.029
$M_B = 500 \text{ GeV}$	0.392 ± 0.029	0.394 ± 0.029	0.392 ± 0.029	0.399 ± 0.029
$M_B = 1000 \text{ GeV}$	0.418 ± 0.031	0.408 ± 0.030	0.406 ± 0.030	0.408 ± 0.030
$M_B = 1500 \text{ GeV}$	0.416 ± 0.031	0.423 ± 0.031	0.426 ± 0.031	
$M_B = 2000 \text{ GeV}$	0.426 ± 0.031	0.436 ± 0.032		
$M_B = 2500 \text{ GeV}$	0.439 ± 0.033			
$M_B = 2800 \text{ GeV}$	0.461 ± 0.034			
$M_B = 3000 \text{ GeV}$	0.452 ± 0.034			
$M_B = 3200 \text{ GeV}$	0.436 ± 0.033			
$M_B = 3500 \text{ GeV}$	0.433 ± 0.035			

TABLE 7.20 – Efficacités de sélection $A \times \epsilon_{MC}$ observées dans les simulations Monte-Carlo de signaux Branon, en fonction de la masse des Branons M_B et de la tension de brane f (facteur d'échelle ρ et incertitudes systématiques inclus, $p_{T_{gen}}^\gamma > 130 \text{ GeV}/c$, cas $N = 1$).

On remarque que les efficacités ne dépendent pas de la tension de brane f mais seulement de la masse des Branons M_B . Ceci est attendu si on se réfère à l'expression théorique de la section efficace $pp \rightarrow \gamma\pi_B\pi_B$ (équation 5.73) où la tension n'intervient que comme un facteur de normalisation, et non dans la cinématique de l'événement. On observe que l'efficacité est croissante avec la masse des Branons, jusqu'à une masse M_B d'environ 2.8 TeV, puis décroît.

L'effet des différentes coupures sur la sélection de signaux Branon est présenté dans la table 7.17. On observe que la différenciation des efficacités suivant la masse intervient après la coupure en $\Delta\phi$, la minimisation MHT et le veto sur les jets. On l'explique par le fait que plus les Branons sont massifs, moins on a d'énergie disponible sur les 8 TeV initiaux pour radier un jet. Ceci s'observe dans la moyenne de la distribution du nombre de jets de plus de 30 GeV dans un événement (figure 7.7) qui décroît avec la masse du Branon. De plus, moins on a de jets radiés dans l'état initial, plus les photons et la paire de Branons sont dos à dos ce qui s'observe dans la distribution de $\Delta\phi$ (figure 7.3). Le

raisonnement qui s'applique au jet finit aussi par s'appliquer au photon à partir d'une masse de Branon de 2.8 TeV. On observe qu'à partir de cette masse, l'acceptance décroît car il devient de moins en moins probable de produire un photon d'impulsion transverse supérieure à 145 GeV/c, alors que 8 TeV au maximum sont disponibles dans le centre de masse et qu'une paire de Branons de 3 TeV chacun est produite.

7.4.3 Limites sur le modèle du Branon

Aucune preuve significative de production de Branons avec l'expérience CMS n'a été trouvée dans les données 2012 pour le canal $pp \rightarrow \gamma\pi_B\pi_B$. Nos résultats sont donc interprétés en terme de limites sur les paramètres du modèle f (tension de brane) et M_B (masse des Branons). Deux valeurs du nombre de Branons N sont étudiées pour comparer nos résultats à ceux présentés au chapitre 5. Ce sont les premières limites expérimentales établies en collisionneur depuis les résultats de la collaboration L3 auprès du collisionneur LEP [36]. Deux méthodes sont possibles pour les dériver.

7.4.3.1 Méthode de comptage

σ [fb]	$f = 100$ GeV	$f = 500$ GeV	$f = 750$ GeV	$f = 1000$ GeV
$M_B = 100$ GeV	20.2(18.1)	20.7(18.4)	21.0(18.7)	20.7(18.5)
$M_B = 500$ GeV	20.1(17.9)	19.8(17.7)	19.8(17.6)	19.7(17.6)
$M_B = 1000$ GeV	18.5(16.5)	20.3(18.1)	18.9(16.9)	19.6(17.5)
$M_B = 1500$ GeV	19.1(17.1)	19.1(17.0)	19.3(17.2)	
$M_B = 2000$ GeV	18.7(16.6)	18.2(16.2)		
$M_B = 2500$ GeV	18.1(16.2)			
$M_B = 2800$ GeV	17.4(15.5)			
$M_B = 3000$ GeV	17.4(15.5)			
$M_B = 3200$ GeV	18.1(16.2)			
$M_B = 3500$ GeV	18.3(16.2)			

TABLE 7.21 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observées (attendues) sur la section efficace de production de Branons en fonction de leur masse M_B pour différentes tensions de brane par la méthode de comptage (cas $N = 1$).

M_B [GeV]	100	500	1000	1500	2000	2500	2800	3000	3200	3500
Observée f [GeV] (N=1)	361	331	281	207	150	95	59	47	36	20
Attendue f [GeV] (N=1)	361	336	286	214	154	96	59	48	36	20
Observée f [GeV] (N=7)	461	425	362	280	192	103	74	56	42	20
Attendue f [GeV] (N=7)	461	432	367	283	193	109	75	57	42	20

TABLE 7.22 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observées et attendues sur la tension de brane f en fonction de la masse des Branons M_B pour deux valeurs du nombre de Branons N , par la méthode de comptage.

La méthode de comptage s'appuie uniquement sur les nombres d'événements attendus et observés. La non observation d'événements liés à la production de Branons est traduite en un contour d'exclusion à 95% de niveau de confiance dans l'espace des paramètres du modèle. Pour dériver des limites expérimentales sur la section efficace de pro-

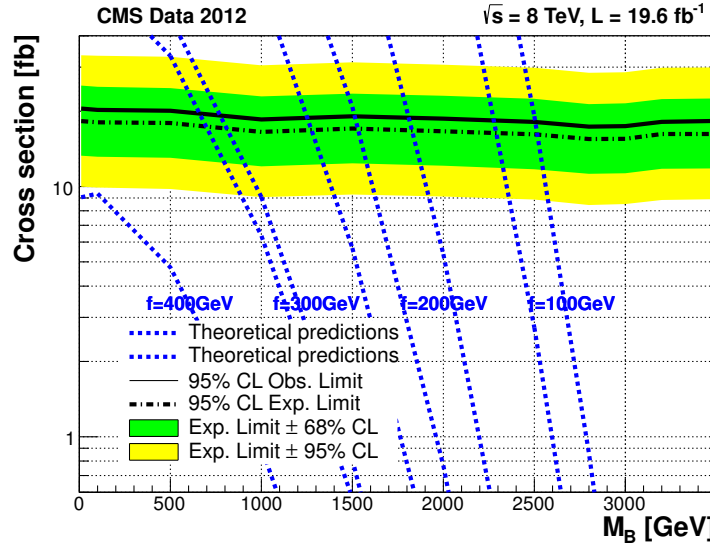


FIGURE 7.46 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observée et attendue sur la section efficace de production de Branons en fonction de leur masse M_B , obtenues à $f = 100$ GeV par la méthode de comptage. La section efficace limite est comparée aux sections efficaces de production théoriques pour quatre valeurs de tension de brane f et $N = 1$ Branon.

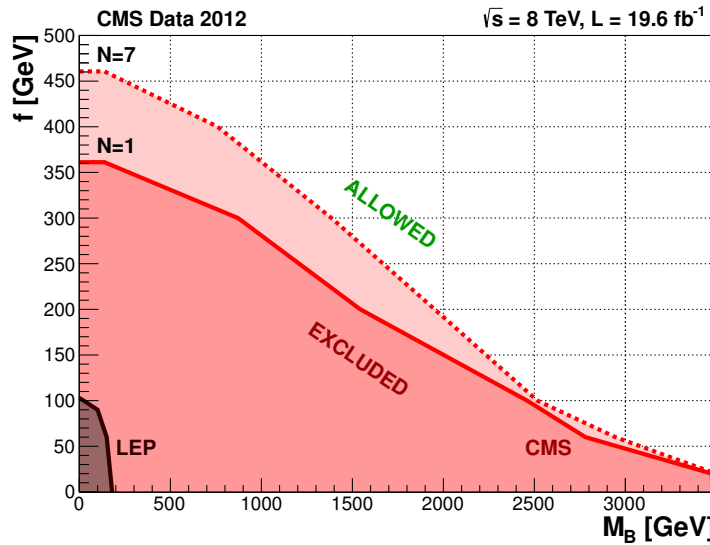


FIGURE 7.47 – Exclusion à 95% de niveau de confiance dans l'espace des paramètres du modèle du Branon par la méthode de comptage, pour deux valeurs du nombre de Branons N .

duction de Branons, l'outil officiel utilisé dans la collaboration CMS pour les recherches non-résonantes est utilisé [37]. La méthode CLS [31] est adoptée et les incertitudes systématiques (présentées table 7.12) sont traitées comme des paramètres de nuisance avec des distributions log-normales¹⁸.

18. Une variable aléatoire X admet une loi log-normale (ou logarithmiquement normale), si elle possède

Les limites dérivées sont présentées dans les figures 7.46 et 7.47. Les sections efficaces limites présentées dans la table 7.21 apparaissent indépendantes de la tension de brane f , comme attendu d'après l'équation 5.73 donnant la section efficace différentielle du processus (voir aussi table 7.20 et 7.21). Les sections efficaces limites sont à peu près constantes en fonction de la masse du Branon, car les efficacités de sélection dépendent peu de ce paramètre. Les sections efficaces théoriques représentées sur cette figure permettent de traduire ces limites supérieures sur la section efficace en exclusion dans l'espace des paramètres du modèle (figure 7.47). Seules les sections efficaces théoriques pour quatre valeurs de f et $N = 1$ sont représentées, mais celles-ci sont disponibles pour toute valeur de la tension de brane et N . L'ensemble des intersections entre les courbes des sections efficaces théoriques et la courbe de la section efficace limite observée de la figure 7.46 permet de construire le domaine d'exclusion de la figure 7.47 et la table 7.22.

Pour des Branons de masse nulle, la limite observée sur la tension de brane est supérieure à 361 GeV à 95% de niveau de confiance pour $N = 1$ (461 GeV pour $N = 7$). A de faibles tensions de brane (20 GeV), la limite sur la masse des Branons est portée à 3.5 TeV.

7.4.3.2 Méthode des formes de spectre

La méthode des formes de spectre utilise les spectres en impulsion transverse du photon p_T^γ mesurés et attendus pour dériver des limites sur les paramètres du modèle. Cette méthode s'appuie donc sur plus d'information que la simple méthode de comptage, et les limites s'en trouvent améliorées. Pour dériver des limites supérieures sur la section efficace de production de Branons par cette méthode, l'outil statistique officiel Higgs Combination Tool est utilisé [38].

La méthode CLS [31] pour dériver des limites à 95% de niveau de confiance est adoptée et les incertitudes systématiques sont traitées comme des paramètres de nuisance avec des distributions log-normales. Plus précisément, les incertitudes systématiques n'affectant pas la forme du spectre en photon mais seulement sa normalisation (incertitudes sur la résolution des jets, énergie manquante et d'empilement, voir section 7.3.2) sont traitées comme des paramètres de nuisance simples. Concernant les incertitudes affectant la forme du spectre, telles que les K-facteurs et les incertitudes liées à la résolution de la mesure de l'énergie du photon (marquées par une astérisque dans la table 7.12), les spectres d'amplitude maximum et minimum à 68% de niveau de confiance sont fournis à l'outil statistique. Les corrélations entre intervalles en p_T^γ liées aux K-facteurs sont aussi prises en compte.

Les limites dérivées sont présentées dans les figures 7.49 et 7.50. Les sections efficaces limites présentées figure 7.50 apparaissent là encore indépendantes de la tension de brane f (voir aussi table 7.23). Elles ne sont cependant pas constante avec la masse du Branon. En effet, nos limites les plus fortes sur la section efficace de production du Branon sont obtenues par les intervalles en p_T^γ de grande impulsion (voir figures 7.42 et 7.48). Le léger excès d'événements observé dans les données se situe essentiellement dans les intervalles de petite impulsion. Or, les spectres en p_T^γ issus des modèles de Branon sont plus durs à mesure que la masse de ces derniers diminue. Par conséquent, il est attendu d'obtenir des

une densité de probabilité $f(x)$ donnée par l'expression :

$$f(x; \mu, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad (7.32)$$

où μ et σ sont respectivement la moyenne et l'écart type de la variable aléatoire $Y = \ln X$. Cette loi de probabilité est recommandée pour les corrections multiplicatives positives.

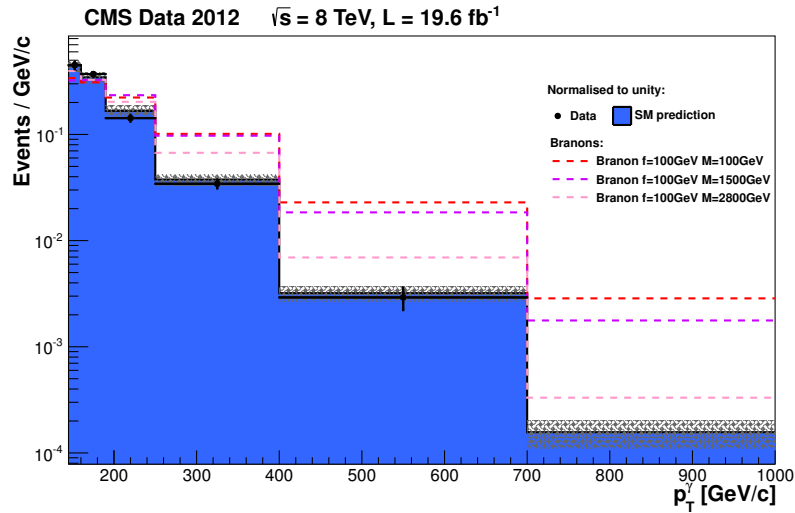


FIGURE 7.48 – Distributions en p_T^γ normalisées à l'unité pour les prédictions du modèle standard, les données, et trois modèles de Branon. Les spectres des Branons sont de plus en plus mous à mesure que la masse des Branons augmente.

limites plus importantes à basse masse M_B car c'est alors la partie dure du spectre qui contraint le plus le modèle. Les sections efficaces théoriques représentées sur cette figure permettent de traduire ces limites supérieures sur la section efficace en domaine d'exclusion dans l'espace des paramètres du modèle (figure 7.50).

Pour des Branons de masse nulle, la tension de brane est observée supérieure à 412 GeV à 95% de niveau de confiance pour $N = 1$ (534 GeV pour $N = 7$). A de faibles tensions de brane (20 GeV), la limite sur la masse des Branons est portée à 3.5 TeV. Des limites plus fortes sont donc obtenues par cette méthode à basse masse de Branon. Ces limites sont les plus contraignantes obtenues en collisionneur sur le modèle du Branon. Une comparaison avec les dernières limites expérimentales dérivées par la collaboration L3 auprès du collisionneur LEP est proposée figure 7.50. Ces limites complètent et améliorent aussi celles dérivées phénoménologiquement dans les travaux de la référence [39].

σ [fb]	$f = 100$ GeV	$f = 500$ GeV	$f = 750$ GeV	$f = 1000$ GeV
$M_B = 100$ GeV	7.3(8.1)	7.9(8.5)	7.0(8.2)	7.4(8.3)
$M_B = 500$ GeV	7.3(8.4)	7.5(8.1)	7.0(7.9)	7.0(8.2)
$M_B = 1000$ GeV	7.4(8.1)	7.5(8.7)	8.3(8.8)	7.8(8.4)
$M_B = 1500$ GeV	8.7(9.3)	9.2(9.7)	9.7(10.2)	
$M_B = 2000$ GeV	10.5(10.6)	10.5(10.6)		
$M_B = 2500$ GeV	13.2(12.4)			
$M_B = 2800$ GeV	14.9(13.2)			
$M_B = 3000$ GeV	16.8(14.1)			
$M_B = 3200$ GeV	21.5(15.3)			
$M_B = 3500$ GeV	18.5(11.9)			

TABLE 7.23 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observée (attendue) sur la section efficace de production de Branons en fonction de leur masse M_B pour différentes valeurs de la tension de brane f , par la méthode des formes de spectre (cas $N = 1$).

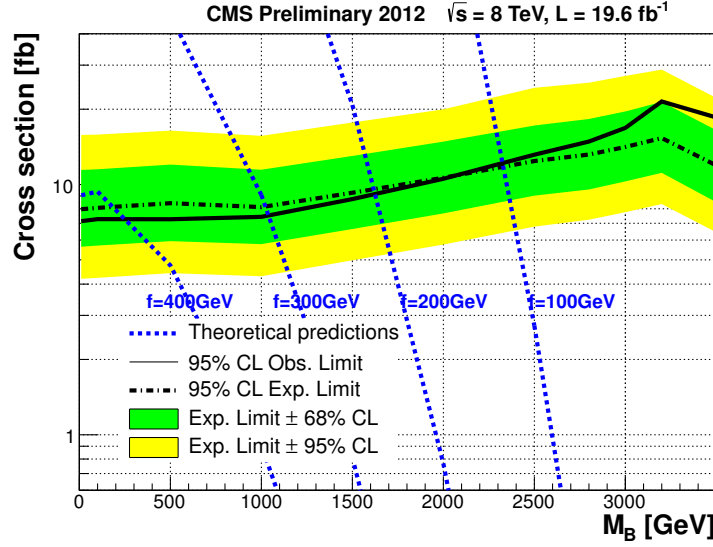


FIGURE 7.49 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observée (attendue) sur la section efficace de production de Branons en fonction de leur masse M_B , obtenues à $f = 100$ GeV par la méthode des formes de spectre. La section efficace limite est comparée aux sections efficaces de production théoriques pour quatre valeurs de tension de brane f et $N = 1$ Branon.

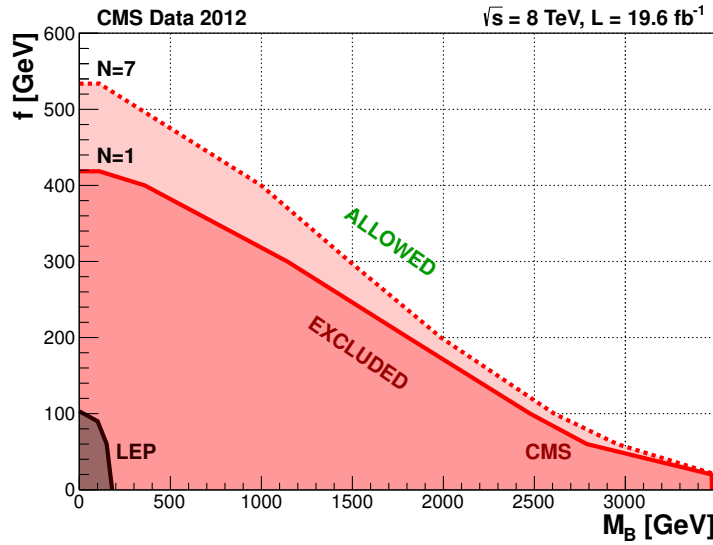


FIGURE 7.50 – Exclusion à 95% de niveau de confiance dans l'espace des paramètres du modèle du Branon par la méthode des formes de spectre, pour deux valeurs du nombre de Branons N .

L'ensemble des figures et tableaux présentés dans cette section sur les limites obtenues par la méthode des formes de spectre figurent dans l'article et le Physics Analysis Summary publiés par la collaboration CMS pour rendre compte des résultats de la recherche d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$.

M_B [GeV]	100	500	1000	1500	2000	2500	2800	3000	3200	3500
Observée f [GeV] (N=1)	419	382	318	246	171	97	59	48	36	20
Attendue f [GeV] (N=1)	400	361	303	235	166	97	59	48	36	20
Observée f [GeV] (N=7)	534	475	400	297	198	118	78	57	42	20
Attendue f [GeV] (N=7)	400	400	392	293	197	115	77	57	42	20

TABLE 7.24 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance observées et attendues dans l'espace des paramètres du modèle du Branon pour deux valeurs du nombre de Branons N , par la méthode des formes de spectre.

7.4.4 Contraintes sur d'autres modèles

Dans le groupe d'analyse mono-photon de CMS, nous avons aussi dérivé des limites expérimentales sur d'autres modèles complétant celles obtenues dans mon travail de thèse.

7.4.4.1 Modèle ADD

σ [fb]	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
$M_D = 1$ TeV	19.9(21.2)	19.2(21.1)	18.2 (20.3)	18.4(20.0)
$M_D = 2$ TeV	10.1(13.5)	10.3(13.8)	11.0(14.3)	11.8(15.3)
$M_D = 3$ TeV	8.0(11.3)	8.0(11.6)	8.2(11.4)	9.7(13.3)

TABLE 7.25 – Limites supérieures à 95% de niveau de confiance sur la section efficace de production de gravitons de Kaluza-Klein dans le modèle ADD en fonction de l'échelle d'énergie M_D et du nombre de dimensions supplémentaires n .

Grâce aux résultats de notre recherche de signal $\gamma + \cancel{E}_T$, des limites peuvent être dérivées sur les paramètres du modèle ADD présenté en section 5.1.2. Les deux paramètres considérés sont la masse de Planck à D dimensions M_D et le nombre de dimensions supplémentaires n .

Dans le modèle ADD, le spectre en impulsion transverse du photon devient plus dur avec l'échelle d'énergie M_D . Des limites supérieures sur la section efficace de production de gravitons dans le modèle ADD à 95% de niveau de confiance en utilisant la méthode de forme des spectres sont dérivées à partir des distributions en impulsion transverse du photon de la figure 7.42. Les limites sont présentées dans la table 7.25.

n	Limite observée [TeV]	Limite attendue [TeV]
3	2.30	1.99
4	2.20	1.99
5	2.04	1.99
6	2.00	1.99

TABLE 7.26 – Limites inférieures sur la masse de Planck M_D en fonction du nombre de dimensions supplémentaires n à l'ordre LO pour le modèle ADD, à 95% de niveau de confiance.

La figure 7.51 donne les limites supérieures sur la section efficace de production de gravitons dans le modèle ADD pour $n = 3, 4, 5, 6$ en fonction de l'échelle M_D . De cette figure sont déduites les limites inférieures sur la valeur de l'échelle d'énergie M_D en fonction du nombre de dimensions supplémentaires n (table 7.26). Ces limites sont comparées

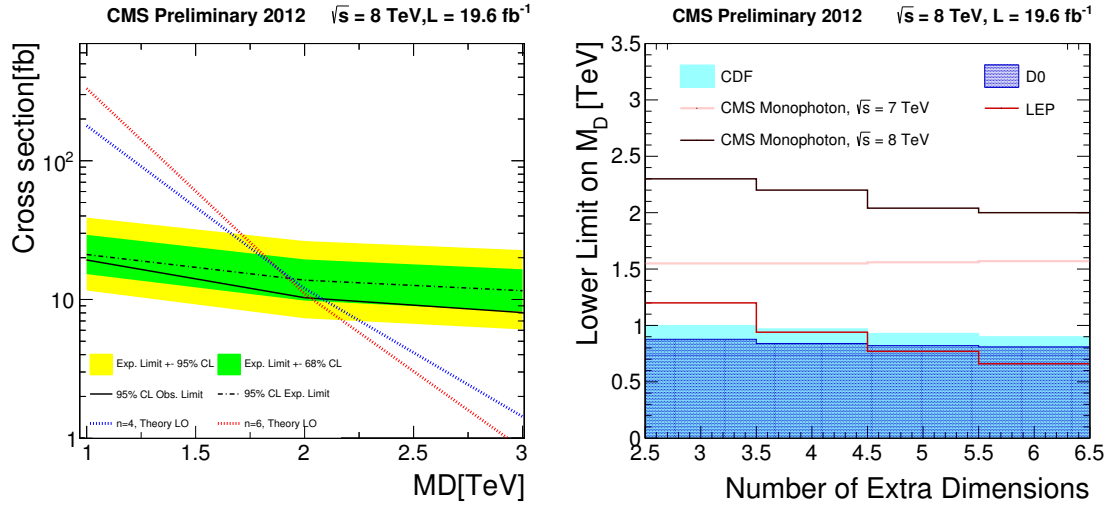


FIGURE 7.51 – Gauche : limites supérieures sur la section efficace de production de graviton dans le modèle ADD à 95% de niveau de confiance en fonction de l'échelle d'énergie M_D comparées à la section efficace LO pour différentes valeurs du nombre de dimensions supplémentaires n . Droite : limites inférieures sur l'échelle d'énergie M_D en fonction du nombre de dimensions supplémentaires n , comparées aux résultats LO obtenus par les expériences du Tevatron [40, 41] et de l'expérience DELPHI auprès du LEP [42]. Les limites dérivées par la méthode de comptage par la précédente analyse mono-photon [32] sont aussi présentées.

aux précédents résultats obtenus par les expériences du Tevatron [41, 40] et l'expérience DELPHI auprès du LEP [42] dans la figure 7.51. On exclut toute valeur de M_D inférieure à 2 TeV à 95% de niveau de confiance (à l'ordre LO).

7.4.4.2 Matière noire

Pour établir des contraintes sur la production de WIMP (noté χ) au LHC, les vertex de production présentés section 1.2.4.1 sont étudiés.

Des limites à 90% de niveau de confiance sont établies, pour être comparables aux limites obtenues dans les expériences de détection directe et indirecte de WIMP. Cette comparaison est toujours sujette à débat car les vertex étudiés ici proviennent d'un modèle effectif alors que ce n'est pas le cas dans les expériences de détection directe et indirecte. Néanmoins la comparaison est présentée ici. Les tables 7.27 et 7.28 présentent les limites supérieures sur la section efficace de production de WIMP pour les opérateurs vectoriel et axial-vecteur. La méthode de forme des spectres est utilisée.

Les limites supérieures sur la section efficace sont traduites en limites inférieures sur l'échelle Λ par la relation :

$$\Lambda_{obs} = \Lambda_{théo} \left(\frac{\sigma_{théo}}{\sigma_{obs}} \right)^{1/4} \quad (7.33)$$

où $\Lambda_{théo}$ a été fixé à 10 TeV, et $\sigma_{théo}$ est la section efficace théorique de production des WIMP et σ_{obs} la limite supérieure observée sur celle-ci.

Comparaison aux expériences de détection directe et indirecte : Les limites sur le paramètre Λ sont traduites en limites sur la section efficace d'interaction χ -nucléon par

Masse du WIMP [GeV]	$\sigma_{théo}$ [pb]	σ [fb]	Λ [GeV]	$\sigma_{\chi-nucléon}$ [cm ²]
1	2.4666×10^{-7}	7.8(10.6)	750(694)	8.2×10^{-40} (1.1×10^{-39})
10	2.4614×10^{-7}	8.0(10.5)	745(696)	2.6×10^{-39} (3.5×10^{-39})
100	2.4437×10^{-7}	8.0(11.2)	742(684)	3.2×10^{-39} (4.4×10^{-39})
200	2.1687×10^{-7}	7.6(9.9)	729(684)	3.4×10^{-39} (4.4×10^{-39})
300	1.786×10^{-7}	6.9(9.4)	714(660)	3.7×10^{-39} (5.1×10^{-39})
500	1.0291×10^{-7}	5.2(7.8)	666(602)	4.9×10^{-39} (7.4×10^{-39})
1000	1.539×10^{-8}	4.9(7.2)	422(382)	3.1×10^{-38} (4.6×10^{-38})

TABLE 7.27 – Sections efficaces théoriques de production de WIMP au LHC pour l'opérateur vectoriel ($p_{T^{gen}}^{\gamma} > 130$ GeV), et les limites supérieures observées (attendues) à 90% de niveau de confiance. Les limites inférieures sur l'échelle Λ à 90% de niveau de confiance sont aussi présentées, ainsi que les limites supérieures sur la section efficace d'interaction χ -nucléon spin-indépendante. Ces nombres sont présentés en fonction de la masse supposée du WIMP.

Masse du WIMP [GeV]	$\sigma_{théo}$ [pb]	σ [fb]	Λ [GeV]	$\sigma_{\chi-nucléon}$ [cm ²]
1	2.4561×10^{-7}	7.9(10.5)	746(694)	3.1×10^{-41} (4.1×10^{-41})
10	2.4685×10^{-7}	7.9(11.0)	748(688)	9.6×10^{-41} (1.3×10^{-40})
100	2.1842×10^{-7}	8.2(10.7)	718(671)	1.3×10^{-40} (1.7×10^{-40})
200	1.6313×10^{-7}	6.7(9.5)	702(643)	1.5×10^{-40} (2.0×10^{-40})
300	1.1254×10^{-7}	5.8(8.5)	663(604)	1.8×10^{-40} (2.6×10^{-40})
500	4.8798×10^{-8}	5.5(8.1)	544(495)	4.0×10^{-40} (5.9×10^{-40})
1000	4.2131×10^{-9}	5.3(7.7)	298(272)	4.5×10^{-39} (6.5×10^{-39})

TABLE 7.28 – Sections efficaces théoriques de production de WIMP au LHC pour l'opérateur axial-vecteur ($p_{T^{gen}}^{\gamma} > 130$ GeV), et les limites supérieures observées (attendues) à 90% de niveau de confiance. Les limites inférieures sur l'échelle Λ à 90% de niveau de confiance sont aussi présentées, ainsi que les limites supérieures sur la section efficace d'interaction χ -nucléon spin-dépendante. Ces nombres sont présentés en fonction de la masse supposée du WIMP.

les formules :

$$\sigma_{SI} = \frac{9}{\pi} \left(\frac{\mu}{\Lambda^2} \right)^2 \quad (7.34)$$

$$\sigma_{SD} = \frac{0.33}{\pi} \left(\frac{\mu}{\Lambda^2} \right)^2 \quad (7.35)$$

pour les interactions spin-dépendantes (opérateur axial-vecteur) et spin-indépendantes (opérateur vectoriel) respectivement. Ici, μ est la masse réduite du système χ -nucléon :

$$\mu \equiv \left(\frac{m_{DM} m_p}{m_{DM} + m_p} \right) \quad (7.36)$$

où m_{DM} est la masse supposée du WIMP et m_p est la masse du nucléon (ici un proton). Les limites obtenues sont comparées à celles dérivées par les expériences de détection directe et indirecte¹⁹ (voir figure 7.52). Nos limites sont complémentaires de celles apportées par ces

19. La comparaison des limites obtenues au LHC à celles obtenues dans les expériences de détection directe et indirecte est aujourd'hui sujet à controverse, mais dans cette thèse je ne rentrerai pas dans ce débat.

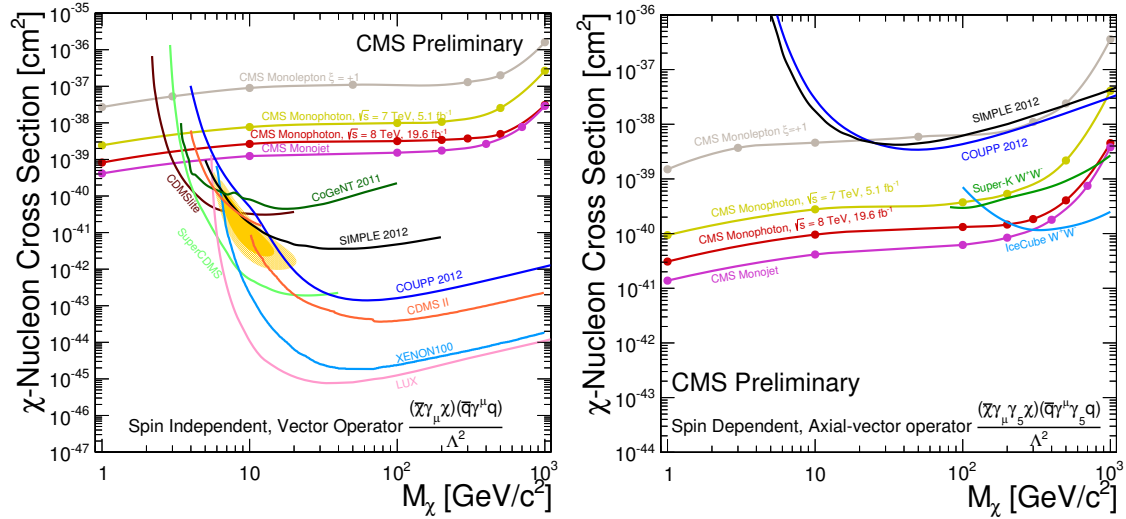


FIGURE 7.52 – Limites supérieures à 90% de niveau de confiance obtenues dans notre analyse sur la section efficace d’interaction χ -nucléon en fonction de la masse supposée des WIMP M_χ pour les modèles vecteur (spin-indépendants, figure de gauche) et axial-vecteur (spin-dépendants, figure de droite). Ces limites sont comparées aux résultats publiés par les différentes expériences de détection directe et indirecte [43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52]. Les limites dérivées par la méthode de comptage par la précédente analyse mono-photon [32] sont aussi présentées.

expériences à basse masse. Dans le cas spin-dépendant, les limites établies en collisionneur rivalisent même sur une grande partie de l’intervalle en masse m_{DM} étudié.

p_T^γ [GeV]	$\sigma \cdot A$ [fb] (95%)	$\sigma \cdot A$ [fb] (90%)
145	14.03(13.01)	11.94(10.91)
160	11.00(10.51)	9.29(8.84)
190	5.40(6.38)	4.45(5.37)
250	2.94(3.24)	2.43(2.70)
400	0.87(1.002)	0.71(0.83)
700	0.22(0.32)	0.16(0.25)

TABLE 7.29 – Limites supérieures observées (attendues) à 95% et 90% de niveau de confiance en fonction de la coupure sur l’impulsion du photon pour des modèles génériques.

7.4.4.3 Section efficace limite

Pour donner la possibilité à la communauté scientifique d’utiliser nos résultats pour tout type de modèle, nous avons aussi dérivé des limites supérieures indépendantes de tout modèle. La table 7.29 présente les limites supérieures attendue et observée sur la section efficace limite de production de nouvelle physique σ , multipliée par l’acceptance géométrique et cinématique²⁰ du détecteur A . Ces nombres sont calculés en fonction de la

20. Pour rappel, l’acceptance dans notre recherche d’événements $\gamma + \cancel{E}_T$ est définie par la présence d’un photon d’impulsion transverse supérieure à 145 GeV/c dans le tonneau du ECAL ($|\eta^\gamma| < 1.4442$).

coupure imposée sur l'impulsion du photon, et sont valables pour tout type de modèle de physique au delà du modèle standard. La figure 7.53 présente les limites supérieures à 95% et 90% de niveau de confiance sur $\sigma \cdot A$ en fonction de la coupure en impulsion transverse. Ces limites peuvent être interprétées pour tout type de modèle étant donné une section efficace théorique et une acceptance.

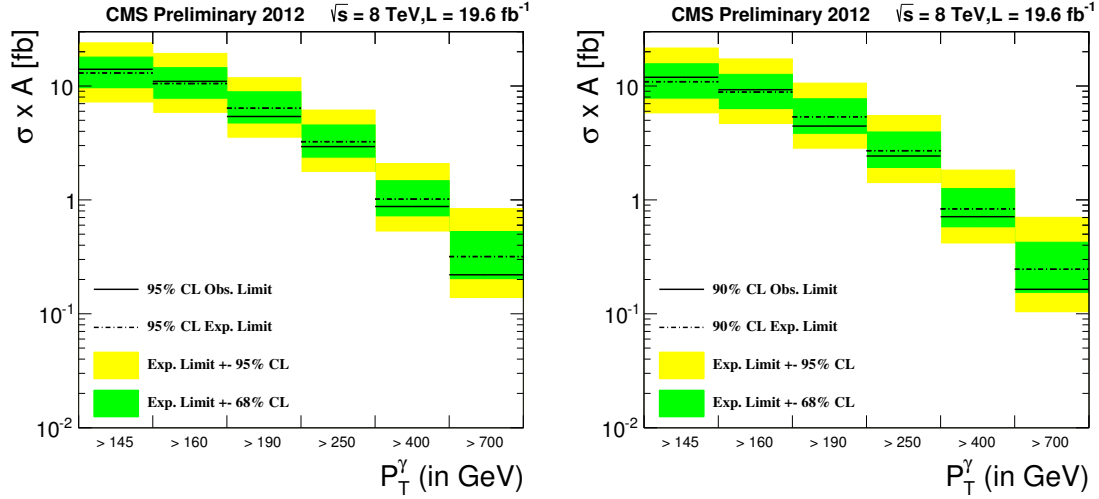


FIGURE 7.53 – Limites supérieures observée (attendue) sur $\sigma \cdot A$ à 95% (gauche) et 90% (droite) de niveau de confiance en fonction du niveau de la coupure sur l'impulsion du photon pour des modèles génériques.

7.4.5 Perspectives

Les limites sur le modèle du Branon présentées pourraient être repoussées en réalisant une optimisation des coupures de sélection spécifiquement sur ce modèle. En effet, l'ensemble des coupures utilisées dans cette analyse ont été optimisées pour augmenter le rapport signal sur bruit dans le modèle ADD. La signature physique de ce modèle est similaire à celle prédite dans le modèle du Branon, néanmoins une optimisation des coupures pourrait être poursuivie, par exemple sur la variable $\Delta\phi$ ou la minimisation MHT. De plus, quelques coupures spécifiques au modèle pourraient être imaginées. En effet, contrairement au modèle ADD on n'a pas ici une production d'un seul objet mais d'une paire d'objets. La topologie du signal peut donc être subtilement différente et des variables supplémentaires de sélection peuvent être imaginées, telle qu'une masse invariante transverse de la forme $M_T^2 = 2E_T^\gamma E_T(1 - \cos(\phi_\gamma - \phi_{E_T}))$. Néanmoins la stratégie suivie dans le groupe était d'avoir une analyse commune pour tous les signaux recherchés et je n'ai pas poursuivi jusqu'au bout l'exploration de ces nouvelles variables.

Il sera très intéressant d'explorer à nouveau le modèle du Branon avec les nouvelles données à $\sqrt{s} = 13$ TeV dont l'acquisition débutera au printemps 2015. Cela permettra de gagner en sensibilité sur la masse du Branon de 3.5 TeV actuellement jusqu'à environ 6 TeV. De plus, l'échantillon statistique obtenu sera plus grand que celui obtenu avec les données 2012 (environ 30 fb^{-1} prévu) ce qui permettra d'estimer les bruits de fond avec plus de précision lorsque ceux-ci sont dérivés des données. Je pense particulièrement au bruit de fond $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$, qui est le plus important dans notre analyse et qui est actuellement affecté par une incertitude systématique d'environ 10% à travers les K-facteurs. Ce bruit de fond peut aussi être estimé à partir des données. Cette estimation a été réalisée dans cette

analyse, mais la trop grande incertitude statistique obtenue empêche de l'utiliser. Avec les données 2015, cette estimation sera peut-être plus compétitive que l'actuelle estimation à l'aide des simulations Monte-Carlo, et l'analyse mono-photon gagnera en sensibilité.

Bibliographie

- [1] A. Askew, B. Gomber, J. Neveu, L. Di Matteo, *et al.*, *Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in the mono-photon final state in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV in the CMS Experiment with 19.6 fb^{-1} of data*, CMS Analysis Note **AN-2012-439** (2014).
- [2] CMS Collaboration, *Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in the $\gamma + \cancel{E}_T$ final state in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-EXO-12-047** (2014).
- [3] CMS Collaboration, *Tracking and Primary Vertex Results in First 7 TeV Collisions*, Physics Analysis Note **CMS-PAS-TRK-10-005** (2010).
- [4] J. Alwall, M. Herquet, F. Maltoni, O. Mattelaer, *et al.*, *MadGraph 5 : Going Beyond*, JHEP **1106**, 128 (2011), [doi:10.1007/JHEP06\(2011\)128](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2011)128), [arXiv:1106.0522](https://arxiv.org/abs/1106.0522) [hep-ph].
- [5] T. Sjöstrand, S. Mrenna, *et al.* P. Z. Skands, *PYTHIA 6.4 Physics and Manual*, JHEP **0605**, 026 (2006), [doi:10.1088/1126-6708/2006/05/026](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2006/05/026), [arXiv:hep-ph/0603175](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0603175) [hep-ph].
- [6] H.-L. Lai, J. Huston, Z. Li, P. Nadolsky, *et al.*, *Uncertainty induced by QCD coupling in the CTEQ global analysis of parton distributions*, Phys.Rev. **D82**, 054021 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.054021](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.054021), [arXiv:1004.4624](https://arxiv.org/abs/1004.4624) [hep-ph].
- [7] S. Agostinelli *et al.* (GEANT4), *GEANT4 : A Simulation Toolkit*, Nucl.Instrum.Meth. **A506**, 250 (2003), [doi:10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8).
- [8] CMS Collaboration, *Simple Cut Based Photon ID 2012*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/CutBasedPhotonID2012> (2014).
- [9] CMS Collaboration, *CMS MET energy corrections*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/EgammaPFBasedIsolation> (2014).
- [10] M. Cacciari, G. P. Salam, *et al.* G. Soyez, *FastJet user manual*, Eur. Phys. J. C **72**, 1896 (2011).
- [11] CMS Collaboration, *Isolated Photon Reconstruction and Identification at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-EGM-10-006** (2011).
- [12] CMS Collaboration, *Electromagnetic calorimeter commissioning and first results with 7 TeV data*, **CMS-NOTE-2010-012** (2010).
- [13] CMS Collaboration, *Particle-Flow Event Reconstruction in CMS and Performance for Jets, Taus, and MET*, Physics Analysis Note **CMS-PAS-PFT-09-001** (2009).
- [14] CMS Collaboration, *\cancel{E}_T Performance in CMS*, CMS Analysis Note **AN-07-041** (2007).

- [15] CMS Collaboration, *Baseline muon selections*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/SWGuideMuonId> (2014).
- [16] M. Cacciari, G. P. Salam, et G. Soyez, *The anti-kt jet clustering algorithm*, Journal of High Energy Physics **2008**, 063 (2008), [doi:10.1088/1126-6708/2008/04/063](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2008/04/063), [arXiv:0802.1189](https://arxiv.org/abs/0802.1189).
- [17] CMS Collaboration, *Utilities for Accessing Pileup Information for Data*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/PileupJSONFileforData> (2013).
- [18] CMS Collaboration, *Estimating Systematic Errors Due to Pileup Modeling*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/PileupSystematicErrors> (2013).
- [19] MCFM Collaboration, <http://mcfm.fnal.gov> (2014).
- [20] G. Watt, <http://projects.hepforge.org/mstwpdf/pdf4lhc/> (2010).
- [21] M. Botje, J. Butterworth, A. Cooper-Sarkar, A. de Roeck, *et al.*, *The PDF4LHC Working Group Interim Recommendations* (2011), [arXiv:1101.0538](https://arxiv.org/abs/1101.0538) [hep-ph].
- [22] H.-L. Lai, M. Guzzi, J. Huston, Z. Li, *et al.*, *New parton distributions for collider physics*, Phys.Rev. **D82**, 074024 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.074024](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.074024), [arXiv:1007.2241](https://arxiv.org/abs/1007.2241) [hep-ph].
- [23] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, et G. Watt, *Parton distributions for the LHC*, The European Physical Journal C **63**, 189 (2009), [doi:10.1140/epjc/s10052-009-1072-5](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-009-1072-5).
- [24] R. D. Ball, V. Bertone, F. Cerutti, L. Del Debbio, *et al.*, *Impact of Heavy Quark Masses on Parton Distributions and LHC Phenomenology*, Nucl.Phys. **B849**, 296 (2011), [doi:10.1016/j.nuclphysb.2011.03.021](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2011.03.021), [arXiv:1101.1300](https://arxiv.org/abs/1101.1300) [hep-ph].
- [25] CMS Collaboration, *Search for fermiophobic Higgs boson in diphoton channel with 2012 data collected by the CMS*, CMS Analysis Note **AN-2012-213** (2012).
- [26] S. Catani, M. Fontannaz, J. Guillet, et E. Pilon, *Cross-section of isolated prompt photons in hadron hadron collisions*, JHEP **0205**, 028 (2002), [doi:10.1088/1126-6708/2002/05/028](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2002/05/028), [arXiv:hep-ph/0204023](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0204023) [hep-ph].
- [27] CMS Collaboration, *Measurement of inclusive W and Z boson production cross sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV* (2014), [arXiv:1402.0923](https://arxiv.org/abs/1402.0923) [hep-ex].
- [28] CMS Collaboration, *Description de la fonction RooCMSShape*, <https://cmsddt.cern.ch/SDT/lxr/source/PhysicsTools/TagAndProbe/src/RooCMSShape.cc> (2012).
- [29] CMS Collaboration, *Search for dark matter and large extra dimensions in monojet events in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, JHEP **1209**, 094 (2012), [doi:10.1007/JHEP09\(2012\)094](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2012)094), [arXiv:1206.5663](https://arxiv.org/abs/1206.5663) [hep-ex].
- [30] CMS Collaboration, *Search for New Physics in the Monojet final state at CMS*, CMS Analysis Note **AN-2012-421** (2012).
- [31] K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), *Review of particle physics. Chapter 33 : Statistics*, J.Phys. **G37**, 075021 (2010), [doi:10.1088/0954-3899/37/7A/075021](https://doi.org/10.1088/0954-3899/37/7A/075021).

- [32] CMS Collaboration, *Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in pp Collisions Yielding a Photon and Missing Transverse Energy*, Phys.Rev.Lett. **108**, 261803 (2012), [doi:10.1103/PhysRevLett.108.261803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.261803), [arXiv:1204.0821](https://arxiv.org/abs/1204.0821) [hep-ex].
- [33] CMS Collaboration, *Official Prescription for calculating uncertainties on Missing Transverse Energy*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMS/MissingETUncertaintyPrescription> (2012).
- [34] CMS Collaboration, *Pileup Reweighting Utilities*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/PileupMCReweightingUtilities> (2013).
- [35] CMS Collaboration, *CMS Luminosity Based on Pixel Cluster Counting - Summer 2013 Update*, **CMS-PAS-LUM-13-001** (2013).
- [36] P. Achard, O. Adriani, M. Aguilar-Benitez, J. Alcaraz, *et al.*, *Search for branons at LEP*, Physics Letters B **597**, 145 (2004), [doi:10.1016/j.physletb.2004.07.014](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.07.014), [arXiv:0407017](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0407017) [hep-ex].
- [37] CMS Collaboration, *Description de la fonction RooCMSShape*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/RooStatsCL95> (2012).
- [38] CMS Collaboration, *Documentation of the RooStats-based statistics tools for Higgs PAG*, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewauth/CMS/SWGuideHiggsAnalysisCombinedLimit> (2014).
- [39] J. A. R. Cembranos, R. L. Delgado, *et al.*, *Brane worlds at the LHC : Branons and KK gravitons*, Physical Review D **88**, 075021 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.075021](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.075021), [arXiv:1306.4900](https://arxiv.org/abs/1306.4900).
- [40] T. Aaltonen *et al.* (CDF), *Search for large extra dimensions in final states containing one photon or jet and large missing transverse energy produced in p anti-p collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV*, Phys. Rev. Lett. **101**, 181602 (2008), [doi:10.1103/PhysRevLett.101.181602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.181602), [arXiv:0807.3132](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0807.3132) [hep-ex].
- [41] V. M. Abazov *et al.* (D0), *Search for large extra dimensions via single photon plus missing energy final states at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV*, Phys. Rev. Lett. **101**, 011601 (2008), [doi:10.1103/PhysRevLett.101.011601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.011601), [arXiv:0803.2137](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0803.2137) [hep-ex].
- [42] J. Abdallah *et al.* (DELPHI), *Photon events with missing energy in e^+e^- collisions at $\sqrt{s} = 130$ to 219 GeV*, Eur. Phys. J. **C38**, 395 (2005), [doi:10.1140/epjc/s2004-02051-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s2004-02051-8), [arXiv:hep-ex/0406019](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0406019).
- [43] E. Aprile *et al.*, *Dark Matter Results from 100 Live Days of XENON100 Data*, Phys. Rev. Lett **107**, 131302 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.107.131302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.131302), [arXiv:1104.2549v3](https://arxiv.org/abs/1104.2549v3).
- [44] Z. Ahmed *et al.*, *Results from a Low-Energy Analysis of the CDMS II Germanium Data*, Phys. Rev. Lett **106**, 131302 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.131302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.131302), [arXiv:1011.2482v3](https://arxiv.org/abs/1011.2482v3).
- [45] The CDMS II Collaboration, *Dark Matter Search Results from the CDMS II Experiment*, Science **327**, 1619 (2010), [doi:10.1126/science.1186112](https://doi.org/10.1126/science.1186112).

- [46] C. E. Aalseth *et al.*, *Results from a Search for Light-Mass Dark Matter with a p-Type Point Contact Germanium Detector*, Phys. Rev. Lett. **106**, 131301 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.131301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.131301), [arXiv:1002.4703v1](https://arxiv.org/abs/1002.4703v1).
- [47] M. Felizardo, T. Morlat, A. C. Fernandes, T. A. Girard, *et al.* (SIMPLE), *First results of the phase II SIMPLE Dark Matter Search*, Phys. Rev. Lett. **105**, 211301 (2010), [doi:10.1103/PhysRevLett.105.211301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.211301), a more recent update can be found in [arXiv :1106.3014](https://arxiv.org/abs/1106.3014), [arXiv:1003.2987](https://arxiv.org/abs/1003.2987).
- [48] E. Behnke *et al.*, *Improved Limits on Spin-dependent WIMP-Proton Interactions from a Two Liter CF₃ Bubble Chamber*, Phys. Rev. Lett. **106**, 021303 (2011), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.021303](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.021303), [arXiv:1008.3518v2](https://arxiv.org/abs/1008.3518v2).
- [49] R. Abbasi *et al.* (IceCube), *Multiyear search for dark matter annihilations in the sun with the amanda ii and icecube detectors*, Phys. Rev. D **85**, 042002 (2012), [doi:10.1103/PhysRevD.85.042002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.042002), [1112.1840](https://arxiv.org/abs/1112.1840).
- [50] T. Tanaka *et al.*, *An indirect search for weakly interacting massive particles in the sun using 3109.6 days of upward-going muons in super-kamiokande*, Astrophys. J. **742**, 78 (2011), [doi:10.1088/0004-637X/742/2/78](https://doi.org/10.1088/0004-637X/742/2/78), [1108.3384](https://arxiv.org/abs/1108.3384).
- [51] R. Agnese, A. Anderson, M. Asai, D. Balakishiyeva, *et al.* (SuperCDMS collaboration), *Search for low-mass weakly interacting massive particles using voltage-assisted calorimetric ionization detection in the supercdms experiment*, Phys. Rev. Lett. **112**, 041302 (2014), [doi:10.1103/PhysRevLett.112.041302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.041302).
- [52] D. Akerib, H. Araújo, X. Bai, A. Bailey, *et al.* (LUX Collaboration), *First results from the lux dark matter experiment at the sanford underground research facility*, Phys. Rev. Lett. **112**, 091303 (2014), [doi:10.1103/PhysRevLett.112.091303](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.091303).

Troisième partie

Ouvertures phénoménologiques

Chapitre 8

Un lien entre les modèles Branon et Galiléon ?

Sommaire

8.1 Galiléon et dimensions supplémentaires	291
8.1.1 Construction branaire et symétrie galiléenne	291
8.1.2 Développement perturbatif "à la Branon"	294
8.1.3 Première interprétation	297
8.2 Ouvertures phénoménologiques	299
8.2.1 Ressemblances et différences entre les théories Galiléon et Branon	299
8.2.2 Pistes	299
Bibliographie	300

LA théorie du Galiléon peut être issue de théories de dimensions supplémentaires, à l'instar du modèle du Branon. Le Branon est décrit comme la fluctuation d'une brane le long de dimensions supplémentaires, autour d'un état fondamental. La théorie du Galiléon peut quant à elle être construite par la description du mouvement d'une brane dans des dimensions supplémentaires. Les similitudes apparentes entre les deux modèles que j'ai étudiés pendant ma thèse m'ont poussé à m'intéresser au lien qui pourrait exister entre les deux théories. Dans ce chapitre, je vais présenter mes réflexions en cours, comme une invitation à la discussion sur ce sujet.

Dans une première partie, je vais décrire comment la théorie du Galiléon peut être construite dans le cadre d'une théorie de dimensions supplémentaires, et comment cette construction peut être similaire à celle du modèle du Branon. Puis je terminerai ce chapitre par des réflexions plus spéculatives sur le lien possible existant entre les deux modèles.

8.1 Galiléon et dimensions supplémentaires

8.1.1 Construction branaire et symétrie galiléenne

8.1.1.1 Contexte géométrique

Le contexte géométrique que je vais étudier ici est le même que celui développé dans les références [1] et [2] sur les Galiléons DBI et les multi-Galiléons. On considère un espace-temps à cinq dimensions de Minkowski \mathcal{M}_5 , de métrique G_{MN} (où $M = 0, \dots, 4$). Posons $X^M = (x^\mu, y^4)$ les coordonnées dans l'espace \mathcal{M}_5 . Dans cet espace de Minkowski, les

quantités physiques sont alors a priori invariantes sous les transformations du groupe de Poincaré¹ de l'espace \mathcal{M}_5 (groupe $\text{ISO}(1,4)$) :

$$\delta_P X^M = \omega_N^M X^N + \epsilon^M, \quad (8.1)$$

où le vecteur ϵ^M et le tenseur antisymétrique ω_N^M sont respectivement les générateurs infinitésimaux des translations et des transformations de Lorentz dans \mathcal{M}_5 .

Comme dans la présentation du modèle du Branon section 5.2, on considère une brane 3+1 \mathcal{M}_4 , notre Univers, évoluant dans l'espace \mathcal{M}_5 . La position de la brane dans l'espace \mathcal{M}_5 est notée $Y^M(x)$. Les champs physiques du modèle standard sont confinés sur la brane comme dans le modèle du Branon.

Dans les références [1] et [2], on demande que l'action qui décrit la dynamique de la brane soit invariante sous une reparamétrisation de la position de la brane (transformation de jauge) :

$$\delta_g Y^M = \xi^\mu \partial_\mu Y^M, \quad (8.2)$$

où $\xi^\mu(x)$ est un paramètre de jauge. Le liberté du choix de jauge permet de fixer la paramétrisation de Y^M par :

$$Y^\mu(x) = x^\mu, \quad Y^4(x) \equiv \pi(x), \quad \xi^\mu = -\omega_\nu^\mu x^\nu - \omega_4^\mu \pi - \epsilon^\mu \quad (8.3)$$

avec x^μ les coordonnées dans \mathcal{M}_4 ($\mu = 0, \dots, 3$), et $\pi(x)$ un champ scalaire paramétrant la position de la brane $Y^4(x)$ le long de la cinquième dimension. Dans la référence [1], il est alors démontré qu'un tel choix de jauge permet de conserver la symétrie de Poincaré sur la brane \mathcal{M}_4 . Cependant, le groupe de Poincaré à cinq dimensions $\text{ISO}(1,4)$ est brisé en le groupe de Poincaré à quatre dimensions $\text{ISO}(1,3)$. De plus, on obtient au bout du compte que, dans ce choix de jauge, le champ scalaire se transforme selon une symétrie galiléenne dans la limite dite non relativiste $\partial_\mu \pi \ll 1$:

$$\delta_P \pi + \delta_g \pi = \omega_\mu^4 x^\mu + \epsilon^4. \quad (8.4)$$

Un raisonnement identique est proposé dans les références [3, 4] en s'appuyant sur l'algèbre des générateurs du groupe de Poincaré associée aux générateurs de la transformation de jauge. On montre alors que les symétries brisées sont les translation et les rotations dans la cinquième dimension. De plus, l'algèbre formée par l'association de ces deux algèbres forme une algèbre dite Galiléon qui peut être vue comme une algèbre de Poincaré à cinq dimensions où la vitesse de la lumière le long de la cinquième dimension est infinie [5].

Dans tous les cas, la symétrie galiléenne introduite arbitrairement dans la construction originale du modèle Galiléon section 2.2 apparaît donc naturellement comme une conséquence de la symétrie d'espace brisée le long de la cinquième dimension et du choix de jauge pour paramétrer de la brane. Une justification physique peut donc être apportée à cette symétrie jusqu'à là imposée dans la construction originale de la référence [6].

8.1.1.2 Action de la brane

D'après les arguments de la référence [2], pour une 3-brane évoluant dans un espace à cinq dimensions, l'action la plus générale possible, covariante et donnant des équations du

1. Le groupe de Poincaré regroupe l'ensemble des isométries d'un espace de Minkowski :
 – les translations dans l'espace et le temps,
 – les rotations dans l'espace,
 – le renversement du temps et le renversement des coordonnées d'espace (parité),
 – les transformations de Lorentz.

mouvement du second ordre, est de la forme :

$$S = \int dx^4 \sqrt{-\tilde{g}} \left(-\lambda + \frac{M_P^2}{2} \tilde{R} - M_5^3 \tilde{K} - \beta \frac{M_5^3}{m^2} \tilde{\mathcal{K}}_{GB} - \mathcal{L}_m(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right) + \mathcal{A}(\pi) \quad (8.5)$$

où \mathcal{A} est un terme de tadpole qui est construit à partir de l'intégration du volume 5D délimité par la brane (point discuté dans la référence [4]), et \mathcal{L}_m le Lagrangien de la matière. L'amplitude du tadpole dépend du contenu en champs de l'espace \mathcal{M}_5 . Le champ scalaire π représente ici encore la position de la brane le long de la dimension supplémentaire. Dans cette action, les quantités tildées² sont construites à partir de la métrique induite sur la brane $\tilde{g}_{\mu\nu}$, et m est le rapport des échelles de Planck 5D ($M_5 \equiv M_D$) et 4D : $m = M_5^3/M_P^2$. Les deux premiers termes correspondent à une constante cosmologique accompagnée du Lagrangien de la Relativité Générale (voir équation 1.31), et les deux termes suivants sont les termes de surface de Gibbons-Hawking-York et Myers [7, 8, 9]. Ces deux termes sont nécessaires dans la théorie pour s'assurer que l'action est bien définie à la frontière de la brane ([10], voir aussi section 2.2.3.2). La quantité \tilde{K} est la trace de la courbure extrinsèque de la brane $\tilde{K}_{\mu\nu}$ (qui sera définie plus loin) et $\tilde{\mathcal{K}}_{GB}$ est une combinaison de cette courbure et du tenseur d'Einstein :

$$\tilde{\mathcal{K}}_{GB} = -\frac{2}{3} \tilde{K}_{\mu\nu}^3 + \tilde{K} \tilde{K}_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{3} \tilde{K}^3 - 2\tilde{G}_{\mu\nu} \tilde{K}^{\mu\nu}. \quad (8.6)$$

La référence [2] montre que ces termes de surface étant associés aux invariants de Lovelock à cinq dimensions ([11] et voir section 2.1.2.3), les équations du mouvement associées sont bien au plus du second ordre.

Dans la référence [2] et comme souvent dans cette thèse, il est supposé que les composantes $G_{4\mu}$ de la métrique sont nulles, et que la métrique induite prend la forme :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi, \quad (8.7)$$

où $g_{\mu\nu}$ est la métrique sur des hypersurfaces $y^4 = \text{constante}$. On introduit la notation $\Pi_{\mu\nu} = \pi_{;\mu\nu}$, et la notation suivante :

$$[\phi^n] = \partial\pi \cdot \Pi^n \cdot \partial\pi. \quad (8.8)$$

Les crochets $[\dots]$ représentent la trace du tenseur encadré par rapport à la métrique $g_{\mu\nu}$, de telle sorte que $[\phi] = \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu}$. Les dérivées covariantes sont définies sur la métrique $g_{\mu\nu}$ et on rappelle que pour une quantité scalaire $\partial_\mu \pi = \pi_{;\mu}$. On travaille avec des dérivées covariantes car elles vont permettre d'aboutir directement à une action covariante par la suite. La référence [2] montre que la trace de la courbure extrinsèque s'écrit :

$$\tilde{K} = -\gamma \left([\Pi] - \gamma^2 [\phi] \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial_\mu \pi)^2}} \quad (8.9)$$

et donne les quantités suivantes définies sur la métrique induite :

$$\tilde{R} = R - 2\gamma^2 \partial^\mu \pi \partial^\nu \pi R_{\mu\nu} + \gamma^2 \left([\Pi]^2 - [\Pi^2] \right) - 2\gamma^4 \left([\Pi] [\phi] - [\phi^2] \right) \quad (8.10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{K}}_{GB} = & -\gamma^3 \left[\frac{2}{3} \left([\Pi]^3 + 2[\Pi^3] - 3[\Pi] [\Pi^2] \right) + 4\gamma^2 \left([\Pi] [\phi^2] - [\phi^3] \right) \right. \\ & - 2\gamma^2 \left([\Pi]^2 - [\Pi^2] \right) [\phi] + \partial^\mu \pi \partial^\nu \pi (4R_{\mu\alpha} \Pi_\nu^\alpha - 2R_{\mu\nu} [\Pi]) \\ & \left. + 2R_{\alpha\mu\beta\nu} \Pi^{\mu\nu} \partial^\mu \pi \partial^\nu \pi - [\phi] R - 2G_{\mu\nu} \Pi^{\mu\nu} \right] \end{aligned} \quad (8.11)$$

2. Dans cette revue rapide des résultats de la référence [2], les quantités tildées et non tildées sont définies respectivement sur la métrique induite et sur la métrique $g_{\mu\nu}$ pour être cohérent avec le reste de cette thèse, alors que dans la référence [2] la convention inverse est prise.

où les indices sont montés et abaissés par l'utilisation de la métrique $g_{\mu\nu}$. Dans la limite non-relativiste³ $(\partial_\mu \pi)^2 \ll 1$, les auteurs retrouvent alors les Lagrangiens du Galiléon covariant [12] par le développement des quantités présentés dans les équations 8.9, 8.10, 8.11 et de l'action 8.5. Des termes supplémentaires par rapport à la construction originale du Galiléon covariant apparaissent aussi (voir référence [2, section 5.2]). Je ne vais pas reproduire ici les calculs de la référence [2], mais je vais plutôt montrer dans la section suivante comment retrouver une partie de leurs résultats dans une approche légèrement différente, inspirée de la théorie du Branon.

8.1.2 Développement perturbatif "à la Branon"

Le modèle du Branon est construit sur une théorie effective à basse énergie pour une brane évoluant dans un espace à $D > 4$ dimensions. L'action proposée pour la brane à l'ordre le plus bas est la suivante [13] :

$$\mathcal{S}_{\text{Branon}} = \int_{\mathcal{M}_4} d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[-f^4 + a f^2 \tilde{R} + \dots + \mathcal{L}_{\text{SM}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \psi_m) \right], \quad (8.12)$$

où f est la tension de la brane et a une constante sans dimension. Pour un Branon sans masse, la métrique induite s'écrit (équation 5.54) :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x) + \frac{1}{f^4} h_{\alpha\beta}(\pi_B) \partial_\mu \pi_B^\alpha \partial_\nu \pi_B^\beta, \quad (8.13)$$

avec $h_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$ dans le cas de petites fluctuations de brane. Le modèle du Branon est alors issu d'un développement perturbatif de l'action dans la limite $\partial_\mu \pi_B / f^2 \ll 1$.

La forme de l'action et le contexte géométrique évoqué dans le cadre du modèle du Branon pousse à rapprocher ce modèle de la construction branaire du Galiléon de la référence [2]. Dans la suite, je propose d'effectuer un développement perturbatif de l'action 8.5 directement, de la même manière que dans le cadre du modèle du Branon. Repartons de l'action 8.5, et utilisons un choix de jauge légèrement différent :

$$Y^\mu(x) = x^\mu, \quad Y^4(x) = \pi(x)/f^2 \quad (8.14)$$

qui vise simplement à donner la dimension d'une énergie au champ scalaire π (et non plus d'une longueur), pour le comparer plus directement au champ Branon π_B . La métrique induite se réécrit alors :

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \frac{\partial Y^M(x)}{\partial x^\mu} \frac{\partial Y^N(x)}{\partial x^\nu} G_{MN} = g_{\mu\nu} + \frac{\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}}{f^4} \quad (8.15)$$

avec l'ensatz suivant pour la métrique G_{MN} :

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.16)$$

où $g_{\mu\nu}(x)$ est une métrique 4D quelconque.

3. La limite $(\partial_\mu \pi)^2 \ll 1$ est appelée limite non-relativiste en raison de la forme du facteur γ défini équation 8.9 qui rappelle le facteur de Lorentz.

8.1.2.1 Quantités branaires

Dans notre choix de jauge, les vecteurs tangents à la brane sont :

$$e_\mu^M \equiv \frac{\partial Y^M}{\partial x^\mu} = \begin{cases} \delta_\mu^M, & M = 0, \dots, 3 \\ \pi_{;\mu}/f^2, & M = 4 \end{cases} \quad (8.17)$$

La courbure extrinsèque de la brane est définie par :

$$\tilde{K}_{\mu\nu} \equiv e_\mu^M e_\nu^N n_{N;M}, \quad (8.18)$$

où n_N est le vecteur orthonormé à la brane le long de la direction N . Ce vecteur se calcule en imposant les conditions d'orthogonalité aux vecteurs tangents et les conditions de normalisation pour un vecteur de genre espace :

$$\begin{cases} e_\mu^M n^N G_{MN} = 0 \\ n^M n^N G_{MN} = 1 \end{cases} \Rightarrow n_M = \begin{cases} -n_4 \pi_{;M}/f^2, & M = 0, \dots, 3 \\ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi_{;\mu}\pi^{;\mu}}{f^4}}}, & M = 4 \end{cases} \quad (8.19)$$

La courbure extrinsèque est alors donnée par :

$$\tilde{K}_{\mu\nu} = -\frac{\pi_{;\mu\nu}}{f^2 \sqrt{1 + \frac{\pi_{;\mu}\pi^{;\mu}}{f^4}}}. \quad (8.20)$$

Par un développement de Taylor de la métrique induite 8.15 dans la limite non-relativiste $\pi_{;\mu}/f^2 \ll 1$, on obtient alors les expressions suivantes :

– métrique induite inverse :

$$\tilde{g}^{\mu\nu} \approx g^{\mu\nu} - \frac{\pi^{;\mu}\pi^{;\nu}}{f^4} + \frac{\pi^{;\mu}\pi^{;\nu}(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})}{f^8} - \frac{\pi^{;\mu}\pi^{;\nu}(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})(\pi_{;\eta}\pi^{;\eta})}{f^{12}} + \dots \quad (8.21)$$

– racine carrée du déterminant de la métrique induite :

$$\sqrt{-\tilde{g}} \approx \sqrt{-g} \left(1 + \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})}{2f^4} - \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\pi_{;\nu}\pi^{;\nu})}{8f^8} + \dots \right) \quad (8.22)$$

– courbure extrinsèque :

$$\tilde{K} \approx -\frac{\square\pi}{f^2} + \frac{\square\pi(\pi_{;\nu}\pi^{;\nu})}{2f^6} - \frac{3\square\pi(\pi_{;\nu}\pi^{;\nu})(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})}{8f^{10}} + \dots \quad (8.23)$$

– scalaire de Ricci :

$$\begin{aligned} \tilde{R} \approx R & - \frac{R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}}{f^4} - \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\square\pi)^2}{f^8} - \frac{2\pi^{;\mu}\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\nu}\square\pi}{f^8} \\ & + \frac{2R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})}{f^8} + \frac{2\pi_{;\mu}\pi^{;\nu}\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\mu\rho}}{f^8} + \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\nu\rho}}{f^8} + \dots \end{aligned} \quad (8.24)$$

– tenseur d'Einstein ⁴

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{\mu\nu} \approx G_{\mu\nu} & - \frac{R}{2f^4} \pi_{;\mu}\pi_{;\nu} + \frac{\pi_{;\mu\nu}\square\pi}{f^4} - \frac{\pi_{;\nu\rho}\pi_{;\mu}^{;\rho}}{f^4} + \frac{g_{\mu\nu}R^{\rho\eta}\pi_{;\rho}\pi_{;\eta}}{f^4} \\ & - \frac{R_{\mu}{}^{\rho}{}_{\nu}{}^{\eta}\pi_{;\rho}\pi_{;\eta}}{f^4} - \frac{g_{\mu\nu}(\square\pi)^2}{2f^4} + \frac{g_{\mu\nu}\pi_{;\rho\eta}\pi^{;\rho\eta}}{2f^4} + \dots \end{aligned} \quad (8.25)$$

On retrouve les mêmes expressions que dans les équations (76) and (77) de la référence [2] dans la limite non-relativiste (à la normalisation par f^2 près). J'ai réalisé ces calculs à partir du module xAct/xPert du logiciel MATHEMATICA qui permet de réaliser des calculs perturbatifs en Relativité Générale [14].

4. Par la suite, un développement à l'ordre 2 est nécessaire pour le tenseur d'Einstein présent dans le terme de surface \tilde{K}_{GB} , mais nous restons ici à l'ordre 1 pour plus de simplicité.

8.1.2.2 Lagrangiens du Galiléon covariant issus des dimensions supplémentaires

Avec ces ingrédients, en partant de l'action 8.5 et en effectuant directement un développement perturbatif "à la Branon" des différents termes ($\pi_{;\mu}/f^2 \ll 1$), les Lagrangiens du Galiléon covariant de la référence [12] peuvent être retrouvés dans ce contexte à dimensions supplémentaires. Ces Lagrangiens notés \mathcal{L}_i sont rappelés dans les équations 2.99, 2.100, 2.101 et 2.102. Notre approche est légèrement différente de celle étudiée dans la référence [2] car le développement perturbatif est effectué en amont de la théorie, comme principe constructeur, comme dans la théorie du Branon [13]. On note par un exposant ^(B) les différents Lagrangiens calculés dans cette approche branaire.

Le Lagrangien \mathcal{L}_2 du Galiléon covariant est retrouvé par le développement de la quantité $\sqrt{-\tilde{g}}$ présente dans l'action 8.5 :

$$\sqrt{-g}\mathcal{L}_2^{(B)} = \sqrt{-\tilde{g}} \approx \sqrt{-g} \left(1 + \frac{\pi_{;\mu}\pi^{;\mu}}{2f^4} \right) \quad (8.26)$$

$$\mathcal{L}_2^{(B)} = 1 + \frac{\mathcal{L}_2}{2f^4} \quad (8.27)$$

Avec le coefficient λ en facteur, on retrouve une constante cosmologique accompagnée du terme cinétique du champ Galiléon covariant \mathcal{L}_2 .

Le troisième Lagrangien \mathcal{L}_3 est obtenu à partir du développement perturbatif du terme de surface $\sqrt{-\tilde{g}}\tilde{K}$:

$$\sqrt{-g}\mathcal{L}_3^{(B)} = \sqrt{-\tilde{g}}\tilde{K} \approx -\sqrt{-g} \left(\frac{\square\pi}{f^2} + \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})\square\pi}{2f^6} \right) \quad (8.28)$$

On obtient :

$$\mathcal{L}_3^{(B)} = -\frac{1}{2f^6}\mathcal{L}_3 \quad (8.29)$$

à une dérivée totale $\square\pi$ près qui peut être omise dans l'action.

Le quatrième Lagrangien \mathcal{L}_4 provient du développement de $\sqrt{-\tilde{g}}\tilde{R}$:

$$\begin{aligned} \sqrt{-g}\mathcal{L}_4^{(B)} = \sqrt{-\tilde{g}}\tilde{R} \approx \sqrt{-g} \left(R + \frac{R(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})}{2f^4} - \frac{R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}}{f^4} - \frac{R(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\pi_{;\nu}\pi^{;\nu})}{8f^8} \right. \\ \left. - \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\square\pi)^2}{2f^8} - \frac{2\pi^{;\mu}\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\nu}\square\pi}{f^8} + \frac{R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})}{f^8} \right. \\ \left. + \frac{2\pi_{;\mu}\pi^{;\nu}\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\mu\rho}}{f^8} + \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\nu\rho}}{2f^8} \right) \end{aligned} \quad (8.30)$$

A une dérivée totale $-(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\square\pi)^2 - 2\pi^{;\mu}\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\nu}\square\pi + R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho}) + 2\pi_{;\mu}\pi^{;\nu}\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\mu\rho} + (\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\nu\rho}$ près, on obtient :

$$\begin{aligned} \sqrt{-g}\mathcal{L}_4^{(B)} \approx \sqrt{-g} \left(R + \frac{R(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})}{2f^4} - \frac{R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}}{f^4} + \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\square\pi)^2}{2f^8} \right. \\ \left. - \frac{(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})\pi_{;\nu\rho}\pi^{;\nu\rho}}{2f^8} - \frac{R(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})(\pi_{;\nu}\pi^{;\nu})}{8f^8} \right) \end{aligned} \quad (8.31)$$

$$\mathcal{L}_4^{(B)} = R + \frac{R(\pi_{;\mu}\pi^{;\mu})}{2f^4} - \frac{(\square\pi)^2}{f^4} + \frac{\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu}}{f^4} + \frac{1}{4f^8}\mathcal{L}_4, \quad (8.32)$$

avec la relation $R^{\mu\nu}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu} = (\square\pi)^2 - \pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu}$ obtenue par intégration par partie et permutation des dérivées. Le Lagrangien $\mathcal{L}_4^{(B)}$ contient le Lagrangien de la Relativité Générale

R , le quatrième Lagrangien du Galiléon covariant \mathcal{L}_4 et un terme supplémentaire en $1/f^4$. Ce terme est nul dans une métrique de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ car il est proportionnel au tenseur d'Einstein⁵ $G^{\mu\nu}$, ce qui explique pourquoi il est absent de la construction originale réalisée dans un espace plat [6]. Il n'introduit cependant pas de dérivées au delà du deuxième ordre dans les équations du mouvement comme nous le discuterons plus loin.

De la même manière, le cinquième Lagrangien est construit à partir du développement du deuxième terme de surface $\sqrt{\tilde{g}}\tilde{\mathcal{K}}_{GB}$. Les calculs très longs qui aboutissent à l'expression de $\mathcal{L}_5^{(B)}$ seront omis ici. A des dérivées totales près, j'ai obtenu :

$$\mathcal{L}_5^{(B)} = -\frac{(\pi_{;\rho}\pi^{;\rho})\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}G^{\mu\nu}}{f^6} + \frac{\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu}\square\pi}{f^6} - \frac{(\square\pi)^3}{3f^6} - \frac{2\pi^{;\nu}_{;\mu}\pi^{;\rho}_{;\nu}\pi^{;\mu}_{;\rho}}{3f^6} + \frac{1}{3f^{10}}\mathcal{L}_5. \quad (8.33)$$

De même que pour le Lagrangien $\mathcal{L}_4^{(B)}$, des termes supplémentaires apparaissent en plus du Lagrangien \mathcal{L}_5 , d'ordre plus bas. Ces termes s'annulent néanmoins dans une métrique de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ comme dans le cas précédent⁶, ce qui explique qu'ils n'ont pas été introduits dans la construction originale du Galiléon [6].

Dans l'action 8.5, le Lagrangien de la matière est présent et défini sur la métrique induite. Alors, dans la limite non-relativiste on obtient un couplage disformel entre le champ π et la matière :

$$\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\text{couplage}}^{(B)} = \sqrt{-\tilde{g}}\mathcal{L}_m[\tilde{g}] \approx \sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_m[g] + \frac{1}{2f^4}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}T^{\mu\nu} \right) \quad (8.34)$$

où $T^{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion associé à la matière (équation 1.34). Ce couplage est donc inévitable dans la construction branaire de la théorie Galiléon.

8.1.3 Première interprétation

De l'action 8.5, dans la limite non-relativiste on aboutit alors à l'action :

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} \left(-\lambda\mathcal{L}_2^{(B)} + \frac{M_P^2}{2}\mathcal{L}_4^{(B)} - M_5^3\mathcal{L}_3^{(B)} - \beta\frac{M_5^3}{m^2}\mathcal{L}_5^{(B)} - \frac{1}{2f^4}\pi_{;\mu}\pi_{;\nu}T^{\mu\nu} - \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \psi_m) \right) + \mathcal{A}(\pi) \quad (8.35)$$

Cette action contient tous les ingrédients nécessaires à la description de notre Univers. Le Lagrangien de la Relativité Générale est contenu dans le terme $\mathcal{L}_4^{(B)}$ et une constante cosmologique est donnée par le terme $\mathcal{L}_2^{(B)}$. La matière est décrite par $\mathcal{L}_m[g]$ et apparaît disformellement couplée au champ π . Le reste des termes en champ π peuvent jouer le rôle d'une énergie noire très proche de la théorie du Galiléon, en supplément de la constante cosmologique. A noter toutefois que la constante cosmologique λ est aussi en facteur du terme \mathcal{L}_2 , ce qui signifie que dans le cas $\lambda \neq 0$ un terme Galiléon apparaît obligatoirement. On ne peut obtenir l'un sans l'autre dans cette construction.

Par rapport à la formulation covariante originale de la théorie du Galiléon de la référence [12], des termes supplémentaires sont présents dans les expressions de $\mathcal{L}_4^{(B)}$ et $\mathcal{L}_5^{(B)}$

5. Pour rappel, $G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - g^{\mu\nu}R/2$. Le tenseur d'Einstein apparaît plus clairement dans l'équation 8.31 et factorise l'ensemble des termes en $1/f^4$.

6. A des dérivées totales près, on peut transformer les termes en $1/f^6$ de l'équation 8.33 en termes ne contenant que des quantités issues du tenseur de Riemann, qui s'annulent dans une métrique $\eta_{\mu\nu}$ de Minkowski.

par rapport aux Lagrangiens \mathcal{L}_i . Ces termes s'annulent dans une métrique de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ et donc n'apparaissent pas dans la construction originale. Or on le sait, la théorie originale du Galiléon a été construite de façon à ce que les équations du mouvement ne contiennent pas des dérivées d'ordre supérieur à deux et donc ne créent pas de problèmes de fantômes. Ces nouveaux termes sont-ils théoriquement valables ? Ces termes n'engendrent pas de problèmes de fantômes dans notre théorie, car les Lagrangiens $\mathcal{L}_i^{(B)}$ peuvent être obtenus dans le cadre d'une théorie de Horndeski ([15], et voir section 2.2.3.2) ce qui garantit que les équations du mouvement sont du second ordre. Dans notre cas, les fonctions $G_i(\pi, X)$ de Horndeski (avec $X = \pi_{;\mu}\pi^{;\mu}/2f^4$) sont [16] :

$$G_2 = \mathcal{A}(\pi) - \lambda(1 + X), \quad G_3 = \frac{M_5^3}{f^2}(1 - X), \quad G_4 = \frac{M_P^2}{2} \left(1 + X - \frac{X^2}{2}\right) \quad (8.36)$$

$$G_5 = -2\beta \frac{M_5^3}{m^2 f^2} (1 - X + X^2) \quad (8.37)$$

pour obtenir la correspondance $\mathcal{L}_i^{(H)} = \mathcal{L}_i^{(B)}$. Les termes supplémentaires obtenus sont donc tout à fait autorisés et de plus inévitables dans la construction branaire du Galiléon. Je pense par ailleurs qu'ils pourraient servir à briser naturellement la dégénérescence observée dans la théorie originale entre les paramètres libres c_i et la valeur de la dérivée du champ (voir sections 2.3.1.2 et annexe A). En effet, la reparamétrisation proposée section 2.3.1.2 (factorisation par la valeur de la dérivée champ et absorption dans les paramètres à contraindre) n'est ici plus possible car les paramètres sont maintenant en facteur de termes contenant des nombres différents de dérivées du champ.

De plus, les paramètres libres c_i gagnent une signification physique dans un le contexte branaire. En comparant l'action 8.35 à l'action originale 2.111, on a la correspondance :

$$\frac{\lambda}{2f^4} = \frac{1}{2}c_2, \quad \frac{M_P^2}{8f^8} = -\frac{c_4}{2M^6}, \quad \frac{M_5^3}{2f^6} = -\frac{c_3}{2M^3}, \quad \beta \frac{2M_5^3}{15m^2 f^{10}} = \frac{c_5}{2M^9} \quad (8.38)$$

et concernant le couplage disformel on a :

$$\frac{1}{2f^4} = \frac{c_G}{M_P M^3} \quad (8.39)$$

Le couplage disformel est donc directement relié à la tension de brane, mais aussi à c_2 par :

$$\frac{c_2}{c_G} = \frac{2\lambda}{M_P M^3} = \frac{2\lambda}{M_P^2 H_0^2} \quad (8.40)$$

La théorie ainsi construite dans la limite non-relativiste pourrait être contrainte avec des données observationnelles de cosmologie, au même titre que ce qui a été réalisée dans cette thèse pour la construction originale du Galiléon covariant. Dans ce cas, le couplage disformel ne serait pas optionnel dans les contraintes réalisées, et les termes supplémentaires devraient permettre de contraindre la condition initiale x_0 en brisant la dégénérescence que j'ai dû lever par la reparamétrisation en \bar{c}_i .

Cette construction branaire peut aussi être généralisée dans le cadre d'un nombre arbitraire $D > 4$ de dimensions supplémentaires, comme le propose la référence [1]. Dans ce cas, on obtient une théorie avec plusieurs champs Galiléon (un par dimension supplémentaire).

8.2 Ouvertures phénoménologiques

Dans cette section, je livre quelques réflexions et pistes sur les liens qui peuvent exister entre les deux théories. J'ai réfléchi au rapprochement phénoménologique des deux théories tout au long de ma thèse. Je les expose ici pour clôturer ma thèse et rendre compte du travail phénoménologique que j'ai pu effectuer, mais elles sont susceptibles d'évoluer dans le futur, voire peut-être d'être contredites. Je vois cette section comme une simple mise par écrit de ces idées à poursuivre et une ouverture à plus de développements au-delà de cette thèse.

8.2.1 Ressemblances et différences entre les théories Galiléon et Branon

Pour les théories du Galiléon branaire et du Branon, les actions semblent très similaires car elles reposent toutes les deux sur la description d'une 3-brane évoluant dans un espace plus grand et contenant l'ensemble des champs physiques. Dans les deux cas, le champ scalaire peut être interprété comme une position de la brane dans les dimensions supplémentaires.

Cependant, le modèle du Branon est une théorie effective à basse énergie et son action n'a pas été étendue à des ordres aussi élevés que ceux explorés pour la théorie du Galiléon dans la littérature. On peut toutefois supposer que les deux actions peuvent être identiques aux mêmes ordres car elles reposent sur les mêmes prérequis concernant la géométrie. Dans la théorie du Branon, il n'a cependant pas été demandé explicitement que les équations du mouvement soient du second ordre, car ce problème ne se pose pas aux ordres les plus bas considérés dans les études existantes sur le Branon. Il est probable toutefois qu'il faille l'imposer si on poursuit la théorie aux ordres supérieurs pour éviter les problèmes de fantômes.

Après construction de l'action, les deux théories sont ensuite développées dans une limite où la dérivée du champ est petite. Les deux actions peuvent être comparées formellement dans un premier temps. Notons qu'aucun terme de tadpole n'est mentionné dans la théorie du Branon. De plus, on peut identifier la constante cosmologique λ de la théorie Galiléon branaire à la tension de brane de la théorie Branon par $\lambda = -f^4$. Dans ce cas, la constante cosmologique aurait une échelle d'énergie liée aux propriétés de la brane, comme dans les théories de Randall et Sundrum (voir section 5.1.4). Plus frappant, les couplages disformels entre le champ scalaire et la matière sont formellement identiques dans les deux actions. Peut-être que des contraintes croisées entre les recherches de Branon et de Galiléon disformellement couplé sont possibles, mais pour cela les deux théories doivent auparavant être rigoureusement assemblées.

8.2.2 Pistes

Malgré les similitudes formelles, la théorie du Branon est un modèle de matière noire, alors que la théorie du Galiléon est un modèle dit d'énergie noire. Une différence est à noter dans les hypothèses de ces deux théories. La première est décrite à son niveau quantique alors que la seconde est une théorie classique. Je pense que la différence fondamentale sous-jacente réside dans le statut de l'état fondamental des deux théories. En effet, dans le cadre du Branon, le champ π_B correspond à une fluctuation de la brane par rapport à un état fondamental $Y^0(x)$, alors que la position de la brane est définie par un choix de jauge dans la théorie du Galiléon. Le Galiléon correspond alors aux *bending modes* de la brane. A quelle point cela distingue-t-il les deux théories ? Ce point est encore en cours

de réflexion, mais je ne pense pas que malgré les similitudes formelles on puisse identifier directement les deux champs, même s'ils représentent tout deux une position de brane.

Une piste intéressante à explorer pour lier les deux modèles serait de considérer le Galiléon comme l'état fondamental du Branon. Le Branon serait alors une fluctuation quantique par-dessus des *bending modes* de taille cosmologique de la brane, ces derniers modes étant définis par le Galiléon branaire⁷. Cette vision permet aussi de revenir sur le mécanisme de création de masse des Branons, qui repose sur un état fondamental $Y^0(x)$ non constant en x^μ , ce qui est naturellement le cas si $Y^0(x)$ correspond aux mouvements de la brane associés au Galiléon. Le rapprochement rigoureux des deux théories reste à réaliser ou à être défait, mais il pourrait donner lieu à une théorie où énergie noire et matière noire serait expliquée par les fluctuations d'une brane dans des dimensions supplémentaires et ainsi permettre une description unifiée de l'énergie noire et de la matière noire⁸.

Bibliographie

- [1] K. Hinterbichler, M. Trodden, et D. Wesley, *Multifield Galileons and higher codimension branes*, Physical Review D **82**, 124018 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.124018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.124018), [arXiv:1008.1305](https://arxiv.org/abs/1008.1305).
- [2] C. de Rham et G. Gabadadze, *Generalization of the Fierz-Pauli action*, Physical Review D **82**, 044020 (2010), [doi:10.1103/PhysRevD.82.044020](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.044020), [arXiv:1007.0443](https://arxiv.org/abs/1007.0443).
- [3] G. Goon, K. Hinterbichler, et M. Trodden, *Symmetries for Galileons and DBI scalars on curved space*, JCAP **1107**, 017 (2011), [doi:10.1088/1475-7516/2011/07/017](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2011/07/017), [arXiv:1103.5745](https://arxiv.org/abs/1103.5745) [hep-th].
- [4] G. Goon, K. Hinterbichler, A. Joyce, et M. Trodden, *Galileons as Wess-Zumino Terms*, Journal of High Energy Physics p. 49 (2012), [doi:10.1007/JHEP06\(2012\)004](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2012)004), [arXiv:1203.3191](https://arxiv.org/abs/1203.3191).
- [5] K. Hinterbichler et A. Joyce, *Goldstones with Extended Shift Symmetries*, p. 26 (2014), [arXiv:1404.4047](https://arxiv.org/abs/1404.4047).
- [6] A. Nicolis, R. Rattazzi, et E. Trincherini, *Galileon as a local modification of gravity*, Physical Review D **79**, 064036 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.064036](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.064036), [arXiv:0811.2197](https://arxiv.org/abs/0811.2197).
- [7] J. W. York, *Role of Conformal Three-Geometry in the Dynamics of Gravitation* (1972).
- [8] G. Gibbons et S. Hawking, *Action integrals and partition functions in quantum gravity*, Physical Review D **15** (1977).
- [9] R. Myers, *Higher-derivative gravity, surface terms, and string theory*, Physical Review D **36**, 392 (1987), [doi:10.1103/PhysRevD.36.392](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.36.392).

7. A noter que les correction quantiques à la théorie du Galiléon originale ou du Galiléon DBI de la référence [2] ont déjà été explorées, mais seulement sous l'angle des théories de renormalisation, comme par exemple dans la référence [17]. Il s'avère à ce propos que les théories Galiléon obéissent à un théorème de non-renormalisabilité, où les paramètres du modèle n'évoluent pas avec l'échelle d'énergie de la théorie par la présence des non-linéarités spécifiques au modèle [18, 19, 20].

8. L'idée d'une description unifiée de l'énergie noire et de la matière noire a aussi été explorée dans la référence [21] dans le cadre d'une théorie des cordes.

- [10] E. Dyer et K. Hinterbichler, *Boundary Terms, Variational Principles and Higher Derivative Modified Gravity*, Physical Review D p. 54 (2008), [doi:10.1103/PhysRevD.79.024028](#), [arXiv:0809.4033](#).
- [11] D. Lovelock, *The Einstein Tensor and Its Generalizations*, Journal of Mathematical Physics **12**, 498 (1971), [doi:10.1063/1.1665613](#).
- [12] C. Deffayet, A. Vikman, et G. Esposito-Farese, *Covariant Galileon*, Physical Review D **79**, 084003 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.084003](#), [arXiv:0901.1314](#).
- [13] J. A. R. Cembranos, A. Dobado, et A. L. Maroto, *Goldstone bosons and solitons on the brane*, Arxiv preprint hep-ph/0107155 p. 22 (2001), [arXiv:0107155 \[hep-ph\]](#).
- [14] D. Brizuela, J. Martín-García, et G. Mena Marugán, *xPert : computer algebra for metric perturbation theory*, General Relativity and Gravitation **41**, 2415 (2009), [doi:10.1007/s10714-009-0773-2](#).
- [15] G. Horndeski, *Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space*, International Journal of Theoretical Physics **10**, 363 (1974), [doi:10.1007/BF01807638](#).
- [16] M. Zumalacárregui, T. S. Koivisto, et D. F. Mota, *DBI Galileons in the Einstein frame : Local gravity and cosmology*, Physical Review D **87**, 083010 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.083010](#), [arXiv:1210.8016](#).
- [17] N. Brouzakis, A. Codello, N. Tetradis, et O. Zanusso, *Quantum corrections in Galileon theories* (2013), [arXiv:1310.0187 \[hep-th\]](#).
- [18] M. A. Luty, M. Porrati, et R. Rattazzi, *Strong interactions and stability in the dgp model*, Journal of High Energy Physics **2003**, 029 (2003).
- [19] A. Nicolis et R. Rattazzi, *Classical and quantum consistency of the dgp model*, Journal of High Energy Physics **2004**, 059 (2004).
- [20] C. de Rham, *Galileons in the sky*, Comptes Rendus Physique **13**, 666 (2012), [doi:10.1016/j.crhy.2012.04.006](#), [arXiv:1204.5492](#).
- [21] T. Koivisto, D. Wills, et I. Zavala, *Dark D-brane Cosmology*, p. 45 (2013), [arXiv:1312.2597](#).

Conclusion générale

Cette thèse présente des contraintes expérimentales sur des modèles à champ scalaire candidats aux statuts d'énergie noire et de matière noire, grâce à des données venant de la cosmologie et de la physique des particules.

Dans une première partie, la théorie du Galiléon [1] a été étudiée. Après avoir exposé la théorie et ses équations, j'ai montré pourquoi il a fallu introduire une nouvelle écriture des paramètres libres de la théorie, afin de lever une dégénérescence existant entre la normalisation du champ Galiléon et ces paramètres, ce qui a permis d'obtenir des prédictions théoriques indépendantes du choix d'une condition initiale pour le champ [2]. Des contraintes observationnelles ont été dérivées sur les paramètres de la théorie du Galiléon, non couplé et couplé à la matière, à partir des données venant des supernovæ de type Ia, du fond diffus cosmologique, des oscillations baryoniques acoustiques et de la mesure du taux de croissance des structures [2, 3]. Les différents jeux de données ont été exploités de façon rigoureuse et précise, par exemple en veillant à bien traiter les incertitudes systématiques, les paramètres de nuisance ou à choisir des mesures indépendantes de toute hypothèse de cosmologie. Un bon accord est observé entre l'ensemble des données de cosmologie et les prédictions de la théorie avec et sans couplage à la matière, du même niveau que celui observé dans le cadre du modèle de la constante cosmologique Λ CDM au vu des χ^2 obtenus. Dans le cas d'un modèle de Galiléon disformellement couplé à la matière, j'ai de plus montré que ce modèle s'ajuste mieux aux données que le modèle du Galiléon non couplé en excluant un couplage nul à 2.5σ [3]. Les scénarios Galiléon obtenus sont enfin très semblables à celui retenu dans le cadre du modèle Λ CDM, avec une alternance de périodes dominées successivement par la radiation, la matière puis l'énergie noire, et un paramètre de densité de matière d'environ 28% à $z = 0$.

Il a donc été montré que la théorie du Galiléon est un modèle alternatif compétitif avec le modèle Λ CDM, pouvant à la fois expliquer la récente expansion accélérée de l'Univers et préserver les lois locales de la gravitation. L'influence des non-linéarités de la théorie dans l'utilisation des mesures relatives à la croissance des structures est également discutée. De plus, des études antérieures à mes travaux avaient conclu que les données rejetaient de façon significative le modèle du Galiléon [4]. Grâce à la levée de dégénérescence apportée par ma paramétrisation et l'utilisation rigoureuse des données, j'ai pu montrer que le modèle du Galiléon est en réalité tout à fait compatibles avec les données. Ce résultat a été confirmé par la suite par des études indépendantes plus récentes incluant même le spectre complet du fond diffus cosmologique [5].

Dans une seconde partie, des limites expérimentales ont été dérivées sur la théorie du Branon [6, 7] au travers d'une recherche de leur production au LHC dans le canal mono-photon. Les données du détecteur CMS accumulées en 2012 à une énergie dans le centre de masse de 8 TeV ont été analysées (luminosité intégrée de 19.6 fb^{-1}). Des événements

ayant pour état final un photon d'impulsion transverse supérieure à 145 GeV/ c , une énergie transverse manquante supérieure à 140 GeV et passant divers autres critères de qualité ont été recherchés [8, 9]. Dans cette analyse, ma contribution principale a été d'estimer le niveau des bruits de fond dominants de l'analyse ($Z\gamma$ et $W\gamma$) en calculant les K-facteurs associés (corrections NLO), et les incertitudes systématiques correspondantes. J'ai aussi participé au calcul des facteurs d'échelle ρ et des autres incertitudes systématiques, ainsi qu'à l'estimation du taux d'électrons identifiés comme des photons. Enfin, j'ai aussi reproduit de manière indépendante le code d'analyse complet de recherche d'événements $\gamma + \cancel{E}_T$ qui me permet de présenter dans cette thèse mes propres résultats.

Au final, 630 événements ont été observés dans les données pour 604.7 ± 63.5 événements attendus pour le bruit de fond. Aucun excès significatif d'événements traduisant la présence de physique au-delà du Modèle Standard n'a donc été observé, et des limites expérimentales ont été dérivées sur différents modèles. Pour cela, j'ai introduit la génération d'événements Branon dans un générateur d'événements par la méthode Monte-Carlo afin d'estimer les efficacités de sélection et de calculer des limites à 95% de niveau de confiance sur les paramètres de la théorie (f la tension de brane et M_B la masse des Branons). J'ai montré entre autre que pour une hypothèse de masse M_B nulle, la limite inférieure sur la tension de brane f est de 419 GeV, et que pour une hypothèse de tension de brane f faible la masse des Branons doit être supérieure à 3.5 TeV. Ces limites sont aujourd'hui les plus contraignantes sur la théorie du Branon et surpassent les précédentes limites dérivées par la collaboration L3 [10].

Enfin, un lien entre les théories du Galiléeon et du Branon est esquissé dans une dernière partie. Tout d'abord, je montre comment la théorie du Galiléeon peut être retrouvée à partir d'une théorie à dimensions supplémentaires comme dans la référence [11], mais en reprenant l'approche perturbative de la théorie du Branon. Ceci a permis d'aboutir à une théorie du Galiléeon qui diffère de celle utilisée dans cette thèse par quelques termes supplémentaires, mais avec une paramétrisation ayant une plus grande signification physique. Puis, comme les champs Galiléeon et Branon peuvent être issus de théories à dimensions supplémentaires, j'ai proposé une interprétation possible de ces deux champs scalaires afin d'aboutir à une description unifiée de ces deux théories d'énergie noire et de matière noire.

Qu'en est-il des perspectives scientifiques suite aux travaux exposés dans cette thèse ? Mes résultats en cosmologie ont permis de mettre en évidence une théorie alternative au modèle Λ CDM, fondée sur des propriétés théoriques saines et en accord avec les données actuelles. Le modèle du Galiléeon constitue donc maintenant une théorie à considérer dans la recherche d'une explication à la nature de l'énergie noire. Si cette théorie fournit un scénario semblable à celui du modèle Λ CDM, il existe toutefois des différences que les mesures en cosmologie peuvent tenter de mettre en évidence. En particulier, il apparaît que l'équation d'état du Galiléeon varie fortement dans le temps autour d'un décalage vers le rouge $z \approx 1$ ce qui pourrait être décelé dans les futures mesures de distances si celles-ci atteignent une précision de l'ordre du pourcent sur la dérivée temporelle du facteur d'échelle a (voir figure 4.21). D'autre part, la gravité étant modifiée par le champ Galiléeon, des écarts à la Relativité Générale pourraient être mis en évidence par la mesure du taux de croissance des structures à différentes échelles k . Cependant pour cela il faut aussi poursuivre les efforts pour parvenir à modéliser numériquement de façon fiable la gravitation dans une telle théorie, ce qui est difficile à cause de son caractère fortement non-linéaire aux petites échelles [12]. Enfin la présence d'un couplage disformel entre le champ Galiléeon et la matière pourra être recherchée dans les mesures liées aux lentilles

gravitationnelles qui seront réalisées par les futures expériences Euclid et LSST.

Les recherches de Branon pourront se poursuivre avec les nouvelles données du détecteur CMS qui seront obtenues en 2015 avec une énergie dans le centre de masse de $\sqrt{s} = 13$ TeV. Celles-ci vont permettre de tester la production de Branons jusqu'à des masses de l'ordre de 6 TeV, et à des tensions de brane $f \lesssim 1$ TeV [13]. Ces résultats impulseront peut-être aussi une recherche de Branons dans la collaboration ATLAS et dans les expériences de recherche de matière noire directe et indirecte.

Enfin, il est intéressant de rassembler des modèles théoriques développés dans les communautés des physiciens des particules et des cosmologistes, car toutes deux explorent les théories à dimensions supplémentaires. Pour apporter des réponses aux problèmes de l'énergie noire et de la matière noire, certaines théories méritent d'être rapprochées et des ponts construits, pour obtenir des schémas cohérents et nouveaux dans la description théorique et phénoménologique du secteur sombre de l'Univers.

Bibliographie

- [1] A. Nicolis, R. Rattazzi, et E. Trincherini, *Galileon as a local modification of gravity*, Physical Review D **79**, 064036 (2009), [doi:10.1103/PhysRevD.79.064036](#), [arXiv:0811.2197](#).
- [2] J. Neveu, V. Ruhlmann-Kleider, A. Conley, N. Palanque-Delabrouille, *et al.*, *Experimental constraints on the uncoupled Galileon model from SNLS3 data and other cosmological probes*, Astronomy & Astrophysics **555**, 19 (2013), [doi:10.1051/0004-6361/201321256](#), [arXiv:1302.2786](#).
- [3] J. Neveu, V. Ruhlmann-Kleider, P. Astier, M. Besançon, *et al.*, *First experimental constraints on the disformally-coupled Galileon model* (2014), [arXiv:1403.0854](#).
- [4] S. Appleby et E. V. Linder, *Trial of Galileon gravity by cosmological expansion and growth observations*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2012**, 026 (2012), [doi:10.1088/1475-7516/2012/08/026](#), [arXiv:1204.4314](#).
- [5] A. Barreira, B. Li, A. Sanchez, C. M. Baugh, *et al.*, *The parameter space in Galileon gravity models*, p. 21 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.87.103511](#), [arXiv:1302.6241](#).
- [6] A. Dobado et A. A. L. Maroto, *The dynamics of the Goldstone bosons on the brane*, Nuclear Physics B **592**, 203 (2000), [doi:10.1016/S0550-3213\(00\)00574-5](#), [arXiv:0007100 \[hep-ph\]](#).
- [7] J. A. R. Cembranos, a. Dobado, et A. L. Maroto, *Brane-skyrmions and wrapped states*, Physical Review D **65**, 35 (2001), [doi:10.1103/PhysRevD.65.026005](#), [arXiv:0106322 \[hep-ph\]](#).
- [8] A. Askew, B. Gomber, J. Neveu, L. Di Matteo, *et al.*, *Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in the mono-photon final state in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV in the CMS Experiment with 19.6 fb⁻¹ of data*, CMS Analysis Note **AN-2012-439** (2014).
- [9] CMS Collaboration, *Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in the $\gamma + \cancel{E}_T$ final state in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV*, Physics Analysis Summary **CMS-PAS-EXO-12-047** (2014).

- [10] P. Achard, O. Adriani, M. Aguilar-Benitez, J. Alcaraz, *et al.*, *Search for branons at LEP*, Physics Letters B **597**, 145 (2004), [doi:10.1016/j.physletb.2004.07.014](#), [arXiv:0407017 \[hep-ex\]](#).
- [11] C. de Rham et A. J. Tolley, *DBI and the Galileon reunited*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010**, 015 (2010), [doi:10.1088/1475-7516/2010/05/015](#), [arXiv:1003.5917](#).
- [12] A. Barreira, B. Li, C. M. Baugh, et S. Pascoli, *Spherical collapse in Galileon gravity : fifth force solutions, halo mass function and halo bias*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2013**, 056 (2013), [doi:10.1088/1475-7516/2013/11/056](#), [arXiv:1308.3699](#).
- [13] J. A. R. Cembranos, J. L. Díaz-Cruz, et L. Prado, *Impact of dark matter direct searches and the LHC analyses on branon phenomenology*, Physical Review D **84**, 083522 (2011), [doi:10.1103/PhysRevD.84.083522](#), [arXiv:1110.0542](#).

Quatrième partie

Appendices

Annexe A

Une autre méthode pour déterminer les conditions initiales du Galiléon

Au lieu d'absorber la condition initiale x_0 dans la redéfinition des paramètres $c_i \rightarrow \bar{c}_i$, on peut être tenté de fixer cette condition initiale en utilisant l'équation d'Einstein (00) à $z = 0$ pour chaque jeu de paramètres :

$$1 - \Omega_m^0 - \Omega_r^0 - \frac{1}{6}c_2x_0^2 + 2c_3x_0^3 - \frac{15}{2}c_4x_0^4 + 7c_5x_0^5 = 0. \quad (\text{A.1})$$

Pour trouver x_0 , un polynôme du cinquième degré doit être résolu, ce qui mène au plus à cinq solutions complexes différentes. Ainsi, une stratégie raisonnable dans notre cas est de ne garder que les jeux de paramètres qui ne conduisent qu'à une seule solution réelle. Un scénario donnant deux solutions réelles entre lesquelles il faudrait choisir est considérée non physique.

Le système d'équations différentielles 2.122 et 2.123 adopte alors un comportement inhabituel. D'après la figure A.1, la forme des contours de probabilités obtenus reste invariante, peu importe les bornes de l'espace des paramètres c_i exploré. Le modèle fait apparaître une invariance d'échelle, permettant au modèle d'être contraint par les données quelle que soit la région de l'espace des paramètres explorée. De plus, les contours de probabilité observés ne sont jamais complètement contenus dans la fenêtre explorée : l'hypersurface de probabilité possède une vallée de χ^2 minimum, et non un unique minimum.

L'équation A.1 montre que le choix de petits c_i amène à avoir une grande valeur pour x_0 , et vice versa. Néanmoins, les contraintes théoriques de la section 2.3.3 ne favorisent ni ne défavorisent aucune valeur de c_i ou x_0 car elles contiennent aussi cette correspondance entre les c_i et x_0 . Plus précisément, pour différents jeux de paramètres c_i , des cosmologies identiques (i.e. *des fonctions de $\bar{H}(z)$ identiques*) sont calculées peu importe l'ordre de grandeur des c_i : le point important est que ces scénarios cosmologiques équivalents possèdent la même évolution de $\Omega_\pi(z)$, que ce soit dû à de grandes ou de petites valeurs des c_i . Par conséquent ces scénarios ont la même solution $\bar{H}(z)$, donc le même χ^2 final.

Un choix d'échelle doit donc être réalisé pour fixer la surface de probabilité, mais ce choix ne doit pas être arbitraire. Une solution est de réabsorber la condition initiale x_0 dans de nouveaux paramètres \bar{c}_i . Cette reparamétrisation absorbe un degré de liberté du modèle et permet d'utiliser l'équation d'Einstein (00) à d'autres fins, comme pour fixer \bar{c}_5 . Il se peut que ce problème d'échelle soit l'origine de la dégénérescence rapportée section III de [1].

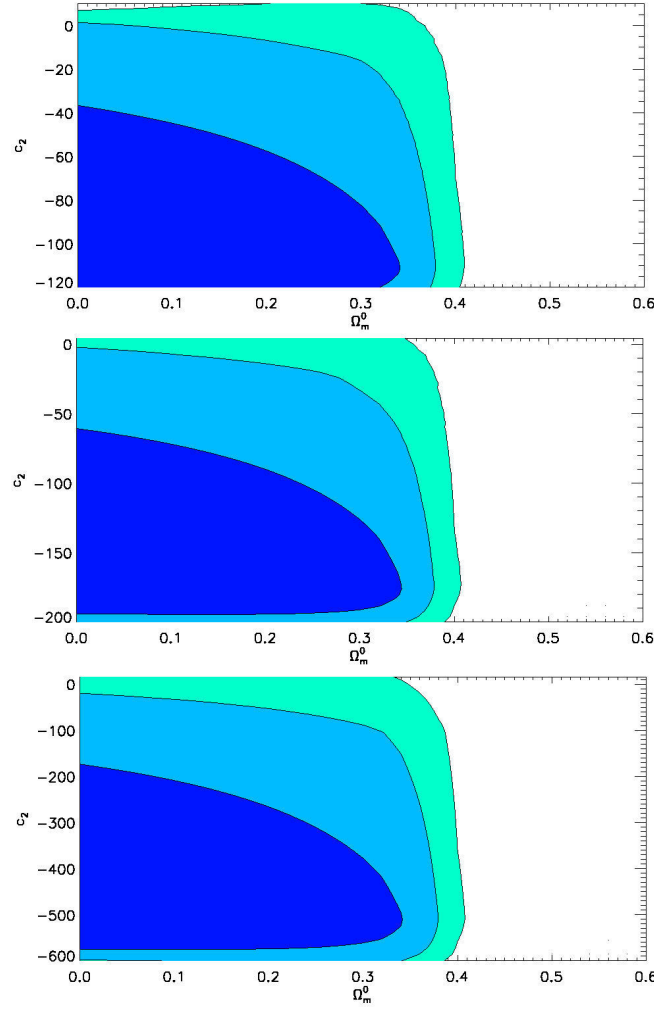


FIGURE A.1 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon utilisant les données SNLS3 pour différents intervalles d’exploration en c_i et représentées dans les plans (Ω_m^0, c_2) seulement, en fixant la condition initiale x_0 à l’aide de A.1. Les paramètres de nuisance α et β sont fixés à leur valeurs Λ CDM. La densité de probabilité à quatre dimensions obtenue pour les paramètres $\mathcal{L}(\Omega_m^0, c_2, c_3, c_4)$ (c_5 est fixé à zéro ici) est marginalisée sur les paramètres $c_3, c_4, \mathcal{M}_B^1, \mathcal{M}_B^2$ pour visualiser les contours de probabilités dans le plan (Ω_m^0, c_2) . Les contours pleins bleu foncé, médian et clair contiennent respectivement 68.3, 95.4, et 99.7% de la probabilité.

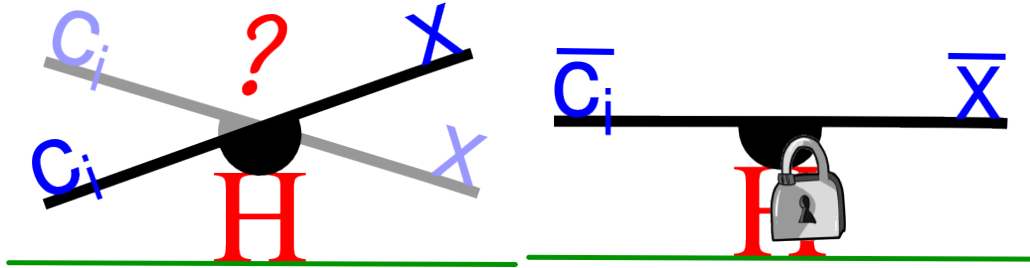


FIGURE A.2 – Illustration de l’effet de la reparamétrisation $c_i \rightarrow \bar{c}_i$

Annexe B

Tenseurs énergie-impulsion du Galiléon $T_{\mu\nu}^{(c_i)}$

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(c_5)} = & (\Box\pi)^3 (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) + (\Box\pi)^3 (\nabla\pi)^2 g_{\mu\nu} - 3 (\Box\pi)^2 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\mu\nu}) \\
& - 3 (\Box\pi)^2 \pi^{;\rho} [\pi_{;\rho\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\rho\nu} \pi_{;\mu}] + 3 (\Box\pi)^2 (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma}) g_{\mu\nu} \\
& + 6 (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\mu\sigma} \pi^{;\sigma}{}_{\nu}) - 6 (\Box\pi) (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma}) (\pi_{;\mu\nu}) \\
& - 3 (\Box\pi) (\pi_{;\rho\sigma} \pi^{;\rho\sigma}) (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) + 6 (\Box\pi) (\pi^{;\rho} \pi_{;\rho\mu}) (\pi^{;\sigma} \pi_{;\sigma\nu}) \\
& + 6 (\Box\pi) \pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} [\pi_{;\sigma\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\sigma\nu} \pi_{;\mu}] - 3 (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\sigma\lambda}) g_{\mu\nu} \\
& - 6 (\Box\pi) (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\lambda}) g_{\mu\nu} - \frac{3}{2} (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) R \\
& + 3 (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 \pi^{;\sigma} [R_{\sigma\mu} \pi_{;\nu} + R_{\sigma\nu} \pi_{;\mu}] \\
& - 3 (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} R^{\sigma\lambda} \pi_{;\lambda}) g_{\mu\nu} + 3 (\Box\pi) (\nabla\pi)^2 (\pi^{;\sigma} \pi^{;\lambda} R_{\mu\sigma\nu\lambda}) \\
& + 3 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\sigma\lambda}) (\pi_{;\mu\nu}) - 6 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\mu\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} \pi_{;\lambda\nu}) \\
& + 6 (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma}) (\pi_{;\mu\lambda} \pi^{;\lambda}{}_{\nu}) + 6 (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\lambda}) (\pi_{;\mu\nu}) \\
& + 2 (\pi_{;\rho}{}^{\sigma} \pi_{;\sigma}{}^{\lambda} \pi_{;\lambda}{}^{\rho}) (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) + 3 (\pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\sigma\lambda}) \pi^{;\rho} [\pi_{;\rho\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\rho\nu} \pi_{;\mu}] \\
& - 6 \pi^{;\rho} \pi_{;\rho\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} [\pi_{;\lambda\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\lambda\nu} \pi_{;\mu}] - 6 \pi_{;\rho} \pi^{;\rho\lambda} \pi^{;\sigma} [\pi_{;\lambda\mu} \pi_{;\sigma\nu} + \pi_{;\lambda\nu} \pi_{;\sigma\mu}] \\
& + 2 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma}{}^{\lambda} \pi_{;\lambda}{}^{\kappa} \pi_{;\kappa}{}^{\sigma}) g_{\mu\nu} - 3 (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma}) (\pi_{;\lambda\kappa} \pi^{;\lambda\kappa}) g_{\mu\nu} \\
& + 6 (\pi_{;\rho} \pi^{;\rho\sigma} \pi_{;\sigma\lambda} \pi^{;\lambda\kappa} \pi_{;\kappa}) g_{\mu\nu} + \frac{3}{2} (\nabla\pi)^2 \pi^{;\sigma} [\pi_{;\sigma\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\sigma\nu} \pi_{;\mu}] R \\
& - \frac{3}{24} (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} \pi_{;\lambda}) R g_{\mu\nu} + 3 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} \pi_{;\lambda}) R_{\mu\nu} \\
& + 3 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} R^{\sigma\lambda} \pi_{;\lambda}) (\pi_{;\mu\nu}) + \frac{15}{2} (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma\lambda} R^{\sigma\lambda}) (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) \\
& - 3 (\nabla\pi)^2 \pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} [R_{\lambda\mu} \pi_{;\nu} + R_{\lambda\nu} \pi_{;\mu}] \\
& - 3 (\nabla\pi)^2 \pi^{;\lambda} \pi^{;\sigma} [R_{\lambda\mu} \pi_{;\sigma\nu} + R_{\lambda\nu} \pi_{;\sigma\mu}] - 3 (\nabla\pi)^2 \pi_{;\sigma} R^{\sigma\lambda} [\pi_{;\lambda\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\lambda\nu} \pi_{;\mu}] \\
& + 6 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} R_{\lambda\kappa} \pi^{;\kappa}) g_{\mu\nu} - 3 (\nabla\pi)^2 \pi^{;\sigma} \pi^{;\lambda\kappa} [R_{\mu\lambda\sigma\kappa} \pi_{;\nu} + R_{\nu\lambda\sigma\kappa} \pi_{;\mu}] \\
& + 3 (\nabla\pi)^2 \pi^{;\sigma} \pi^{;\lambda} [R_{\mu\sigma\lambda\kappa} \pi^{;\kappa}{}_{\nu} + R_{\nu\sigma\lambda\kappa} \pi^{;\kappa}{}_{\mu}] \\
& - 3 (\nabla\pi)^2 \pi_{;\sigma} \pi^{;\sigma\lambda} \pi^{;\kappa} [R_{\mu\lambda\nu\kappa} + R_{\nu\lambda\mu\kappa}] + 3 (\nabla\pi)^2 (\pi_{;\sigma} \pi_{;\lambda} \pi_{;\kappa\tau} R^{\sigma\kappa\lambda\tau}) g_{\mu\nu} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

$$T_{\mu\nu}^{(c_2)} = \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\nabla \pi)^2 \quad (\text{B.2})$$

$$T_{\mu\nu}^{(c_3)} = 2\pi_{;\mu} \pi_{;\nu} \square \pi + g_{\mu\nu} \pi_{;\lambda} \pi^{;\lambda\rho} \pi_{;\rho} - 2\pi^{;\rho} [\pi_{;\mu} \pi_{;\nu\rho} + 2\pi_{;\nu} \pi_{;\mu\rho}] \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(c_4)} = & -4(\square \pi) \pi^{;\rho} [\pi_{;\mu} \pi_{;\rho\nu} + \pi_{;\nu} \pi_{;\rho\mu}] + 2(\square \pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) - 2(\square \pi) (\nabla \pi)^2 (\pi_{;\mu\nu}) \\ & - 4(\pi_{;\lambda} \pi^{;\lambda\rho} \pi_{;\rho}) (\pi_{;\mu\nu}) + 4(\pi^{;\lambda} \pi_{;\lambda\mu}) (\pi^{;\rho} \pi_{;\rho\nu}) - 2(\pi_{;\lambda\rho} \pi^{;\lambda\rho}) (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) \\ & + 2(\nabla \pi)^2 (\pi_{;\mu}^{;\rho} \pi_{;\rho\nu}) + 4\pi_{;\lambda} \pi^{;\lambda\rho} [\pi_{;\rho\mu} \pi_{;\nu} + \pi_{;\rho\nu} \pi_{;\mu}] + (\square \pi)^2 (\nabla \pi)^2 g_{\mu\nu} \\ & + 4(\square \pi) (\pi_{;\lambda} \pi^{;\lambda\rho} \pi_{;\rho}) g_{\mu\nu} - 4(\pi_{;\lambda} \pi^{;\lambda\rho} \pi_{;\rho\sigma} \pi^{;\sigma}) g_{\mu\nu} - (\nabla \pi)^2 (\pi_{;\rho\sigma} \pi^{;\rho\sigma}) g_{\mu\nu} \\ & - (\nabla \pi)^2 (\pi_{;\mu} \pi_{;\nu}) R + \frac{1}{4} (\nabla \pi)^4 g_{\mu\nu} R + 2(\nabla \pi)^2 \pi^{;\rho} [R_{\rho\mu} \pi_{;\nu} + R_{\rho\nu} \pi_{;\mu}] - \frac{1}{2} (\nabla \pi)^4 R_{\mu\nu} \\ & - 2(\nabla \pi)^2 (\pi_{;\rho} R^{\rho\sigma} \pi_{;\sigma}) g_{\mu\nu} + 2(\nabla \pi)^2 (\pi^{;\rho} \pi^{;\sigma} R_{\mu\rho\nu\sigma}) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(c_G)} = & g_{\mu\nu} (\square \pi)^2 - 2\square \pi \pi_{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu\lambda} \pi^{;\lambda}_{;\nu} - g_{\mu\nu} \pi_{;\rho\sigma} \pi^{;\rho\sigma} - R_{\mu\nu} (\nabla \pi)^2 - R \pi_{;\mu} \pi_{;\nu} \\ & + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R (\nabla \pi)^2 + 2R_{\lambda\nu} \pi^{;\lambda} \pi_{;\mu} + 2R_{\lambda\mu} \pi^{;\lambda} \pi_{;\nu} - 2g_{\mu\nu} R_{\rho\lambda} \pi^{;\rho} \pi^{;\lambda} + 2R^{\sigma}_{\mu\rho\nu} \pi^{;\rho} \pi_{;\sigma}. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Annexe C

Approximation pour le calcul de l'échelle acoustique l_a

Le calcul de l'échelle acoustique l_a (voir équation 4.9) nécessite de connaître l'évolution des modèles cosmologiques d'aujourd'hui à $a = 0$ (voir équation 3.27). Dans le modèle du Galiléeon, la non-linéarité des équations différentielles demande que la précision et le pas des calculs s'affinent de plus en plus à mesure que l'on s'approche de la limite $a \rightarrow 0$. Pour que le calcul converge en un temps raisonnable, l'itération doit être arrêtée à un certain a_{min} proche de 0, sans toutefois affecter la valeur finale attendue pour l_a . Posons a_{min-1} la valeur de a où sont calculés les équations cosmologiques juste avant d'atteindre a_{min} , et $f(a)$ l'intégrant de la fonction $r_s(z_*)$. Bien que l'intégrale est stoppée à $a = a_{min}$, on peut compenser cette approximation par une interpolation linéaire de l'intégrale :w

$$\begin{aligned} r_s(z_*) \frac{H_0}{c} &= \int_0^{\frac{1}{1+z_*}} da \frac{\bar{c}_s(a)}{a^2 \bar{H}(a)} = \int_0^{\frac{1}{1+z_*}} da f(a) \\ &\approx \int_{a_{min}}^{\frac{1}{1+z_*}} da f(a) + a_{min} f(a_{min}) - \frac{a_{min}^2}{2} \frac{f(a_{min-1}) - f(a_{min})}{a_{min-1} - a_{min}}. \end{aligned} \quad (C.1)$$

Dans la figure C.1 gauche, j'ai représenté l'évolution de la valeur de l_a avec a_{min} sans que l'interpolation linéaire soit mise en place. La faible évolution avec a_{min} nous autorise à considérer l'interpolation linéaire comme une hypothèse raisonnable. De plus, pour $a_{min} \lesssim 10^{-6}$, la valeur de l'interpolation linéaire rajoutée à l_a est un ordre de grandeur en dessous de l'incertitude de mesure $\sigma_{l_a} = 0.76$ de WMAP7, comme montrée dans la figure C.1 droite. A partir de ces résultats, nous avons décidé d'utiliser $a_{min} = 10^{-7}$ pour aboutir à une valeur fiable de l_a . La valeur calculée a été comparée avec des calculs sur le logiciel MATHEMATICA, qui possède des algorithmes de calculs plus sophistiqués que ce qui est implémentable en C++ dans GALILEON_COSFITTER, et apparaît en bon accord avec eux.

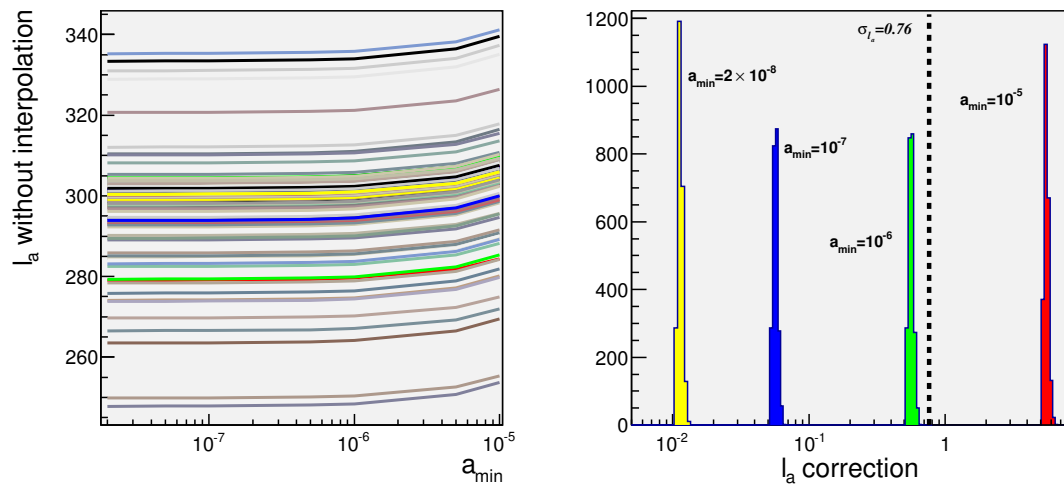


FIGURE C.1 – Gauche : évolution de la valeur de l_a avec a_{min} sans l'interpolation linéaire décrites dans le texte, pour un échantillon représentatif de scénarios Galilée. Notons que la plupart des scénarios tendent vers la valeur attendue $l_a \approx 300$. Droite : amplitude de l'interpolation linéaire apportée à l_a pour différentes valeurs de a_{min} pour le même échantillon de scénarios. La ligne verticale tiretée correspond à l'incertitude σ_{l_a} mesurée par WMAP7 sur l_a .

Annexe D

Utilisation des données Planck

Durant ma thèse, j'ai eu la curiosité d'utiliser les mesures de distances R et l_a tirées des données Planck et publiées dans la référence [2] (voir tableau D.1). Ces mesures ont été déduites des données Planck publiées pour un Univers Λ CDM, avec l'hypothèse que de toute façon ces mesures ne dépendent a priori pas du choix de la cosmologie [3]. Cependant, ces données incluent les données Planck, les mesures de polarisation du fond diffus cosmologique de WMAP9 et des données provenant de mesures du lentillage gravitationnel. Ce dernier point n'a pas été argumenté comme étant indépendant de la cosmologie, en particulier si on s'intéresse à des théories de gravité modifiée.

TABLE D.1 – Paramètres l_a et R et leur matrice de covariance inverse associées, extraits des données Planck [2] et WMAP9 [4].

	Planck	WMAP9
l_a	301.57 ± 0.18	302.40 ± 0.69
R	1.7407 ± 0.0094	1.725 ± 0.018
-	$\Omega_b^0 h^2 = 0.02228 \pm 0.00030$	$z_* = 1090.88 \pm 1.00$
\mathbf{C}_{CMB}^{-1}	$\begin{pmatrix} 42.9513 & -366.204 & 989.308 \\ -366.204 & 24834.1 & 148937 \\ 989.3 & 148937 & 2.396 \times 10^6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.182 & 18.253 & -1.429 \\ 18.253 & 11887.879 & -193.808 \\ -1.429 & -193.808 & 4.556 \end{pmatrix}$

Sonde	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	h	$\Omega_b^0 h^2$	χ^2
BAO+PLANCK	$0.280^{+0.015}_{-0.010}$	$-5.464^{+1.968}_{-2.708}$	$-1.880^{+0.996}_{-1.426}$	$-0.614^{+0.460}_{-0.329}$	0.711	0.0222	0.7
BAO+WMAP9	$0.274^{+0.015}_{-0.009}$	$-5.467^{+1.962}_{-2.659}$	$-1.896^{+0.996}_{-1.403}$	$-0.622^{+0.462}_{-0.327}$	0.704	0.0226	0.7

TABLE D.2 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues à partir des diverses sondes cosmologiques. h et $\Omega_b^0 h^2$ sont minimisés donc aucunes incertitudes ne sont données pour ces paramètres.

Les auteurs utilisent néanmoins leurs nouvelles mesures de R et l_a pour dériver des contraintes sur des modèles divers. L'observable z_* est remplacée par $\Omega_b^0 h^2$ avec l'argument que cela ne change rien à la pertinence des contours [5] et est plus facile à utiliser dans un logiciel tel que COSMOMC. De plus, pour vérifier leur procédure ils dérivent à leur façon les paramètres R et l_a à partir des données WMAP9. On peut constater ici des déviations de près de 1σ par rapport aux mesures publiées par la collaboration WMAP [4], et des signes différents dans la matrice de covariance inverse pour les termes croisés l_a - R (ce qui s'observe aussi avec la matrice de covariance inverse tirée des données Planck table D.1). Ces différences troublantes ne sont pas discutées.

Ils observent que l'utilisation des données Planck n'améliore pas significativement celles venant de WMAP9. Malgré tous les caveats mentionnés ci-dessus, j'ai voulu regarder quelle serait leur impact sur les contraintes au modèle Galiléon non couplé. Le résultat est identique : aucune amélioration n'est observée comme le montre le tableau D.2 et la figure D.1. Seul un décalage vers des valeurs de Ω_m^0 plus élevées est observé (décalage attendu si on se réfère aux résultats Λ CDM publiés par la collaboration Planck [6]).

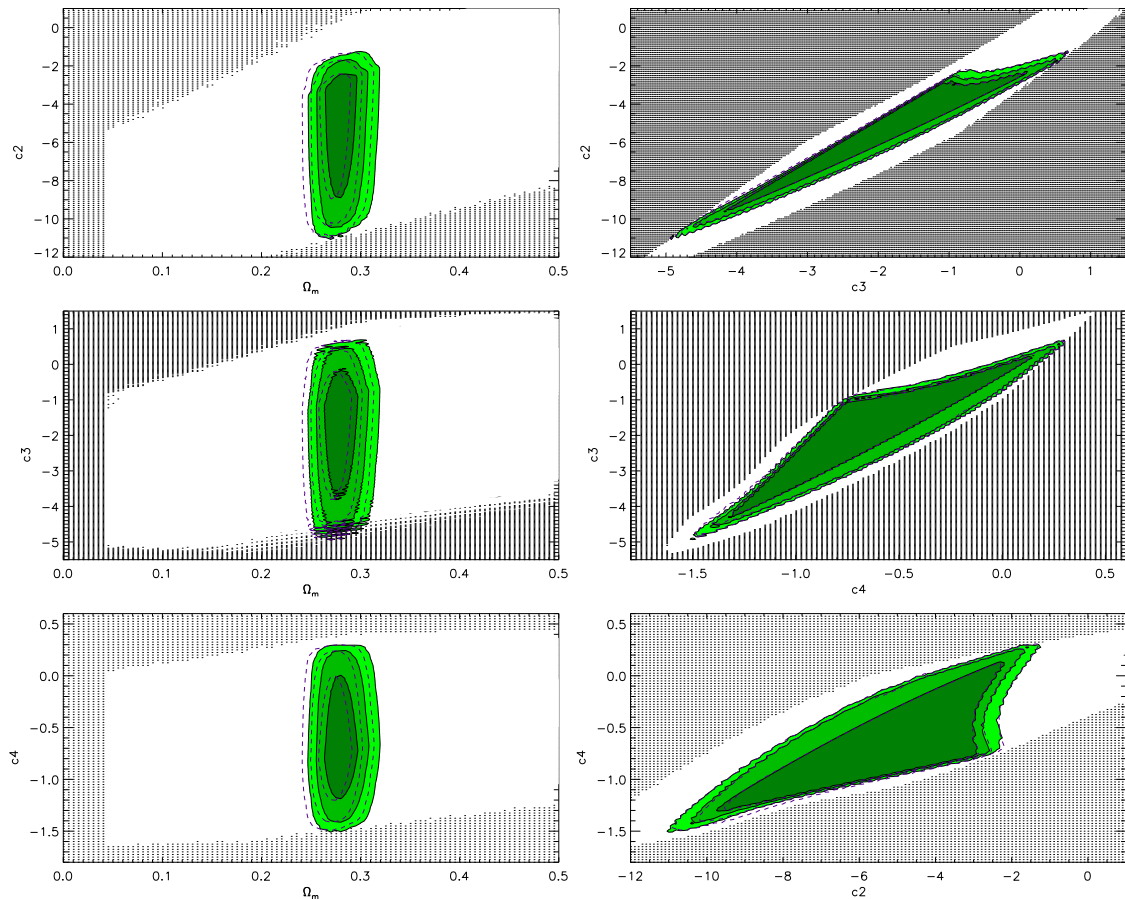


FIGURE D.1 – Contraintes expérimentales sur le modèle du Galiléon non couplé obtenues par les données Planck (contours pleins) et WMAP9+BAO (contours pointillés). Les contours verts foncé, intermédiaire et clair représente les contours de probabilité à 68.3, 95.4, and 99.7% de niveau de confiance respectivement. Les régions en pointillés noirs correspondent aux zones de l'espace des paramètres totalement exclues par les contraintes théoriques (probabilité marginalisée nulle).

Bibliographie

- [1] S. Appleby et E. V. Linder, *The paths of gravity in galileon cosmology*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2012**, 043 (2012), [doi:10.1088/1475-7516/2012/03/043](#), [arXiv:1112.1981](#).
- [2] Y. Wang et S. Wang, *Distance priors from Planck and dark energy constraints from current data*, Physical Review D **88**, 043522 (2013), [doi:10.1103/PhysRevD.88.043522](#), [arXiv:arXiv:1304.4514v2](#).
- [3] Y. Wang et P. Mukherjee, *Robust dark energy constraints from supernovae, galaxy clustering, and 3 yr Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations*, The Astrophysical Journal **650**, 1 (2006), [doi:10.1086/507091](#), [arXiv:0604051 \[astro-ph\]](#).
- [4] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel, *et al.*, *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : cosmological parameter results*, The Astrophysical Journal Supplement Series **208**, 19 (2013), [doi:10.1088/0067-0049/208/2/19](#), [arXiv:1212.5226](#).
- [5] Y. Wang, *Figure of merit for dark energy constraints from current observational data*, Physical Review D **77**, 123525 (2008), [doi:10.1103/PhysRevD.77.123525](#).
- [6] Planck Collaboration, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, p. 67 (2013), [arXiv:1303.5076](#).

Résumé

Contraintes expérimentales sur des modèles à champ scalaire léger en cosmologie et physique des particules (expériences SNLS et CMS)

Face à la nature inconnue de l'énergie noire et de la matière noire, des modèles à champ scalaire léger ont été proposés pour expliquer l'accélération tardive de l'expansion de l'Univers et l'apparente abondance de matière non baryonique dans l'Univers.

Dans une première partie, cette thèse confronte de la façon la plus précise possible les données de cosmologie les plus récentes au modèle du Galiléon, une théorie de gravité modifiée possédant des propriétés théoriques particulièrement intéressantes. Des contraintes observationnelles sur les paramètres du modèle sont dérivées en utilisant les dernières mesures liées aux distances cosmologiques et à la croissance des grandes structures de l'Univers. Un bon accord est observé entre les données et les prédictions théoriques, faisant du Galiléon un modèle alternatif compétitif avec celui de la constante cosmologique.

Dans une seconde partie, la production de Branons, particules scalaires candidates au statut de matière noire venant d'une théorie à dimensions supplémentaires, est recherchée dans les collisions proton-proton enregistrées en 2012 par l'expérience Compact Muon Solenoid auprès du Grand Collisionneur de Hadrons. Des événements présentant un photon et de l'énergie transverse manquante dans l'état final sont sélectionnés dans les données et comparés aux estimations des bruits de fonds attendus. Aucun excès d'événements n'étant observé, des limites expérimentales sur les paramètres de la théorie du Branon sont calculées. Elles sont les plus contraignantes à ce jour.

Cette thèse se conclut par des arguments pour une description unifiée des deux modèles étudiés, dans le cadre des théories à dimensions supplémentaires.

Mots-clefs : Cosmologie, Physique des particules, Énergie noire, Matière noire, Compact Muon Solenoid, Dimensions supplémentaires, Galiléon, Branon

Abstract

Experimental constraints on light scalar field models in cosmology and particle physics (SNLS and CMS experiments)

The nature of dark energy and dark matter is still unknown today. Light scalar field models have been proposed to explain the late-time accelerated expansion of the Universe and the apparent abundance of non-baryonic matter.

In the first part of this thesis, the Galileon theory, a well-posed modified gravity theory preserving the local gravitation thanks to the Vainshtein screening effect, is accurately tested against recent cosmological data. Observational constraints are derived on the model parameters using cosmological distance and growth rate of structure measurements. A good agreement is observed between data and theory predictions. The Galileon theory appears therefore as a promising alternative to the cosmological constant scenario.

In the second part, the dark matter question is explored through an extra-dimension theory containing massive and stable scalar fields called Branons. Branon production is searched for in the proton-proton collisions that were collected by the Compact Muon Solenoid experiment in 2012 at the Large Hadron Collider. Events with a single photon and transverse missing energy are selected in this data set and compared to the Standard Model and instrumental background estimates. No signature of new physics is observed, so experimental limits on the Branon model parameters are derived.

This thesis concludes with some ideas to reach an unified description of both models in the frame of extra-dimension theories.

Keywords: Cosmology, Particle physics, Dark energy, Dark matter, Compact Muon Solenoid, Extra-dimensions, Galileon, Branon